

**การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมโนทัศน์  
ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม  
ของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิตสาขาวิชาคณิตศาสตร์  
คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช**

**Development of Teaching Activities That Enhance Conceptual  
Understanding in Mathematics Teaching Sequences, High School Level  
about Sequence and Series of Students in The Bachelor of Education  
Program Department of Mathematics, Faculty Of Education,  
Nakhon Si Thammarat Rajabhat University**

กัลยกร อนุฤทธิ์ | Kanyakorn Anurit

อาจารย์ประจำคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช  
Lecturer of Faculty of Education, Nakhon Si Thammarat Rajabhat University  
Corresponding Author, E-mail: kanyakorn\_anu@nstru.ac.th

(Received: 12 October 2023, Revised: 6 November 2023, Accepted: 8 November 2023)

**บทคัดย่อ**

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ (1) เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 (2) เพื่อศึกษาความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ และ(3) เพื่อศึกษาความสามารถในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้และการลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของนักศึกษา หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขา วิชาคณิตศาสตร์ โดยกลุ่มเป้าหมายในการวิจัยเป็นนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราชที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวนทั้งสิ้น 60 คน ผลวิจัยพบว่า 1) กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 70/70 โดยมีค่าเฉลี่ย 81.66 / 86.66 (2) ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรมของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ นักศึกษามีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายสูงกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 และ (3) ความสามารถในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้และการลำดับ

การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของนักศึกษา หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชา  
คณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักศึกษา  
ทั้งหมด นักศึกษามีความสามารถในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้และการลำดับการสอนคณิตศาสตร์  
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายในระดับดีมาก ( $\bar{X}$ =16.15, S.D.=1.42)

**คำสำคัญ:** มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์, ลำดับการสอนคณิตศาสตร์, การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน

### ABSTRACT

The This research has the following objectives: (1) To enhance the conceptual understanding of mathematics teaching and learning at the high school level for Mathematics students majoring in mathematics, following the 70/70 criteria. (2) To study the conceptual understanding in the teaching sequences of sequences and series in high school mathematics among Mathematics students. (3) To investigate the ability to design learning management plans and the teaching of high school mathematics sequences and series among mathematics students. The research target group consists of third-year mathematics education students at the Faculty of Education, Nakhon Si Thammarat Rajabhat University, who are enrolled in the mathematics teaching and learning management course at the high school level. There were 60 students in total.

The findings of this study were as follows: (1) Activities aimed at enhancing conceptual understanding in mathematics teaching and learning at the high school level were more effective than the 70/70 criteria, with an average score of 81.66 out of 86.66. (2) Conceptual understanding in teaching sequences and series in high school mathematics among Mathematics students exceeded 70 percent of the total score, with more than 70 percent achieving this level and (3) The ability to design lesson plans and structure the teaching of mathematics at the high school level among students in the Bachelor of Education Program with a major in Mathematics exceeds the 70 percent benchmark of full scores. More than 70 percent of the total student population achieved this high level of competence. The student's proficiency in designing learning plans and sequencing the teaching of mathematics at the high school level is excellent, with an average score of 16.15 and a standard deviation of 1.42

**Keywords:** Mathematical concepts, Mathematics teaching sequence, Development of teaching activities

## บทนำ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นรากฐานที่สำคัญในการพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ มีการเชื่อมโยงความคิดและแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล ผู้เรียนที่มีมีโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีมักมีความเชื่อมโยงระหว่างความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ดังกล่าวไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ดี หนึ่งในปัญหาที่พบในการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย คือ ความยากลำบากในการสร้างความเข้าใจเชิงมีโน้ตทัศน์ในเรื่องลำดับและอนุกรมของผู้เรียน (Ferrini-Mundy & Graham, 1991; Asiala, Cottrill, Dubinsky & Schwingendorf, 1997) ผู้เรียนบางคนอาจจดจำสูตรและขั้นตอนการคำนวณโดยไม่เข้าใจความหมายและบริบททางคณิตศาสตร์ที่แท้จริง ซึ่งสิ่งนี้อาจส่งผลให้ผู้เรียนไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์จริงหรือในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนได้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้ที่จำเป็นที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งใดสิ่งหนึ่งทางคณิตศาสตร์ (Simon, M.A., 2017) นอกจากนี้การสอนแบบเดิมที่ใช้สูตรและขั้นตอนการคำนวณเท่านั้นอาจไม่เพียงพอในการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ Przenioslo, M. (2006) ได้ตั้งข้อสังเกตความเข้าใจผิดเกี่ยวกับแนวคิดของลำดับโดยเฉพาะอย่างยิ่งผู้เรียนคิดว่าลำดับต้องเป็นแนวเดียวกันทำให้ต้องสอนเงื่อนไขของลำดับใหม่ซึ่งเป็นบางจุดที่เข้าใจคลาดเคลื่อน ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ที่ดีมีประสิทธิภาพจะส่งผลต่อการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ การเสริมสร้างแนวคิดของครูให้ลึกซึ้งยิ่งขึ้นเพื่อเห็นตำแหน่งผิดพลาดและความยุ่งยากของนักเรียน จะสร้างความเข้าใจเนื้อหาความรู้ทางคณิตศาสตร์นำไปสู่แนวทางการสอนที่เป็นนวัตกรรมและสร้างสรรค์ (LEE, H.-J. ;2007)

สภาพปัญหาจากการจัดการเรียนการสอนในการออกแบบการจัดการเรียนรู้และการฝึกปฏิบัติ มีนักศึกษาบางส่วนยังไม่มั่นใจในลำดับขั้นการสอนและกระบวนการออกแบบการจัดการเรียนรู้ ทำให้ส่งผลต่อความมั่นใจในการวางแผนจัดการเรียนรู้ที่จะนำไปฝึกภาคปฏิบัติของนักศึกษาเองได้ Tall and Vinner (1981) ได้กล่าวถึงความสัมพันธ์กันระหว่างภาพแนวคิดและคำจำกัดความของความคิดรวบยอดสำหรับแต่ละบุคคล ซึ่งประกอบด้วยโครงสร้างความรู้ความเข้าใจทั้งหมดในใจแต่ละบุคคลที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดที่กำหนด การสร้างภาพแนวคิดนักศึกษาในเนื้อหาเรื่องนั้นจำเป็นต้องมีการเตรียมการสอน เตรียมจัดลำดับการสอนตั้งแต่ขั้นนำ ขั้นสอน และขั้นสรุป ให้สอดคล้องต่อเนื่องกันอย่างเหมาะสม รวมทั้งกิจกรรมในชั้นเรียนและสื่อการสอนต้องจัดเตรียมช่วยให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจมีโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ ทั้งนี้ผู้สอนต้องวางแผน จัดลำดับขั้นตอนการสอนให้ถูกต้องตามลักษณะของวิธีสอนที่นำมาใช้

การสร้างความเข้าใจเชิงมีโน้ตทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่สำคัญสำหรับนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ เนื่องจากความเข้าใจเชิงมีโน้ตทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ต้องผ่านขั้นตอนที่ผ่านการวางแผนและควบคุมสถานการณ์เพื่อให้เป็นไปตามแผน โดยนักศึกษาจำเป็นต้องใช้ความพยายามในการคิดวิเคราะห์ หลักการ และเหตุผลเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องจนเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งในมีโน้ตทัศน์ที่ต้องการ Skemp (2006) ได้ให้ความเข้าใจเชิงมีโน้ตทัศน์สำคัญกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์เชิงสัมพันธ์ซึ่งประกอบด้วยการสร้างโครงสร้างความคิดรวบยอดขั้นสคีมา ทำให้นักศึกษาสามารถออกแบบแผนการ

จัดการเรียนรู้ได้ไม่จำกัดเป็นกระบวนการที่ต้องใช้เวลาและความพยายามในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน ตรวจสอบวิธีที่จะบรรลุเป้าหมาย และยังช่วยให้สามารถกำหนดเกณฑ์ที่เหมาะสมในการประเมินความสำเร็จของผู้เรียนได้อีกด้วย (Rose, Meyer, Strangman & Rappolt, 2002) ทั้งนี้ จะช่วยให้นักศึกษาคูพัฒนาความเข้าใจเชิงมีโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายให้สูงขึ้น และมีความมั่นใจในการออกแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในอนาคต เกิดความเชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์จากการเรียนรู้กระบวนการเหล่านี้จะเป็นสิ่งตรวจสอบความเข้าใจโดยการสะท้อนการพูดที่สนับสนุนการรับรู้เกี่ยวกับการสอน (Von Glasersfeld, 2001) การส่งเสริมการเรียนรู้เชิงแนวคิดหากไม่เกิดการเรียนรู้จะไม่สามารถศึกษาต่อได้ จึงจำเป็นต้องส่งเสริม โดยมีข้อสังเกตว่าความรู้นั้นเป็นไปได้และเหมาะสมกับโลกของประสบการณ์ของครูผู้สอน เห็นคุณค่าในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ของครูและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยตนเองผู้เรียน (Simon, 2017; Simon, Kara, Placa, & Avitzur, 2018)

จากเหตุผลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยสนใจในการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมีโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม เพื่อเป็นแนวทางในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้และการลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สำหรับของนักศึกษา หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราชซึ่งเป็นกลุ่มเป้าหมายในการวิจัย

### วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมีโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70
2. เพื่อศึกษาความเข้าใจเชิงมีโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
3. เพื่อศึกษาความสามารถในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้และการลำดับ การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของนักศึกษา หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

### วิธีดำเนินการวิจัย

การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมีโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรมของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช มีการดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. ขอบเขตของการวิจัย ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ใช้เวลาตลอดภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 เพื่อพัฒนาและปรับปรุงกิจกรรมการเรียนการสอนในรายวิชาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

2. กลุ่มเป้าหมายในการวิจัย คือ นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครศรีธรรมราช ที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวนทั้งสิ้น 60 คน

3. ตัวแปรที่ศึกษา ตัวแปรอิสระ ได้แก่ กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ และ ตัวแปรตาม ได้แก่ 1) ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ 2) ความสามารถในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้และการลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม จำนวน 12 คาบ 2) แบบสอบถามวัดความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้และการลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของนักศึกษา หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

5. การเก็บรวบรวมข้อมูล มีขั้นตอนดังนี้ 1) พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรมของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ โดยทำการตรวจสอบประสิทธิภาพของกิจกรรมและเครื่องมือที่พัฒนาขึ้นให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 2) ศึกษาความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักศึกษาโดยใช้แบบสอบถามเพื่อวัดความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ของนักศึกษา 3) ศึกษาความสามารถในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้และการลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของนักศึกษาหลังจากจัดการเรียนการสอนผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น

6. การวิเคราะห์ข้อมูล ประกอบด้วย 1) วิเคราะห์ผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) 2) วิเคราะห์ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรมของนักศึกษา ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม 3) วิเคราะห์ความสามารถในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้และการลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของนักศึกษา หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมด

7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ประกอบด้วย 1) สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้อง ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา 2) สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าร้อยละ 3) สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน คือ การทดสอบทวินาม

### สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยจากการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 3 ประเด็น ดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ดังตาราง

ตาราง 1 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ตามเกณฑ์ 70/70

กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องลำดับและอนุกรม	เกณฑ์ 70/70	
	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>
ชุดที่ 1 ความหมายของลำดับ รูปแบบการกำหนดลำดับ	82.84	90.31
ชุดที่ 2 ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต	81.52	85.82
ชุดที่ 3 อนุกรมเลขคณิต เรขาคณิต	80.62	83.82
เฉลี่ย	81.66	86.66

จากตาราง 1 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของนักศึกษา เรื่องลำดับและอนุกรม ทั้ง 3 ชุด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70/70 โดยมีค่าเฉลี่ย 81.66 / 86.66 กิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นในช่วงที่เน้นลำดับการสอนต้องให้เวลามากขึ้น

2. ผลวิเคราะห์ความเข้าใจเชิงมนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรมของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิตโดยภาพรวม

ตาราง 2 ผลวิเคราะห์ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

หัวข้อเรื่อง	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิด เป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)	ค่าความแปรปรวน
1. มีความรู้ความเข้าใจในความหมายของลำดับ	5	4.71	93.33	0.55	0.30
2. มีความเข้าใจความแตกต่างของลำดับจำกัดและลำดับอนันต์	5	4.72	94.40	0.45	0.20
3. มีความรู้ความเข้าใจในการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ	10	8.32	83.20	0.59	0.34
4. มีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนความหมายของลำดับ รูปแบบการกำหนดลำดับ	10	9.03	90.33	0.60	0.36
5. มีความรู้ความเข้าใจในการหาพจน์ต่างๆของลำดับเลขคณิต	5	4.33	86.6	0.69	0.48
6. มีความเข้าใจในการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต	5	4.23	84.60	0.71	0.51
7. เลขคณิต					
8. มีความเข้าใจในการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต	5	4.13	82.60	0.50	0.25
9. มีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต	10	8.42	84.20	0.69	0.47
10. มีความรู้ความเข้าใจในอนุกรมเลขคณิต	5	4.15	83	0.57	0.33
11. มีความรู้ความเข้าใจในอนุกรมเรขาคณิต	5	4.15	83	0.63	0.39
12. การประยุกต์ของลำดับและอนุกรม	5	4.43	88.6	0.73	0.54
13. มีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต	10	8.54	85.45	0.71	0.51

จากตาราง 2 ผลวิเคราะห์ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต นักศึกษาส่วนใหญ่มีความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายสูงกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 86.66 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตาราง 3 แสดงผลการประเมินความสามารถในการออกแบบการจัดการเรียนรู้และการลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของนักศึกษา

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต $\bar{x}$	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
การออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ (หลัง)	20	16.15	80.75	1.42

ผลวิเคราะห์ความสามารถในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้และการลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของนักศึกษา หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมด นักศึกษามีความสามารถในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้และการลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายในระดับดีมาก ( $\bar{x}=16.15$ , S.D.=1.42)

### อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการศึกษาที่นำเสนอไปข้างต้นมีประเด็นอภิปรายดังนี้

1. ผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของนักศึกษา เรื่อง ลำดับและอนุกรม ควรให้เวลาในช่วงที่เน้นลำดับการสอนเพิ่มขึ้นเนื่องจากมีแนวคิดและความสัมพันธ์ในส่วนของเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่งสอดคล้องกับ Skemp (2006) ที่พบว่า ความเข้าใจเชิงมนทัศน์ประกอบด้วยโครงสร้างความคิดรวบยอดขั้นสตีมา มีความสำคัญกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์เชิงสัมพันธ์ เป็นกระบวนการที่ต้องใช้เวลา และการพัฒนา กิจกรรมการเรียนการสอนต้องใช้ความพยายามในตรวจสอบวิธีที่จะบรรลุเป้าหมาย และช่วยให้สามารถกำหนดเกณฑ์ที่เหมาะสมในการประเมินความสำเร็จของผู้เรียนได้ (Rose, Meyer, Strangman & Rappolt, 2002)

2. นักศึกษาส่วนใหญ่มีความเข้าใจเชิงมนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรม สูงกว่าร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม ซึ่งมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 86.66 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ทั้งนี้เนื่องจาก นักศึกษาเห็นตำแหน่งที่ยู่ยากสำหรับนักเรียนและความสำคัญในลำดับการสอนคณิตศาสตร์จากการทำกิจกรรม ซึ่งสอดคล้องกับ LEE, H.-J. (2007) ที่พบว่า การเสริมสร้างแนวคิดของครูให้ลึกซึ้งยิ่งขึ้นเพื่อให้ครูเห็นตำแหน่งผิดพลาดและความยุ่งยากของนักเรียน ครูเหล่านั้นจะสร้างความเข้าใจเนื้อหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีการจัดการเรียนรู้ที่ดีมีประสิทธิภาพจะส่งผลต่อการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ นำไปสู่แนวทางการสอนที่เป็นนวัตกรรมและสร้างสรรค์ (Przenioslo, M., 2006) และการได้ผ่านสะท้อนคิดตามแนวทางของเพียเจต์ โดยทฤษฎี APOS ของดูบินสกีเพื่อแบ่งระดับความเข้าใจเชิงมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 4 ระดับ ดังนี้ 1) ระดับการกระทำ

(action) ผู้เรียนสามารถปฏิบัติตามเงื่อนไขหรือคำสั่งตามที่กำหนดให้ได้ 2) ระดับกระบวนการ (process) ผู้เรียนสามารถสร้างภาพในใจที่เกิดจากการคิด สามารถสะท้อนกระบวนการ การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นได้ 3) ระดับสิ่งที่เรียนรู้ (object) มีความเข้าใจจากระดับกระบวนการหลายๆกระบวนการที่เกี่ยวข้องกัน เชื่อมโยงกัน มีความรู้แบบองค์รวม และ 4) ระดับแผนภาพทางปัญญา (schema) ผู้เรียนสามารถเลือกที่จะเชื่อมโยงความเข้าใจระดับต่างๆ เห็นโครงสร้างการเชื่อมโยงทางปัญญาอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องเพื่อใช้ในการสร้างความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ใหม่ในระดับที่สูงขึ้น (Dubinsky, 1991) จากการทำกิจกรรมและการจัดลำดับเนื้อหาพร้อมกันตามที่ระบุไว้ทำให้มีความเข้าใจและมีส่วนร่วมในระดับที่สูงขึ้น ทั้งด้านความรู้ ทักษะกระบวนการและการเชื่อมโยงแนวคิดการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน

3. นักศึกษาสามารถออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ในเรื่องที่นักศึกษาสนใจซึ่งเป็นเนื้อหาระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สามารถเชื่อมโยงความรู้ในเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผล มีความละเอียดรอบคอบมากขึ้นในการอธิบายขั้นตอนเชิงกระบวนการ เห็นความเกี่ยวข้องของเนื้อหาทั้งหมดได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Cobb (2000) ที่ทำการศึกษเกี่ยวกับการทดลองสอนคณิตศาสตร์ร่วมกับครูฝึกหัดทั้งที่เป็นแนวคิดทฤษฎี ประเภทของปัญหาในการทดลองการสอนในชั้นเรียน บริบทของการวิจัยพัฒนา การออกแบบการเรียนการสอน การวางแผนการวิเคราะห์ชั้นเรียนในภาคปฏิบัติ และเน้นศึกษาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จัดกิจกรรมสำหรับครูได้ผลเชิงบวกการมีตัวอย่างเชิงบวกและเป็นประโยชน์ที่สำคัญอย่างมากต่อการเรียนรู้ของครูคณิตศาสตร์ รวมทั้งการสนับสนุนครูเพื่อเตรียมความพร้อมสำหรับการปฏิบัติขั้นเรียนของตนเอง (Gravemeijer, Cobb, Bowers, & Whitenack, 2000) และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Asiala, Cottrill, Dubinsky and Schwingendorf (1997) ที่พบว่า หากผู้เรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีจะสามารถเชื่อมโยงระหว่างความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ดังกล่าวไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ดีได้ดี สอดคล้องกับงานวิจัย Breidenbach, Dubinsky, Hawks (1992) ที่พบว่านักศึกษายังมีความเข้าใจในแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องฟังก์ชันไม่มากนัก จึงพัฒนาความคิดและกระบวนการสำหรับนักศึกษหลายคนเพื่อให้ทำคณิตศาสตร์ได้พยายามที่จะสะท้อนให้เห็นถึงความหลากหลายของข้อกังวลการวิจัยเกี่ยวข้องกับวิธีการสอนคณิตศาสตร์เช่นกัน

ข้อค้นพบจากการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ในลำดับการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่องลำดับและอนุกรมที่พัฒนาขึ้น 1) นักศึกษาที่มีประสบการณ์เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมอย่างดี จะเข้าใจลำดับการสอนมากกว่าผู้ที่ไม่ม่ประสบการณ์มากพอ ซึ่งนักศึกษบางคนมีประสบการณ์จากการได้เห็นลำดับและอนุกรมก่อนหน้านี้มาอย่างจำกัด 2) นักศึกษาที่ออกแบบการจัดการเรียนรู้โดยเรียงลำดับการสอนที่ยังต้องปรับการสอนอยู่บางส่วน ส่วนใหญ่ยังขาดความมั่นใจในขั้นตอนการสอนของตนเองเนื่องจากมีประสบการณ์น้อย 3) การได้ฝึกเนื้อหาเฉพาะอาจใช้เวลามากกว่าปกติ แต่นักศึกษาจะได้สังเกตเนื้อหาอย่างละเอียด เห็นแนวคิดที่ต่อเนื่องกันอย่างชัดเจน มีการตีความเหตุการณ์ เกี่ยวกับประเด็นเนื้อหาเชื่อมโยงถึงลำดับการสอนอย่างละเอียดขณะเข้าร่วมกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ ได้ถกถึงประเด็นลำดับการสอนที่ควรจะเป็นในแต่ละขั้น หรือ ประเด็นเกี่ยวกับการสอน

คณิตศาสตร์อื่นๆ รวมทั้งแผนการจัดการเรียนรู้ที่สัมพันธ์กัน จนทำให้เกิดความเข้าใจมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และเห็นลำดับการสอนทางคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน ทั้งนี้การพัฒนาครูคณิตศาสตร์ที่สามารถสร้างการเรียนรู้ที่มีคุณค่าและมีความเข้าใจลำดับการสอนทางคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งซึ่งอาจต้องใช้เวลานาน หากครูมีมนทัศน์ที่ดีและเข้าใจลึกซึ้งเกี่ยวกับความหมายที่มาและความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันของมนทัศน์ ทฤษฎีบท บทนิยาม หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักสามารถออกแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อสื่อสารสื่อความหมายให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและลึกซึ้งรวมทั้งสามารถวิเคราะห์เนื้อหา และสร้างคำถามขยายความเพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนได้ จึงต้องเตรียมความพร้อมให้นักศึกษาในการเรียนรู้ที่ยั่งยืนและเป็นครูคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพในระดับสูงในการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

### ข้อเสนอแนะ

#### ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลวิจัยไปใช้

1. การสร้างรายวิชาเฉพาะที่เน้นการพัฒนามนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักศึกษาครูเป็นสิ่งที่สำคัญอย่างยิ่งเนื่องจากมีผลมากต่อการพัฒนาความเข้าใจและทักษะการสอนทางคณิตศาสตร์ของครู
2. ครูควรรวบรวมเนื้อหาที่เชื่อมโยงกับการพัฒนามนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างๆ ที่ยากสำหรับนักเรียน เช่น ตรีโกณมิติ และเนื้อหาอื่นๆ
3. ครูควรจัดการเรียนรู้เกี่ยวกับแนวคิดคณิตศาสตร์ที่สำคัญ ประวัติศาสตร์ของคณิตศาสตร์ และความสัมพันธ์ ระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน จะทำให้นักศึกษาเข้าใจมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และสามารถออกแบบชั้นเรียนที่น่าสนใจ

#### ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรทำการศึกษาเพิ่มเติมเกี่ยวกับนักศึกษาที่ยังคงมีมนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ ในเรื่องอื่นๆ โดยการหาปัจจัยที่ทำให้นักศึกษามีความยากลำบากในการเข้าใจและประยุกต์คณิตศาสตร์ และพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนให้เป็นไปในทิศทางที่ช่วยให้นักศึกษาพัฒนามนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดี
2. ควรมีการศึกษาระดับมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในเนื้อหาในระดับอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เช่น ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น หรือระดับมหาวิทยาลัย

### เอกสารอ้างอิง

Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E. & Schwingendorf, K.E. (1997). The development of students' graphical understanding of the derivative. *Journal of Mathematical Behavior*, 16, 399-431.

- Breidenbach, D., Dubinsky, E., Hawks, J. et al. (1992). Development of the process conception of function. *Educ Stud Math* 23, 247–285.
- Cobb, P. (2000). *Conducting teaching experiments in collaboration with teachers*. In A. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 307–333). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates Inc.
- Ferrini-Mundy, J. & Graham, K. G. (1991). An overview of the calculus curriculum reform effort: Issues for learning, teaching, and curriculum development. *American Mathematical Monthly*, 98(7), 627-635.
- Glaserfeld, Ernst. (2001). *Radical constructivism and teaching*. Prospects. 31.10.1007/BF03220058.
- Gravemeijer, K. P. E., Cobb, P., Bowers, J., & Whitenack, J. (2000). Symbolizing, Modeling, and Instructional Design. In P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (Eds.), *Communicating and symbolizing in mathematics: Perspectives on discourse, tools, and instructional design* (pp. 225-273). Lawrence Erlbaum Associates.
- LEE, H.-J. (2007). Developing an Effective Professional Development Model to Enhance Teachers' Conceptual Understanding and Pedagogical Strategies in Mathematics. *The Journal of Educational Thought (JET) / Revue de La Pensée Éducative*, 41(2), 125–144.
- Przenioslo, M. (2006). Conceptions of a sequence formed in secondary schools. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 37, 805-823.
- Rose, D.H. and Meyer, A., Strangman N., Rappolt G. (2002). *Teaching Every Student in the Digital Age*. Alexandria: Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD).
- Simon A.M., Kara M., Placa N., Avitzur A. (2018). Towards an integrated theory of mathematics conceptual learning and instructional design: The Learning Through Activity theoretical framework, *The Journal of Mathematical Behavior*, 52, 95-112.
- Simon, M.A. (2017). Explicating Mathematical Concept and Mathematical Conception as Theoretical Constructs. *Educational Studies in Mathematics*, 94(2), 117-137.

- Skemp, R. (2006). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12(2), 88–95. Originally published in *Mathematics Teaching*. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/41182357>.
- Tall, D., Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educ Stud Math*, 12, 151–169.
- Von Glasersfeld, E. (1995a). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. London and Washington, DC: The Falmer Press.
- \_\_\_\_\_. (2013). *Radical constructivism (Vol. 6)*. Routledge: New York.