

บทความวิชาการ

การสอนคณิตศาสตร์ในยุคดิจิทัล: วิธีการและเครื่องมือ

วุฒิชัย ภูติ^{1,*}¹โรงเรียนชุมชนบ้านคำพอกท่าดอกแก้ว ตำบลท่าจำปา อำเภอท่าอุเทน จังหวัดนครพนม

*Email: w.phoodee@gmail.com

รับบทความ: 17 เมษายน 2563 บทความแก้ไข: 12 พฤษภาคม 2563 ยอมรับตีพิมพ์: 29 พฤษภาคม 2563

บทคัดย่อ

บทความนี้มีความมุ่งหมายเพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้เครื่องมือดิจิทัลในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งในปัจจุบันเทคโนโลยีมีบทบาทสำคัญในการสร้างสภาพแวดล้อมและสนับสนุนเรียนรู้แบบเชิงรุก (Active learning) โดยครูผู้สอนจะมีบทบาทสำคัญในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้และเลือกใช้เครื่องมือดิจิทัลเพื่อสนับสนุนให้ผู้เรียนได้มีการเรียนรู้ตลอดเวลาและสามารถแสดงศักยภาพของตนเองออกมาอย่างเต็มที่ โปรแกรมคณิตศาสตร์แบบไดนามิก (Dynamic Mathematics Software: DMS) เป็นเครื่องมือสำคัญที่ช่วยอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้และการบริหารจัดการชั้นเรียนคณิตศาสตร์แบบออนไลน์ ได้แก่ GeoGebra และ Desmos เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริง มีการจดจำในการเรียนรู้ที่ยาวนานและมีความฉลาดทางดิจิทัล (Digital Intelligence Quotient : DQ)

คำสำคัญ: เครื่องมือดิจิทัลเพื่อการเรียนรู้ โปรแกรมคณิตศาสตร์แบบไดนามิก การเรียนรู้เชิงรุก ความฉลาดทางดิจิทัล

อ้างอิงบทความนี้

วุฒิชัย ภูติ. (2563). การสอนคณิตศาสตร์ในยุคดิจิทัล: วิธีการและเครื่องมือ. วารสารวิทยาศาสตร์และวิทยาศาสตร์ศึกษา, 3(2), 190-199.

Academic Article

Mathematics instruction in digital age: Methods and tools

Wuttichai Phoodee^{1,*}

¹*Chumchonbankhumpockthagek School, Tha Champa, Tha Uthen District, Nakhon Phanom*

^{*}*Email: w.phoodee@gmail.com*

Received <17 April 2020>; Revised <12 May 2020> Accepted <29 May 2020>

Abstract

The article aims to present to guidelines for mathematics teachers to apply digital tools for teaching in the digital age. Technology is an important role in enhancing an environment for mathematics learning and supports active learning. Teachers will play an important role in the design of learning activities, use of digital tools, support learning for learners to learn all the time, and be able to fully demonstrate their potential. Dynamic Mathematics Software (DMS) is an important tool that facilitates online learning and management of online math classes, including GeoGebra and Desmos, to promote students are in truly learning, has a long memory, and Digital Intelligence Quotient (DQ).

Keywords: Digital tools for learning, dynamic mathematics software, active learning, digital Intelligence quotient

Cite this article:

Phoodee, W. (2020). Mathematics instruction in digital age: Methods and tools (in Thai). **Journal of Science and Science Education**, 3(2), 190-199.

บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบมีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริง นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องเพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (The institute for the promotion of teaching science and technology, 2017) แต่ในปัจจุบันการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ยังเป็นรูปแบบเดิม คือครูผู้สอนมักจะใช้การสอนแบบบรรยายเป็นหลัก จึงทำให้ไม่เกิดความท้าทายต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน ดังนั้นการปรับเปลี่ยนรูปแบบการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเป็นผู้เรียนรู้อย่างแท้จริง (Thongma, 2018) ซึ่งการจัดการเรียนรู้ต้องให้ผู้เรียนมีบทบาทในกิจกรรมการเรียนรู้อย่างตื่นตัวและได้ริเริ่มดำเนินการเรียนรู้อย่างใส่ใจ จดจ่อในเนื้อหาอย่างต่อเนื่องตลอดกระบวนการ โดยมีการเริ่มความคิด สร้างความรู้ มีปฏิสัมพันธ์ร่วมกัน และลงมือปฏิบัติด้วยตัวเอง

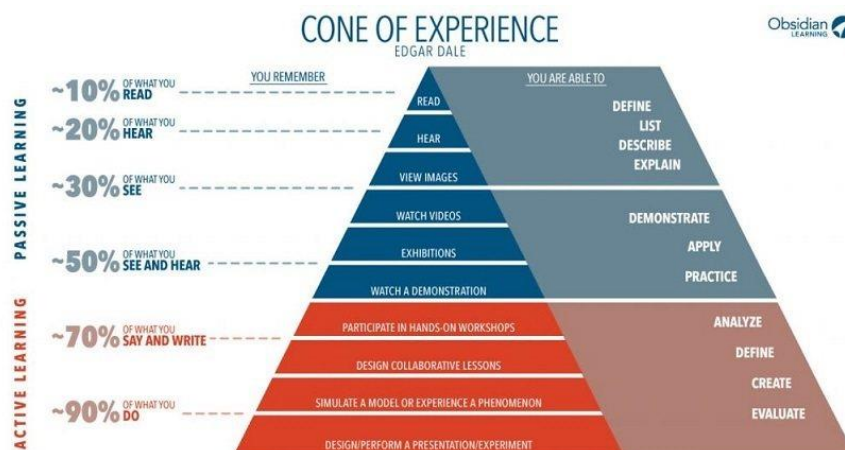
จากการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วของเทคโนโลยีสารสนเทศ โดยเฉพาะการสื่อสารผ่านระบบเครือข่ายทำให้ผู้คนในยุคดิจิทัลให้ความสนใจและใช้เทคโนโลยีเพื่อการสื่อสารในรูปแบบต่าง ๆ อย่างแพร่หลายจนกลายเป็นส่วนหนึ่งในการดำรงชีวิตและมีตอบสนองความต้องการของมนุษย์ ซึ่งจากการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวจึงทำให้เกิดวัฒนธรรมที่เน้นความสะดวกสบายมากขึ้นด้วย การใช้เทคโนโลยีเช่น การจองห้องพัก การซื้อของ การจองตั๋ว แม้กระทั่งการสั่งอาหารเพื่อบริโภค ซึ่งมีความสะดวกและรวดเร็ว ประหยัดเวลาและค่าใช้จ่ายในการเดินทาง (Champrasert, 2014)

ในการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวผู้สอนคณิตศาสตร์จำเป็นต้องนำเทคโนโลยีมาบูรณาการในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการของผู้เรียนในยุคดิจิทัลที่มีลักษณะวัฒนธรรมการเรียนรู้ตามความชอบและความสนใจ ซึ่งในบทความนี้จะนำเสนอเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในยุคดิจิทัล เพื่อให้ครูผู้สอนได้รู้และเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการสอนและการใช้เครื่องมือดิจิทัลเพื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์และสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้และการบริหารชั้นเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพต่อไป

การจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning)

การจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) คือ การสร้างองค์ความรู้ (Constructivism) ที่เน้นข้อเท็จจริงที่ว่า ผู้เรียนสร้างความรู้หรือความเข้าใจด้วยตนเองเป็นกระบวนการสร้างความหมาย (Meaning making) โดยอาศัยประสบการณ์เดิมเชิงลึกและทักษะต่างๆ (Srinon, 2018) โดยการเรียนรู้ที่ให้ความสำคัญกับประสบการณ์ ความสนใจ ความกระตือรือร้น และการมีส่วนร่วมของผู้เรียน มุ่งเน้นความรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเองในตัวผู้เรียนมากขึ้น ซึ่งผู้เรียนมีบทบาทสำคัญต่อการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ของตนเอง และการเรียนรู้นั้นจะไม่ใช้การนั่งเรียนและจดบันทึกเพียงอย่างเดียว แต่จะต้องเกิดการเรียนรู้ผ่านการปฏิบัติจริงเช่น การอ่าน การเขียน การอภิปราย การแก้ปัญหาหรือการประยุกต์ใช้สู่สถานการณ์จริงร่วมกันด้วยกิจกรรมที่หลากหลาย ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างแท้จริงทั้งด้านความรู้ ทักษะและเจตคติ โดยเฉพาะอย่างยิ่งผู้เรียนจะต้องมีส่วนร่วมในงานที่ก่อให้เกิดทักษะกระบวนการคิดขั้นสูง (Bonwell & Eison, 1991) ซึ่งครูต้องมีแนวทางในการจัดการเรียนรู้ปรับเปลี่ยนบริบทและบรรยากาศในชั้นเรียนที่สามารถบูรณาการความหลากหลายทางด้านเนื้อหาวิชาเข้ากับการพัฒนาขีดความสามารถและสร้างรูปแบบกิจกรรมที่นักเรียนอยากลงมือทำและเรียนรู้ด้วยตนเอง (Champrasert, 2014) โดยครูผู้สอนควรคำนึงถึงการจัดกิจกรรมแบบเชิงรุก (Songmoungnu, 2019) ดังนี้ 1) การสร้างบรรยากาศการเรียนรู้แบบร่วมมือ (Cooperative Learning) 2) จัดให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน (Learner Centered Learning) 3) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนจัดการข้อมูลข่าวสาร (Information Activities Learning) 4) การจัดการกระบวนการคิดและแก้ปัญหา (Solving Problems Learning) 5) การวัดและประเมินผลตามสภาพจริง (Practical Evaluation Learning) และ 6) ผู้เรียนต้องทำกิจกรรมการเรียนรู้ตลอดเวลา (Activities all Time Learning)

ดังนั้นกระบวนการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) จะทำให้ผู้เรียนสามารถรักษาผลการเรียนรู้ให้อยู่คงทนยาวนานกว่ากระบวนการเรียนรู้แบบบรรยาย (Passive Learning) เนื่องจากกระบวนการเรียนรู้เชิงรุก สอดคล้องกับการทำงานของสมองที่เกี่ยวข้องกับความจำ โดยสามารถเก็บและจดจำสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างมีส่วนร่วม มีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ผู้สอน สิ่งแวดล้อมและการเรียนรู้ได้ผ่านการปฏิบัติจริง จะสามารถเก็บความจำได้ในระยะยาว (Long Term Memory) ทำให้ผลการเรียนรู้อย่างคงอยู่ได้ ซึ่งอธิบายไว้ ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 กรวยแห่งประสบการณ์ของ เอ็ดการ์ เดล (Edgar Dale's)
ที่มา <https://elearningindustry.com/cone-of-experience-what-really-is>

จากภาพจะเห็นว่าการเรียนแบบบรรยาย (Passive Learning) ซึ่งเป็นการเรียนรู้จากการอ่าน การฟัง และการดู จะเกิดการจดจำในช่วงเวลาที่สั้น และยังให้ผู้เรียนส่วนใหญ่เกิดความเบื่อหน่ายในการเรียนรู้ แต่ถ้าครูผู้สอนปรับเปลี่ยนวิธีการสอนแบบเชิงรุก (Active Learning) โดยให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง มีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนและครูในการอภิปรายการแก้ปัญหา หรือการประยุกต์ใช้สู่สถานการณ์จริง จะทำให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นและสนุกกับการเรียนทำให้เกิดความจำที่ยาวนาน

เครื่องมือดิจิทัลเพื่อการเรียนรู้

เครื่องมือดิจิทัลเพื่อการเรียนรู้ หมายถึง โปรแกรมหรือแอปพลิเคชันสำหรับการเรียนรู้ของบุคคลทั้งแบบเรียนรู้ส่วนบุคคลหรือเรียนรู้แบบกลุ่ม ซึ่งผู้ใช้งานสามารถเข้าถึงด้วยการเชื่อมต่ออินเทอร์เน็ตผ่านคอมพิวเตอร์ แท็บเล็ต หรือสมาร์ตโฟน (Kongmanus, 2018) ทั้งนี้ผู้เรียนในยุคดิจิทัลต้องอาศัยอยู่ในสภาวะแวดล้อมที่ล้อมรอบด้วยเทคโนโลยีสารสนเทศ ผู้เรียนจึงสามารถเข้าถึงข้อมูลข่าวสารต่าง ๆ ได้อย่างสะดวกและรวดเร็วด้วยเครื่องมือดิจิทัล (Chaemchay, 2015) ซึ่งเป็นเครื่องมืออำนวยความสะดวกในการแสวงหาความรู้เพื่อการพัฒนาตนเองทั้งด้านความรู้ ทักษะต่างๆ ความคิดและทัศนคติของผู้เรียน ซึ่งสามารถใช้สร้างสรรค์ผลงานการเรียนรู้ นำเสนอ แบ่งปัน แลกเปลี่ยน สร้างมูลค่าผลงานความรู้ของตนเองสู่สาธารณะชนและใช้สื่อสารสร้างปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นได้ทุกที่ทุกเวลา นอกจากนี้ผู้สอนยังใช้เครื่องมือดิจิทัลเพื่อการเรียนรู้พัฒนาการสอนของตนเองใช้เป็นเครื่องมืออำนวยความสะดวกในการสอนและการสื่อสารระหว่างผู้เรียนได้ การใช้เครื่องมือดิจิทัลเพื่อการเรียนรู้ที่ผู้สอนต้องมีบทบาทในการคัดเลือกเครื่องมือที่มีคุณภาพและเหมาะสมกับบริบทต่างๆ เช่น สังคม วัฒนธรรม เนื้อหา ผู้เรียน เป็นต้น และเป็นผู้ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับหลักสูตรและความต้องการของผู้เรียน นอกจากนี้ยังต้องคอยชี้แนะแนวทาง อำนวยความสะดวก ให้คำปรึกษาแก่ผู้เรียนและคอยติดตามประเมินผลการใช้เครื่องมือเป็นไปตามเป้าหมายที่วางไว้ (Meesuwan, 2014) ทำให้ผู้เรียนเกิดการสร้างความรู้ด้วยตนเอง พัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่องและเหมาะสมและต้องมีความฉลาดทางดิจิทัล (Digital Intelligence Quotient: DQ) ซึ่งอธิบายไว้ ดังภาพที่ 2

จากข้อมูลจากสภาเศรษฐกิจโลกสภาเศรษฐกิจโลก (World Economic Forum) ได้ระบุถึงคุณลักษณะและทักษะชีวิตในโลกยุคดิจิทัล หรือ “ความฉลาดทางดิจิทัล” (Digital Intelligence Quotient: DQ) (Chosangnin, 2019) ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนในยุคดิจิทัล ซึ่งประกอบด้วย 8 ทักษะ ดังนี้

1. Digital citizen identity การเป็นพลเมืองดิจิทัลที่มีคุณภาพ นั่นคือผู้เรียนต้องมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องของการมีตัวตนบนโลกดิจิทัล และสามารถบริหารจัดการตนเองทั้งบนโลกออนไลน์และโลกแห่งความเป็นจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ
2. Screen time management การรู้จักควบคุมตัวเอง และสามารถแบ่งเวลาในการใช้งานอุปกรณ์เทคโนโลยีได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมถึงการเล่นเกมนอนไลน์และโซเชียลมีเดียอย่างรับผิดชอบ
3. Cyberbullying management การรับมือกับปัญหาการกลั่นแกล้งบนโลกไซเบอร์ได้อย่างชาญฉลาด
4. Cybersecurity management มีความรู้ความเข้าใจและสามารถดูแลด้านความปลอดภัยของข้อมูลบนโลกไซเบอร์ได้ เช่น การสร้างพาสเวิร์ดที่เจาะได้ยาก หรือการรับมือกับภัยคุกคามบนโลกดิจิทัล
5. Privacy management มีความเข้าใจในเรื่องความเป็นส่วนตัว (Privacy) ทั้งของตนเองและของผู้อื่น ซึ่งรวมถึงการบริหารจัดการข้อมูลส่วนบุคคล เช่น การแชร์ข้อมูลต่างๆ ด้วยเครื่องมือดิจิทัล

6. Critical thinking ผู้เรียนต้องมีความสามารถในการคิด วิเคราะห์ แยกแยะข้อมูลบนโลกดิจิทัล ว่าเป็นข้อเท็จจริงหรือไม่ มาจากแหล่งที่มีความน่าเชื่อถือไหม เป็นประโยชน์หรือเป็นอันตราย

7. Digital footprints ผู้เรียนต้องเข้าใจถึงสิ่งที่ตนเองกระทำเอาไว้บนโลกดิจิทัล ซึ่งบางครั้งอาจถูกผู้อื่นสะกดรอยตามจากสิ่งเล็กๆ น้อยๆ เหล่านั้นจนอาจมีผลกระทบต่อชีวิตในโลกแห่งความเป็นจริงได้ เพื่อให้ผู้เรียนรู้จักบริหารจัดการชีวิตบนโลกดิจิทัลอย่างรับผิดชอบ



ภาพที่ 2 ความฉลาดทางดิจิทัล (Digital Intelligence Quotient: DQ)

ที่มา <https://www.scimath.org/article-technology/item/10611-digital-intelligence>

8. Digital empathy มีความสามารถในการแสดงน้ำใจบนโลกออนไลน์ได้อย่างเหมาะสม

ดังนั้นครูผู้สอนต้องปรับเปลี่ยนวิธีคิด และวิธีการสอน โดยต้องพัฒนาศักยภาพของตนเองและทักษะที่จำเป็นในโลกอนาคต ได้แก่ การสร้างเครือข่ายทางวิชาชีพ (Network) การเป็นนวัตกรรมทางการศึกษา (Educational Innovator) (Rueangrong, 2014) และ การยึดมั่นในอาชีพและจรรยาบรรณวิชาชีพครู (Career) (Nuangchalerm, 2020) เมื่อนำมาผนวกกับโมเดล TPACK จะได้ครูในอนาคต ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 ครูในอนาคต

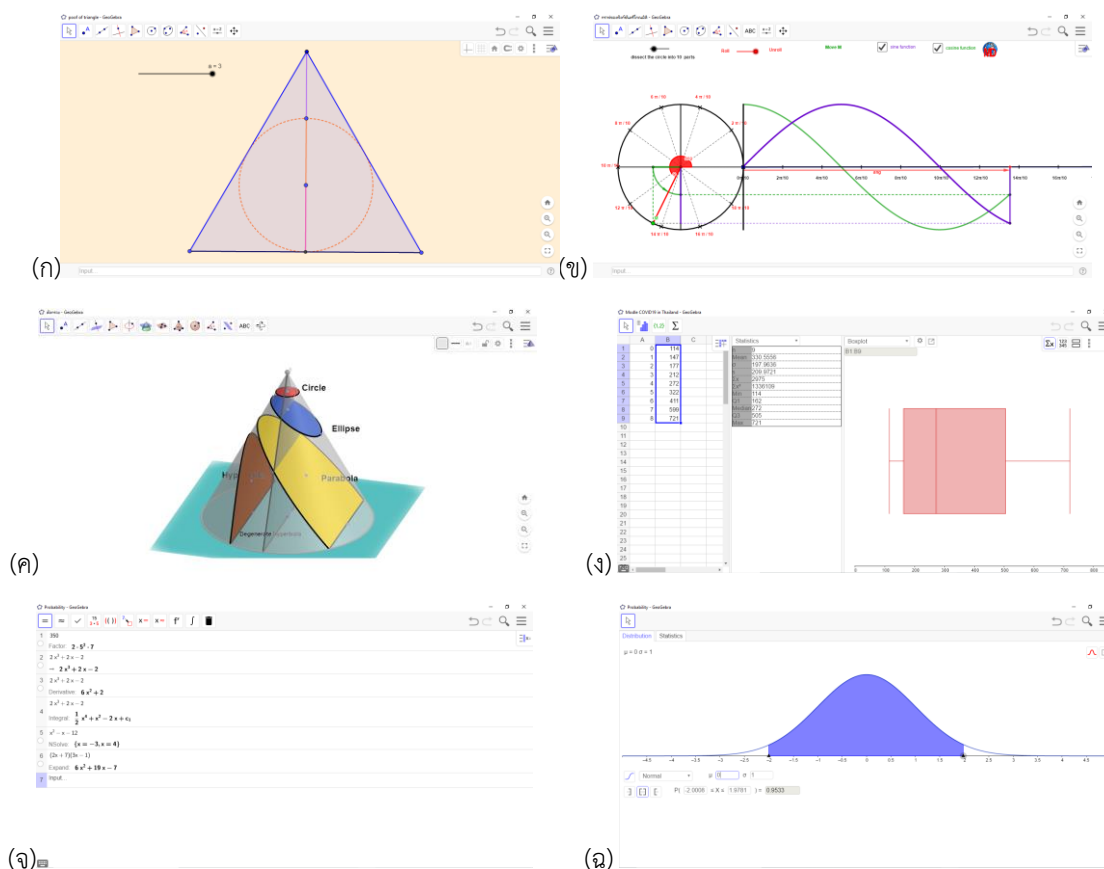
นั่นคือครูต้องมีความรู้ในเรื่องที่สอนเป็นอย่างดี (Content) และมีทักษะและวิธีการสอนที่หลากหลาย (Pedagogical) เช่น การสอนแบบสืบเสาะ (Inquiry Learning) การสอนแบบปัญหาเป็นฐาน (Problem-Based Learning) การสอนแบบโครงงานเป็นฐาน (Project-Based Learning) การสอนแบบวิจัยเป็นฐาน (Research-Based Learning) เป็นต้น โดยวิธีการ

สอนเหล่านี้จะทำให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติจริง มีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น เกิดกระบวนการคิดแก้ปัญหา นั่นคือกระบวนการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) นั่นเอง จากนั้นต้องนำมาบูรณาการกับเทคโนโลยีในการสอน (Technology integration) โดยครูต้องเป็นนวัตกรรมทางการศึกษา (Educational Innovator) โดยเป็นผู้ที่ริเริ่ม ประดิษฐ์คิดค้น สร้างสรรค์ และสนับสนุนให้เกิดเทคนิค วิธีการ รูปแบบ เครื่องมือ กระบวนการ หรือผลงานที่เป็นนวัตกรรมสำหรับใช้ในการปฏิบัติงานของตนเอง องค์กร และส่งมอบไปยังระบบการจัดการศึกษา (Educational Management System) และมีการสร้างเครือข่ายระหว่างครูผู้สอนกับครูผู้สอน ครูผู้สอนกับผู้ปกครอง ครูผู้สอนกับผู้เรียน เพื่อร่วมหาวิธีหรือแนวทางการจัดการเรียนการสอนร่วมกัน (Network) และที่สำคัญที่สุดครูผู้สอนต้องยึดมั่นในอาชีพและจรรยาบรรณแห่งวิชาชีพครู (Career)

โปรแกรมคณิตศาสตร์แบบไดนามิก (Dynamic Mathematics Software: DMS)

โปรแกรมคณิตศาสตร์แบบไดนามิก (Dynamic Mathematics Software: DMS) เป็นเครื่องมือดิจิทัลเพื่อการเรียนรู้ที่ช่วยอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้กับผู้สอนและผู้เรียน ซึ่งผนวกแอปพลิเคชันทางเรขาคณิตและพีชคณิตเข้าด้วยกันเพื่อให้ผู้ใช้ได้ใช้งานได้สะดวก (Hohenwarter, Hohenwarter and Lavicza, 2008) ในการใช้งานแอปพลิเคชัน ผู้เรียนจะได้ปฏิบัติจริงทำให้เกิดการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์และแก้ปัญหาเอง โดยสามารถใช้ได้ทั้งคอมพิวเตอร์แบบพกพา แท็บเล็ตและสมาร์ตโฟน เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการค้นคว้าหาข้อมูลและกระตุ้นความสนใจให้ผู้เรียนเกิดทัศนคติที่ดีต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Kleopatra, 2020) และผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ทุกที่ทุกเวลาและสามารถเข้าถึงแหล่งข้อมูลอย่างรวดเร็ว ซึ่งในปัจจุบันได้มีการพัฒนาแอปพลิเคชันในการเรียนรู้คณิตศาสตร์มากมายและสามารถอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

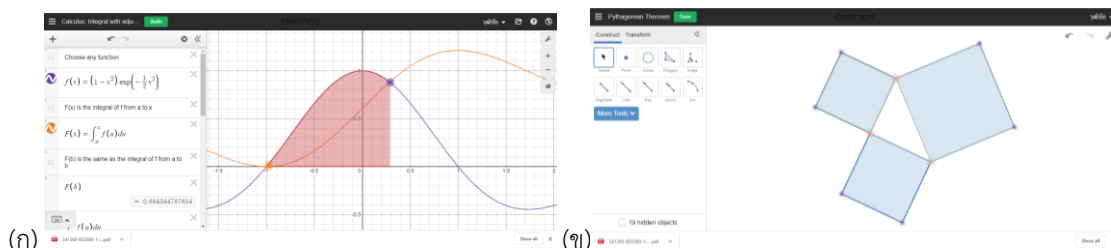
GeoGebra เป็นแอปพลิเคชันทางคณิตศาสตร์แบบไดนามิกที่สามารถใช้ผ่านคอมพิวเตอร์ แท็บเล็ต และสมาร์ตโฟนซึ่งรองรับทั้งระบบปฏิบัติการ iOS และ Android โดยสามารถเรียนรู้ได้ทุกระดับชั้นการศึกษา มีการเชื่อมระหว่างเรขาคณิต (ภาพที่ 4ก) กราฟ (ภาพที่ 4ข) สามมิติ (ภาพที่ 4ค) สถิติ (ภาพที่ 4ง) CAS (ภาพที่ 4จ) และความน่าจะเป็น (ภาพที่ 4ฉ)



ภาพที่ 4 (ก) เรขาคณิต (ข) กราฟ (ค) สามมิติ (ง) สถิติ (จ) CAS และ (ฉ) ความน่าจะเป็น
ที่มา <https://www.geogebra.org/materials>

สิ่งเหล่านี้ผนวกกันเข้าเป็นแอปพลิเคชันสำเร็จรูปเดียวทำให้สะดวกและง่ายต่อการใช้งานและเป็น General Public License (GPL) คืออนุญาตให้ใช้และเผยแพร่โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย สามารถใช้เป็นสื่อเทคโนโลยีสารสนเทศที่ช่วยให้การสอนคณิตศาสตร์เป็นรูปธรรม ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Approach) และเป็นการเรียนโดยเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (Learner-Centered Learning) เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะของการนึกภาพ (Visualization) หรือภาพเคลื่อนไหว (Animation) กระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) สามารถนำไปสร้างสื่อเสริมและสนับสนุนการเรียนรู้ได้ครบทุกสาระในวิชาคณิตศาสตร์และบูรณาการวิชาอื่นเข้าด้วยกันได้ ทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาพหุปัญญา (Phoodee, 2016) อันได้แก่ วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี วิศวกรรมศาสตร์ และคณิตศาสตร์

Desmos Graphing Calculator เป็นซอฟต์แวร์ทางคณิตศาสตร์แบบไดนามิกอีกตัวหนึ่งที่สามารถใช้ผ่านเว็บไซต์หรือใช้ผ่านแอปพลิเคชันในสมาร์ทโฟนซึ่งใช้ได้ในระบบปฏิบัติการ iOS และ Android เป็นแอปพลิเคชันเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ที่เปิดให้ใช้งานฟรีในรูปแบบของเว็บไซต์และแอปพลิเคชันบนแท็บเล็ตสามารถคำนวณค่าต่างๆ (ภาพที่ 5ก) และเขียนกราฟจากสมการต่าง ๆ ทั้งในระบบพิกัดฉากและระบบพิกัดเชิงขั้ว สร้างตาราง หาคำนวณพหุคูณและปัญหาคณิตศาสตร์ของฟังก์ชันแสดงกราฟของฟังก์ชันที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อเปลี่ยนแปลงค่าของตัวแปรด้วยตัวเลื่อน คำนวณค่าสถิติและวิเคราะห์สมการถดถอย (ภาพที่ 5ก) และใช้ในการสำรวจเรขาคณิต (ภาพที่ 5ข) ซึ่งครูผู้สอนสามารถนำแอปพลิเคชันนี้ไปช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลาย เช่น ใช้เป็นสื่อการเรียนการสอนหน้าชั้นเรียนหรือให้นักเรียนช่วยกันสำรวจเพื่อหาคำตอบร่วมกัน เป็นต้น นอกจากนี้ยังสามารถสร้างบทเรียนออนไลน์ให้ผู้เรียนเข้าไปศึกษาเพิ่มเติมได้เช่นกัน นอกจากนี้ Desmos Graphing Calculator สามารถใช้งานได้ผ่านเว็บไซต์ หรือดาวน์โหลดผ่าน แท็บเล็ตและสมาร์ทโฟนได้ทั้งระบบปฏิบัติการ iOS และ Android นอกจากนี้สามารถสร้างบทเรียนผ่าน Classroom Activities Desmos เพื่อนักเรียนสามารถเข้าใช้บทเรียนออนไลน์ได้ (The institute for the promotion of teaching science and technology, 2017)



$22 + 3$	$= 25$
$6\sqrt{5 + 21}$	$= 30.59411708$
$\sin(30) + \cos(45)$	$= 1.207106781$
$\tan(\sqrt[3]{51})$	$= 0.07565988669$
คำหลัก abc func ฟังก์ชัน a^2 a^b a $\sqrt{}$ $\sqrt[n]{}$ π sin cos tan () , 7 8 9 $\div$ 4 5 6 $\times$ 1 2 3 $-$ 0 . ans $+$ % $\frac{\Box}{\Box}$ ล้างทั้งหมด ↩	

(ค)

ภาพที่ 5 (ก) Desmos Graphing Calculator (ข) Desmos Geometry (ค) Sciencetific Calculator
ที่มา <https://www.desmos.com/>

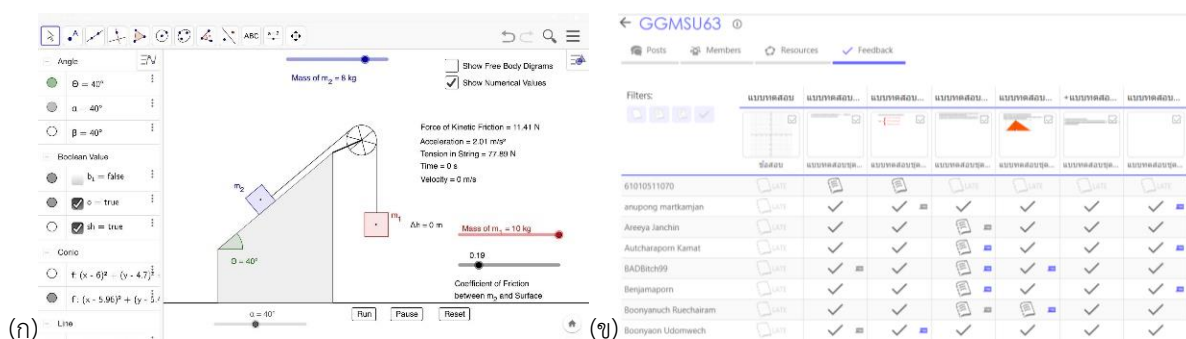
จากการนำเสนอโปรแกรมคณิตศาสตร์แบบไดนามิก (Dynamic Mathematics Software: DMS) ทั้ง 2 โปรแกรม จะเห็นว่าทั้งสองมีจุดเด่นในเรื่องการสร้างกราฟและเรขาคณิต และการใช้งานผ่านทางสมาร์ทโฟนได้ทุกระบบปฏิบัติการ แต่ความแตกต่างที่เห็นได้ชัดคือ โปรแกรม GeoGebra จะมีเครื่องมือที่มีความหลากหลาย เช่น กลุ่ม CAS กลุ่มสามมิติ กลุ่มสถิติ กลุ่ม

ความน่าจะเป็น ซึ่งทำให้มีความครอบคลุมในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นกล่าวได้ว่า GeoGebra เป็นการรวบรวมเครื่องมือทางคณิตศาสตร์มาใช้ในโปรแกรมเดียวซึ่งทำให้ง่ายและสะดวกในการทำงาน (One easy-to-use package)

ระบบจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระบบออนไลน์

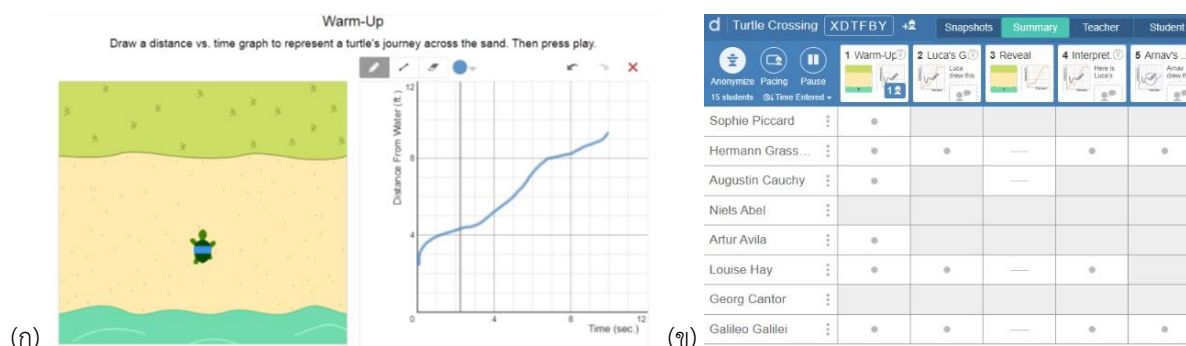
ระบบจัดการเรียนการสอนในระบบออนไลน์หรือการบริหารจัดการชั้นเรียนด้วยเครื่องมือดิจิทัลเป็นสิ่งที่ท้าทายสำหรับครูผู้สอนในยุคนี้ ซึ่งจะต้องมีการออกแบบและสร้างกิจกรรมการเรียนรู้บนเครือข่ายอินเทอร์เน็ตผ่านทางแอปพลิเคชันต่างๆ ทั้งรูปแบบเรียนเป็นหลักสูตร เป็นรายวิชา เป็นเนื้อหาเฉพาะเรื่อง จัดการเรียนรู้ได้ทั้งแบบส่วนบุคคลหรือแบบห้องเรียนเสมือน ซึ่งรองรับการนำเสนอเนื้อหาแก่ผู้เรียนในลักษณะที่หลากหลาย อาทิเช่น ข้อมูลตัวอักษร เสียง ภาพ แอนิเมชัน วิดีโอ เกมส์ แบบทดสอบ หรือ มัลติมีเดีย เป็นต้น การใช้เครื่องมือการจัดการเรียนการสอนนี้จะใช้เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน การทำงานร่วมกัน การสื่อสารระหว่างผู้เรียนและผู้สอน การควบคุมและจัดลำดับการเรียนรู้ และการอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้แก่ผู้เรียน ซึ่งในการสอนคณิตศาสตร์มีระบบให้เลือกใช้งานที่หลากหลาย เช่น

GeoGebra Group เป็นการให้บริการรูปแบบหนึ่งของ GeoGebra ที่ออกแบบมาเพื่อการแบ่งปันความรู้โดยสามารถสร้างบทเรียนจากแหล่งทรัพยากรจากเว็บไซต์ GeoGebra ซึ่งจัดตั้งเป็นชุมชนแห่งการเรียนรู้ (Learning Community) ที่ผู้ใช้นำมาแลกเปลี่ยนเรียนรู้กันเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ สื่อการสอนต่างๆ (GeoGebra Team German, 2019) โดย GeoGebra Group สามารถใช้ในการบริหารจัดการชั้นเรียนได้ อาทิเช่น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่าน GeoGebra Activity (ภาพที่ 6ก) การเรียนรู้ผ่านวิดีโอ การเรียนรู้ผ่านไฟล์งาน สามารถติดต่อสื่อสารกับผู้เรียนเป็นรายบุคคลหรือเป็นหมู่คณะได้ สามารถติดตามภาระงานของนักเรียนได้แบบเรียลไทม์ (ภาพที่ 6ข)



ภาพที่ 6 (ก) ใบกิจกรรมแบบไดนามิก (ข) GeoGebra Group
ที่มา <https://www.geogebra.org/group>

Classroom Activities Desmos เป็นบริการหนึ่งของ Desmos ที่ช่วยสนับสนุนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนเกิดทัศนคติที่ดีต่อการเรียนรู้และเข้าใจในเนื้อหา และยังเป็นชุมชนแห่งการเรียนรู้ (Learning Community) ของครูคณิตศาสตร์ในการแลกเปลี่ยนเรียนรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ สื่อการสอนต่างๆ โดย Classroom Activities สามารถสร้างบทเรียนแบบไดนามิก (ภาพที่ 7ก) แบบวัดผลทางการเรียนรู้ การตรวจสอบการเข้าใช้งาน การตอบโต้สื่อสารกับผู้เรียนตลอดจนการบริหารจัดการชั้นเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ภาพที่ 7ข) (Desmos, 2020)



ภาพที่ 7 (ก) กิจกรรมแบบไดนามิก (ข) Classroom Activities
ที่มา <https://teacher.desmos.com/>

สรุป

การสอนคณิตศาสตร์ในยุคดิจิทัล เป็นการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับสภาพการเปลี่ยนแปลงทางสังคมโดยที่มีเทคโนโลยีเข้ามามีบทบาทในชีวิตของผู้เรียนเป็นอย่างมากและเป็นการพัฒนาการศึกษาควบคู่กับการพัฒนาประเทศตามนโยบายของรัฐบาลเกี่ยวกับเศรษฐกิจยุคดิจิทัลที่กำลังเป็นนโยบายหลักในการพัฒนาสังคม เศรษฐกิจ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยครูผู้สอนเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญในการออกแบบกิจกรรมและอำนวยความสะดวกการเรียนรู้และพัฒนาศักยภาพของตนเองในด้านความรู้ ด้านการสอน ด้านบูรณาการเทคโนโลยี การเป็นนวัตกร การสร้างเครือข่ายทางวิชาชีพ และการยึดมั่นในอาชีพและจรรยาบรรณแห่งวิชาชีพครู เพื่อออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีทักษะการแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ และมีการร่วมมือทำกิจกรรมร่วมกันที่เอื้อต่อการเรียนรู้ทำให้ผู้เรียนแสดงศักยภาพของตนเองได้เต็มที่หรือที่เรียกกันว่าการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) และนำมาบูรณาการกับโปรแกรมคณิตศาสตร์แบบไดนามิก (Dynamic Mathematics Software: DMS) ซึ่งเป็นเครื่องมือดิจิทัลที่ช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมากและยังสามารถใช้ในการบริหารจัดการชั้นเรียนได้ซึ่งสามารถใช้งานผ่านแท็บเล็ตและสมาร์ทโฟนได้ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองและเข้าถึงบทเรียนหรือกิจกรรมได้ง่ายแต่อย่างไรก็ตามในการเรียนการสอนในยุคดิจิทัลนี้ผู้สอนควรให้ความสำคัญกับการพัฒนาตนเอง และผู้เรียน ให้ความสำคัญทางดิจิทัล (Digital Intelligence Quotient: DQ) เพื่อประสบความสำเร็จในการดำรงชีวิตและสามารถปรับตัวให้อยู่รอดในยุคแห่งโลกดิจิทัลที่ล้อมรอบ

เอกสารอ้างอิง

- Bonwell, C. C., & Eison, J. A. (1991). Active Learning: Creating Excitement in the Classroom. ASHE-ERIC Higher Education Report, Washington DC: School of Education and Human Development, George Washington University.
- Chaemchoy, S. (2015). Technology Leadership: Leading Technology into 21th Century School (in Thai). *Journal of Educational Nuresuan University*, 17(4), 216-224.
- Charnprasert, S. (2014). Active learning: Learning management in the 21st century. *IPST magazine*, 42(188), 3-6.
- Chosangnin, C. (2019). Digital intelligence. Retrieved 1 April 2020, from *IPST Learning Space*: <https://www.scimath.org/article-technology/item/10611-digital-intelligence>
- Desmos. (2020). Learn Desmos: Activity builder. Retrieved 1 April 2020, from *Desmos*: <https://learn.desmos.com/create>
- GeoGebra Team German (2019). GeoGebra groups. Retrieved 1 April 2020, from *GeoGebra*: <https://www.geogebra.org/m/rQrbooeq>
- Hohenwarter, J., Hohenwarter, M. and Lavicza, Z. (2008). Introducing dynamic mathematics software to teacher: The case of GeoGebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28(2), 135-146.
- Kleopatra, N. (2020). Secondary education teachers' perceptions of mobile phone and tablet use in classrooms: benefits, constraints and concerns. *Journal of Computers in Education*, 7, 257–275.
- Kongmanus, k. (2018). Digital learning tools: Ways of digital education era (in Thai). *Journal of Education Naresuan University*, 20(4), 279-290.
- Meesuwan, W. (2014). Cloud Computing for Education (in Thai). *Journal of Educational Nuresuan University*, 16(1), 149-157.
- Nuangchalerm, P. (2020). Teachers in the 21st Century. *Journal of Humanities and Social Science Mahasarakham University*, 39(1), 15-24.
- Phooddee, W. (2016). The development application process high order thinking by using GeoGebra on the relationship between the two-dimensional to three-dimensional geometry in secondary school student the first grade (in Thai). In *Proceedings of the 21st Annual Meeting in Mathematics Annual Pure and Applied Mathematics Conference 2016* (pp. 261-268). Bangkok: Chulalongkorn University.

- Rueangrong, P. (2014). Education Technology VS Thai Teacher in 21th Century. **Panyapiwat Journal**, 5, 195-207.
- Songmoungnu, T. (2019). The Active Learning Management for Teachers Under the Office of Basic Education Commission (in Thai). **Al-Nur Journal of Graduate School of Fatoni University**, 14(27), 63-73.
- Srinon, R. (2018). Active Learning Management in the Era of Thailand 4.0 (in Thai). **Journal of Educational Administration, Silpakorn University**, 9(2), 331-343.
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2017). A guide to using the curriculum to learn mathematics (revised version B.E. 2560) according to the core curriculum for basic education, 2008. Retrieved 1 April 2020, from **SciMath**: <https://www.scimath.org/ebook-mathematics/item/8380-2560-2551-8380>.
- Thongma, T. (2018). Mathematics learning resources for mobile learning in digital age (in Thai). **Journal of Educations studies, Chulalongkorn University**, 46(1), 251-256.