

บทความวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) ที่ส่งเสริมโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

รัศมี ศิริกัมพลา^{1*} และวนิธร พูนไพบูลย์พิพัฒน์¹¹ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์

*Email: Ratsmeeae2560@gmail.com

รับบทความ: 19 พฤษภาคม 2563 แก้ไขบทความ: 25 มิถุนายน 2563 ยอมรับตีพิมพ์: 29 มิถุนายน 2563

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) ที่ส่งเสริมโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และเพื่อศึกษานโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA การวิจัยนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน ผู้เข้าร่วมวิจัย คือนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งในจังหวัดชัยภูมิ จำนวน 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้แบบ CPA แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ แบบฝึก และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ข้อมูลที่เก็บรวบรวมแล้วจะถูกนำมาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA ที่ส่งเสริมโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ควรเน้นการใช้วัสดุสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความหมาย ความสัมพันธ์ และลำดับของการดำเนินการ ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร แล้วเชื่อมโยงความรู้ไปสู่การสร้างภาพจำลองปัญหาที่มีข้อมูลครบถ้วน เพื่อให้นักเรียนสามารถแปลความหมายของภาพจำลองสู่สัญลักษณ์ได้อย่างถูกต้องแม่นยำ ผลการวิจัยจากแบบฝึกระหว่างเรียนและแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน มีความสอดคล้องกัน คือ นักเรียนส่วนใหญ่มีโน้ตทัศน์ถูกต้องสมบูรณ์

คำสำคัญ: มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

อ้างอิงบทความนี้

รัศมี ศิริกัมพลา และวนิธร พูนไพบูลย์พิพัฒน์. (2563). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) ที่ส่งเสริมโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วารสารวิทยาศาสตร์และวิทยาศาสตร์ศึกษา, 3(2), 155-164.

Research Article

Learning implementation based on Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) approach to enhance mathematical concepts on addition subtraction multiplication and division for grade-4 students

Ratsamee Sirikampla^{1,*} and Wanintorn Poonpaiboonpipat¹

¹*Department of Education, Faculty of Education, Naresuan University*

**Email: Ratsmeeae2560@gmail.com*

Received <19 May 2020>; Revised <25 June 2020>; Accepted <29 June 2020>

Abstract

This research aims to develop a learning implementation based on Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) that enhance mathematical concepts and to study mathematical concepts of grade-4 students on addition, subtraction, multiplication, and division after learning based on CPA approach. This research is a classroom action research. The participants were the 40 students in grade 4 of a school in Chaiyaphum Province. The research tools were lesson plans based on CPA approach, learning reflection form, worksheets and mathematical concept test. Data were analyzed by content analysis. The results revealed that the learning implementation based on CPA should use concrete objects to enhance understanding in meaning, relationships and order of operation which are addition, subtraction, multiplication, and division. In addition, teacher should facilitate students to connect knowledge to an explicit mental model, this can help student translated model to mathematical expression correctly. The results from worksheets during learning and mathematical concept test after learning similarly showed that most students' mathematical concepts were in Sound Conceptual Understanding level.

Keywords: Mathematical Concepts, Concrete-Pictorial-Abstract (CPA), Primary School Mathematics

Cite this article:

Sirikampla, R. and Poonpaiboonpipat, W. (2020). Learning implementation based on Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) approach to enhance mathematical concepts on addition subtraction multiplication and division for grade-4 students (in Thai). *Journal of Science and Science Education*, 3(2), 155-164.

บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม (Ministry of Education, 2010) แต่ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์นั้นมีลักษณะเป็นนามธรรมและเน้นการใช้สัญลักษณ์ในการสื่อความหมาย จึงเป็นเรื่องยากที่จะทำให้นักเรียนเข้าใจ และจดจำรายละเอียดของคณิตศาสตร์ได้ทั้งหมด โมนัทศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) จึงเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์

แม้ว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิต แต่ปัจจุบันคุณภาพการศึกษาโดยเฉพาะ ระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ด้านขีดความสามารถในการแข่งขันของประเทศยังอยู่ในระดับต่ำ (Ministry of Education, 2010) เห็นได้จากผลการวิจัยการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ระดับนานาชาติ หรือ TIMSS ปี 2011 ที่จัดโดย The International Association for the Evaluation of Educational Achievement หรือ IEA สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ประเทศไทยถูกจัดกลุ่มให้อยู่ในระดับต่ำ (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology, 2015) และผลการประกันคุณภาพการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่าคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยทั้งประเทศ ต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ตลอดระยะเวลาที่ผ่านมา สอดคล้องกับคะแนน O-NET ของโรงเรียนที่ผู้วิจัยสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในปีการศึกษา 2559 มีคะแนนเฉลี่ย 53.70 คะแนน และในปีการศึกษา 2560 มีคะแนนเฉลี่ย 46.52 ซึ่งผลการทดสอบมีคะแนนเฉลี่ยลดลงเช่นกัน

ผู้วิจัยซึ่งเป็นครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ได้ประสบกับปัญหาในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนที่ทำการสอนเช่นกัน กล่าวคือนักเรียนส่วนมากไม่เข้าใจความหมาย การบวก การลบ การคูณ การหาร มักสับสนระหว่างการบวกกับการคูณ การลบกับการหาร ทำให้แปลความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง รวมถึงไม่เข้าใจความสัมพันธ์และลำดับของการดำเนินการ การบวก การลบ การคูณ และการหาร จึงไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาหรือดำเนินการแก้ปัญหาผิดแล้วยังส่งผลต่อเนื่องให้ทำแบบฝึกหัดที่แตกต่างจากตัวอย่างหรือสิ่งที่ครูเคยสอนมาแล้วไม่ได้ สิ่งเหล่านี้แสดงให้เห็นถึงความจำเป็นที่จะต้องปรับเปลี่ยนวิธีการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาโน้ตศน์เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ซึ่งเป็นพื้นฐานของการเรียนเนื้อหาต่าง ๆ ที่อาจจะส่งผลต่อเนื่องถึงการเรียนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ และระดับสูงขึ้นต่อไป

แนวทางการส่งเสริมโน้ตศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนจำเป็นต้องได้รับประสบการณ์จากกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสม และครูต้องคำนึงถึงพัฒนาการทางด้านร่างกายและสติปัญญา และต้องสร้างโมเดลที่ถูกต้องด้วยสื่อที่เป็นรูปธรรมให้นักเรียนได้มีโอกาสสัมผัสจับต้อง เรียนรู้ด้วยการคิด วิเคราะห์ สังเคราะห์ (Isaraprida, 2006) ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญาของ Piaget (Angganapattarakajorn, 2011) ที่กล่าวว่าโครงสร้างความรู้จะพัฒนาอย่างต่อเนื่องตามขั้นพัฒนาการทางปัญญา ซึ่งนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาตอนปลายตรงกับขั้นการคิดของเด็กวัย 7-11 ปีของ Piaget ที่อยู่ในขั้นปฏิบัติการคิดด้านรูปธรรม (Concrete Operation Stage) และยังสอดคล้องกับคำกล่าวของ Pattanatrakoolsook (2002) ที่ว่าเด็กวัยนี้สามารถที่จะเข้าใจเหตุผล รู้จักการแก้ปัญหาสิ่งต่าง ๆ ที่เป็นรูปธรรมได้ แต่ครูจะต้องพยายามเปลี่ยนสิ่งที่เป็นนามธรรมในคณิตศาสตร์ให้เป็นรูปธรรมที่มองง่ายขึ้น และสามารถทำความเข้าใจได้อย่างรวดเร็ว ด้วยการนำกระบวนการจัดการเรียนรู้ด้วยสื่อที่เป็นรูปธรรม ให้นักเรียนได้สัมผัสมาใช้ในการอธิบายด้วยเหตุผลทางคณิตศาสตร์และการเลือกใช้กิจกรรมให้เหมาะสมกับวัตถุประสงค์จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความคิดต่าง ๆ และทำให้เกิดโมเดลที่ถูกต้องได้ในที่สุด

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมโน้ตศน์นั้นมีหลากหลายรูปแบบ แต่ผู้วิจัยสนใจการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) ที่ได้รับการพัฒนาโดยนักจิตวิทยาอเมริกันชื่อ Jerome Bruner โดยเป็นวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่กระทรวงศึกษาธิการสิงคโปร์บรรจุในหลักสูตรสำหรับการพัฒนาแนวคิดคณิตศาสตร์เบื้องต้นที่นำมาใช้ในโรงเรียน (Hui, Hoe and Lee, 2017) ทำให้นักเรียนสิงคโปร์มีความถนัดทางคณิตศาสตร์สูงเป็นอันดับ 1 ของโลก จากการจัดลำดับของ PISA เมื่อปีพ.ศ. 2558 (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology, 2015) โดยกิจกรรมการเรียนรู้เริ่มจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมถ่ายทอดเป็นแผนภาพแล้วเชื่อมโยงสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งช่วยให้นักเรียนเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบจากรูปธรรมสู่นามธรรม สามารถเข้าใจและอธิบายภาพรวมและที่มาที่ไปของโจทย์ที่ซับซ้อนได้ จนนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาได้ในที่สุด และสามารถพัฒนาความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนเกิดโมเดลโน้ตศน์ทางคณิตศาสตร์แบบยั่งยืน เพราะการเรียนรู้แบบ CPA เป็นวิธีที่สร้างความเข้าใจความหมาย ส่งเสริมการเรียนรู้จากง่ายไปยากและเป็นวิธีที่เหมาะสมกับพัฒนาการด้านปัญญาตามวัยของผู้เรียน

ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความมุ่งมั่นที่จะทำวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA ที่ส่งเสริมโน้ตศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้ผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัย

ปฏิบัติการในชั้นเรียนซึ่งดำเนินการเป็นวงจรปฏิบัติการ PAOR ที่มีความต่อเนื่องกันเพื่อช่วยพัฒนาตัวผู้วิจัยในฐานะครูผู้สอนคณิตศาสตร์ให้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ได้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของงานวิจัย

วัตถุประสงค์

- 1) เพื่อพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) ที่ส่งเสริมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4
- 2) เพื่อศึกษานโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรู้ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ Concrete-Pictorial-Abstract (CPA)

วิธีดำเนินการวิจัย

ผู้เข้าร่วมวิจัย เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนแห่งหนึ่งในจังหวัดชัยภูมิ จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน ซึ่งเป็นห้องเรียนที่ผู้วิจัยเป็นผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์

รูปแบบการวิจัย การวิจัยครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน (Action Research) ตามแนวคิดของ (Kemmis and McTaggart, 1988) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอนใน 1 วงจร ได้แก่ 1) ขั้นวางแผน (Plan) 2) ขั้นปฏิบัติการ (Act) 3) ขั้นสังเกต (Observe) และ 4) ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) มีลักษณะทำซ้ำเป็นวงจรปฏิบัติการทั้งหมด 3 วงจรตามแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยจะนำผลที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการมาสะท้อนผล เพื่อวางแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการถัดไป มีภาพรวมของงานวิจัยดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ขั้นตอนของการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน

คาบที่	วงจร 1	วงจร 2	วงจร 3	หลังการจัดการเรียนรู้ 3 วงจร
1	1) ขั้นการให้ความหมายด้วยการแนะนำ (C: Concrete)			ทำแบบวัดมโนทัศน์
	2) ขั้นสร้างความคุ้นเคยผ่านการสำรวจ (C: Concrete)			
2	3) ขั้นการจำแนกองค์ความรู้ (P: Pictorial)			
3	4) ขั้นสร้างความเข้าใจหลักการของนามธรรม (A: Abstract)			
4		ทำแบบฝึก		

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ผู้วิจัยพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยสอดคล้องกับจุดประสงค์ของการวิจัยในแต่ละข้อ ดังนี้

1. การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA ที่ส่งเสริมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

1.1 แผนการจัดการเรียนรู้แบบ CPA เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 3 แผนแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มี 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นการให้ความหมายด้วยการแนะนำ 2) ขั้นสร้างความคุ้นเคยผ่านการสำรวจ 3) ขั้นการจำแนกองค์ความรู้ และ 4) ขั้นสร้างความเข้าใจหลักการของนามธรรม โดยใช้เวลาแผนละ 4 คาบ รวมทั้งหมด 12 คาบ

1.2 แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ซึ่งเป็นครูชำนาญการพิเศษ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ร่วมกันบันทึกประเด็นปัญหา อุปสรรค และข้อเสนอแนะในแต่ละขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อนำข้อมูลมาปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้วิจัยในวงจรปฏิบัติการถัดไป

2. การศึกษานโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรู้ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA

2.1 แบบฝึก เป็นแบบเขียนตอบและเป็นส่วนหนึ่งของแผนการจัดการเรียนรู้ ให้นักเรียนทำห่วยแต่ละแผนเป็นรายบุคคล แต่ละแบบฝึกจะมีข้อคำถามจำนวน 2 ข้อ

2.2 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบต่อเนื่อง 2 ขั้นตอน คือตอนที่ 1 เป็นแบบเลือกตอบ และตอนที่ 2 เป็นแบบเขียนตอบแสดงเหตุผลจากการตอบในขั้นที่ 1 จำนวน 10 ข้อ

การเก็บและรวบรวมข้อมูล มีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. ประชุมทีมและชี้แจงจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียนที่เป็นผู้เข้าร่วมวิจัย
2. ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 3 แผน ใช้เวลาทั้งหมด 12 คาบ
3. ระหว่างทำการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้จะจดบันทึกเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามประเด็นในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ แล้วนำผลที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการมาสะท้อนผล เพื่อวางแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการถัดไป

4. ท้ายการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละวงจรปฏิบัติการให้นักเรียนทำแบบฝึก

5. หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการให้นักเรียนทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

6. นำแบบฝึกและแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนทำแล้วมาวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยแบ่งการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ส่วน ตามวัตถุประสงค์ของงานวิจัยทั้ง 2 ข้อได้แก่

1. การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA ที่ส่งเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

ผู้วิจัยนำข้อมูลเชิงคุณภาพที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ มาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดอีกครั้ง เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ มีรายละเอียดการวิเคราะห์ข้อมูล ประกอบด้วย 1) การจัดระเบียบข้อมูลเพื่อทำการวิเคราะห์และตีความ และ 2) การจัดระเบียบเนื้อหาของข้อมูลตามประเด็นที่ผู้วิจัยต้องการวิเคราะห์ ได้แก่ ผลการปฏิบัติ อุปสรรค/ข้อจำกัด และแนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหาสำหรับการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป

โดยประเด็นเหล่านี้จะมีผลต่อการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้แบบ CPA ที่ส่งเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

2. การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรู้ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากแบบฝึกและแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาวิเคราะห์เชิงเนื้อหาเพื่อจัดกลุ่มมโนทัศน์ โดยจำแนกเป็นกลุ่มความเข้าใจมโนทัศน์ตามหลักการของ Haidar (1997 as cited in Pananchai, 2018) เป็น 5 กลุ่ม ดังนี้ 1) มโนทัศน์ถูกต้องสมบูรณ์ (Sound Conceptual Understanding: SU) 2) มโนทัศน์ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (Partial Conceptual Understanding: PU) 3) มโนทัศน์ถูกต้องบางส่วนและผิดบางส่วน (Partial with Mis-Conceptual Understanding: PMU) 4) มโนทัศน์ผิด (Mis-Conceptual Understanding: MU) และ 5) ไม่ตอบคำถามและไม่อธิบายเหตุผล (No Conceptual Understanding: NU)

ผลการวิจัย

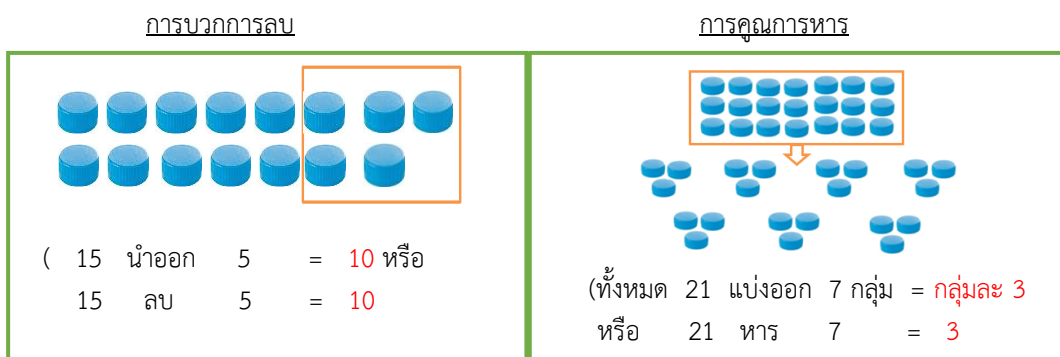
ผู้วิจัยสรุปผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยทั้ง 2 ข้อได้แก่

1. เพื่อพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA ที่ส่งเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

ผู้วิจัยสรุปการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA โดยดำเนินการสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้และเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการให้ความหมายด้วยการแนะนำ (C: Concrete)

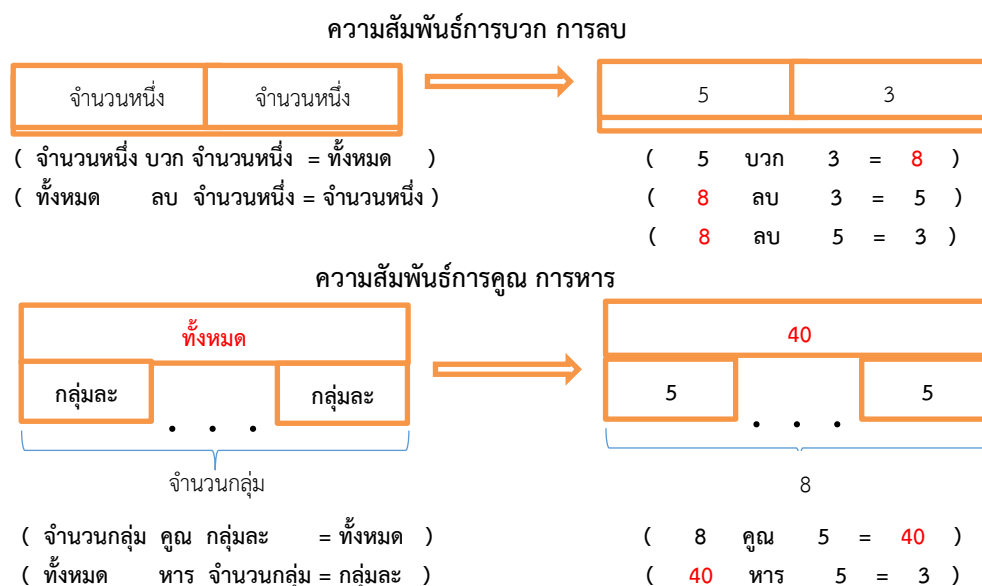
ขั้นตอนนี้เป็นส่วนหนึ่งของการสัมผัสและเรียนรู้จากของจริง (C: Concrete) การเริ่มต้นกิจกรรมการเรียนรู้ควรเน้นให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ผ่านวัตถุที่จับต้องได้ ในที่นี้ผู้วิจัยใช้ฝาชวนน้ำร่วมกับการเล่นเพื่อทำความเข้าใจความหมายการบวก การลบ การคูณ การหาร ซึ่งช่วยให้กิจกรรมน่าสนใจ รวมถึงการใช้กิจกรรมจำลองปัญหาผ่านประสบการณ์จริงจะช่วยให้นักเรียนเห็นเป็นรูปธรรมที่ชัดเจน เพราะฝาชวนน้ำเป็นวัตถุสามารถแสดงการนำเข้า นำออก แบ่งออกหรือนับเพิ่มครั้งละเท่ากัน จะช่วยสร้างความเข้าใจและอธิบายความหมายการบวก การลบ การคูณ การหาร ได้ง่ายและชัดเจน ตัวอย่างเช่น ให้นักเรียนใช้ฝาชวนน้ำแทนปัญหาประกอบกิจกรรมการเล่นบทบาทสมมติเพื่อตอบคำถาม เช่น หนูน้อยหมวกแดงมีแอปเปิล 15 ผล พบว่า เน้า 5 ผล ต้องนำออก แล้วให้นักเรียนช่วยกันนับแอปเปิลว่าเหลือเท่าไร (10 ผล) จำนวนแอปเปิลมากขึ้นหรือน้อยลง (น้อยลง) ใช้วิธีการใดหาคำตอบ (มี 15 นำออก 5 เหลือ 10/การลบ) ทำให้นักเรียนเข้าใจความหมายได้ ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 การใช้ฝาขวดน้ำแก้ปัญหาและหาคำตอบ

ขั้นที่ 2 ขั้นสร้างความคุ้นเคยผ่านการสำรวจ (C : Concrete)

ขั้นตอนนี้เป็นส่วนหนึ่งของการสัมผัสและเรียนรู้จากของจริง (C: Concrete) และเป็นขั้นตอนสำคัญในการสร้างโมทัศน์ ควรเริ่มจากให้นักเรียนเชื่อมโยงความเข้าใจในขั้นที่ 1 ร่วมกับการใช้ฝาขวดน้ำเพื่อแสดงความเข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการของจำนวน โดยมอบหมายให้นักเรียนหาคำตอบของสมการที่กำหนดให้ด้วยการใช้ฝาขวดน้ำแสดงการนำเข้า นำออก แบ่งออก หรือนับเพิ่มครั้งละเท่ากัน ซึ่งสมการที่กำหนดให้กับคำตอบจะมีความสัมพันธ์กัน เช่น $5 + 3 = 8$, $8 - 5 = 3$, $8 - 3 = 5$ แล้วใช้การชี้แนะให้นักเรียนสังเกตการดำเนินการเพื่อให้นักเรียนพบความสัมพันธ์ของการบวกกับการลบ การคูณกับการหาร แล้วจึงให้นักเรียนอธิบายความหมายและลำดับของการดำเนินการ เช่น การบวก หน้าเครื่องหมายบวกคือจำนวนหนึ่ง หลังเครื่องหมายบวกคือจำนวนหนึ่ง การลบ หน้าเครื่องหมายลบคือจำนวนทั้งหมดที่มี หลังเครื่องหมายลบคือจำนวนหนึ่ง ดังภาพที่ 2 เพื่อให้นักเรียนสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของลำดับของการดำเนินการได้ ซึ่งการเข้าใจความหมายในขั้นนี้จะเป็นเครื่องมือนำไปใช้ในการตัดสินใจเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพในขั้นตอนต่อไป

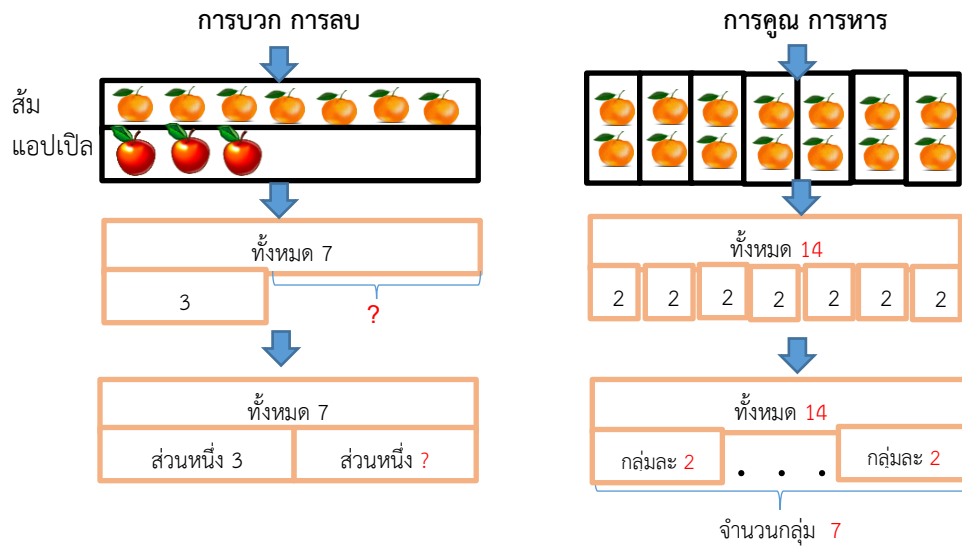


ภาพที่ 2 ความสัมพันธ์และลำดับของดำเนินการ การบวก การลบ การคูณ และการหาร

3) ขั้นที่ 3 ขั้นการจำแนกองค์ความรู้ (P: Pictorial)

ขั้นตอนนี้เป็นการเปลี่ยนเป็นรูปภาพ (P: Pictorial) โดยให้นักเรียนเชื่อมโยงการใช้ภาพจำลองปัญหากับวัตถุ เริ่มจากให้นักเรียนวาดภาพจำลองปัญหาให้เข้าใจง่าย โดยการวาดภาพเหมือนแทนวัตถุ เช่น วาดรูปแอปเปิลแทนแอปเปิลของจริง แล้ววาดภาพจำลองแทนภาพเหมือน เช่น ภาพแท่งสี่เหลี่ยมหรือวงกลมแทนภาพแอปเปิล หลังจากนั้นวาดภาพแสดงความสัมพันธ์ของปัญหา เพื่อให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้สร้างความเข้าใจจากรูปธรรมค่อย ๆ ลดความเหมือนจริงสู่การใช้ภาพจำลองได้ โดยขั้นตอนนี้ควรเน้นการใช้ความหมาย ลำดับของการดำเนินการ และความสัมพันธ์ของการบวก การลบ การคูณ การหาร

ซึ่งภาพจำลองต้องระบุข้อมูลประกอบภาพให้ครบถ้วนสมบูรณ์จะช่วยให้นักเรียนมองปัญหาได้ชัดเจนง่ายขึ้น และเมื่อนักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจจนสามารถสร้างภาพจำลองปัญหาได้ถูกต้อง แล้วจึงให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์จากภาพเพื่อเป็นการพัฒนาความสามารถในการมองภาพเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ดังภาพที่ 3

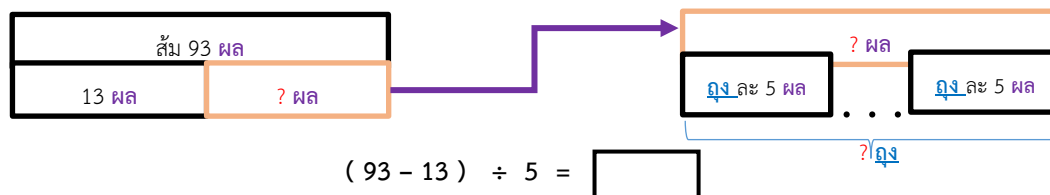


ภาพที่ 3 การเชื่อมโยงความรู้ภาพจำลองความคิดสู่ภาพความสัมพันธ์

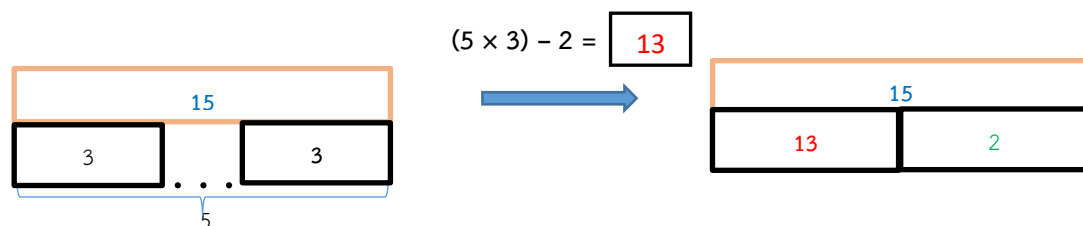
4) ขั้นที่ 4 ขั้นสร้างความเข้าใจหลักการของรูปธรรม (A: Abstract)

ขั้นตอนนี้เป็นการแปลเป็นสัญลักษณ์เพื่อจดจำ (A: Abstract) เน้นให้นักเรียนแปลความหมายของภาพจำลองปัญหาสู่สัญลักษณ์ได้อย่างถูกต้องแม่นยำ ดังภาพที่ 4 โดยใช้ความสัมพันธ์และลำดับของการดำเนินการ ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ แล้วจึงให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์จากสัญลักษณ์เพื่อเป็นการพัฒนาความสามารถในการมองสัญลักษณ์เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ดังภาพที่ 5

ฉันมีส้ม 93 ผล ให้น้องไป 13 ผล แล้วนำส้มที่เหลือไปจัดใส่ถุง ถุงละ 5 ผล ฉันจัดส้มใส่ถุงได้กี่ถุง



ภาพที่ 4 การใช้สัญลักษณ์จำลองปัญหาทางคณิตศาสตร์



ใช้ความสัมพันธ์การบวกกับการลบ

$$\begin{aligned} (5 \times 3) - 2 &= 13 \\ 5 \times 3 &= 13 + 2 \\ 15 &= 15 \end{aligned}$$

จาก (ทั้งหมด) - ส่วนหนึ่ง = ส่วนหนึ่ง
จะได้ ทั้งหมด = ส่วนหนึ่ง + ส่วนหนึ่ง
ดังนั้นคำตอบ 13 ถูกต้อง

ภาพที่ 5 การใช้สัญลักษณ์ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

2. เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรู้ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA

ผลการวิจัยจากแบบฝึกและแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จำแนกตามกลุ่มมโนทัศน์ จำแนกเป็น ผลการวิเคราะห์ แบบฝึกทำยวงจรปฏิบัติการทั้ง 3 วงจร (ตารางที่ 2) และผลการการวิเคราะห์แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หลังการเรียนรู้ ทั้ง 3 แผน (ตารางที่ 3)

ตารางที่ 2 ผลการจัดกลุ่มความเข้าใจมโนทัศน์จากแบบฝึก

วงจรที่	เรื่อง	กลุ่มมโนทัศน์ (ร้อยละ)				
		SU	PU	PMU	MU	NU
1	การบวก	77.50	2.50	15.00	5.00	0.00
	การลบ	75.00	5.00	15.00	2.50	2.50
2	การคูณ	72.50	10.00	10.00	0.00	7.50
	การหาร	65.00	7.50	15.00	7.50	5.00
3	โจทย์ระคน 1 (บวก,ลบ)	67.50	12.50	7.50	5.00	7.50
	โจทย์ระคน 2 (คูณ,หาร)	65.00	10.00	12.50	2.50	10.00

ตารางที่ 3 ผลการจัดกลุ่มความเข้าใจมโนทัศน์จากแบบวัดมโนทัศน์

ข้อที่	เรื่อง	กลุ่มมโนทัศน์ (ร้อยละ)				
		SU	PU	PMU	MU	NU
1	การบวก	75.00	10.00	7.50	7.50	0.00
2	การบวก	77.50	5.00	5.00	10.00	2.50
3	การลบ	67.50	7.50	12.50	10.00	2.50
4	การลบ	72.50	5.00	12.50	7.50	2.50
5	การคูณ	65.00	10.00	7.50	12.50	5.00
6	การคูณ	70.00	10.00	10.00	10.00	0.00
7	การหาร	60.00	22.50	7.50	5.00	5.00
8	การหาร	65.00	5.00	5.00	17.50	7.50
9	ระคน	65.00	12.50	7.50	10.00	5.00
10	ระคน	60.00	12.50	10.00	12.50	5.00

จากตารางที่ 2 แสดงผลการวิเคราะห์แบบฝึกทำยวงจรปฏิบัติการทั้ง 3 วงจร ได้แก่ 1) การบวก การลบ 2) การคูณ การหาร และ 3) การบวก การลบ การคูณ การหาร ระคน แต่ละวงจรมีเนื้อหาย่อย 2 เรื่อง ผู้วิจัยนำข้อมูลของนักเรียนมาจัดกลุ่มมโนทัศน์แล้วคำนวณเป็นค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนในแต่ละกลุ่มมโนทัศน์ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในกลุ่มความเข้าใจถูกต้องสมบูรณ์ (SU) โดยเข้าใจว่าการบวกคือการนำมารวมกัน การลบคือการนำจำนวนหนึ่งหักออกจากอีกจำนวนหนึ่งหรือการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวน การคูณคือการบวกจำนวนที่เท่า ๆ กันหรือการนับเพิ่มจำนวนครั้งละเท่า ๆ กัน การหารคือการแบ่งออกเป็นกลุ่มย่อยเท่า ๆ กันหรือการนับลดลงครั้งละเท่า ๆ กัน เห็นได้จากการที่นักเรียนสามารถใช้วัตถุของจริงแทนการนำเข้า นำออก แบ่งออกหรือนับเพิ่มครั้งละเท่า ๆ กัน ในการแสดงความหมายการบวก การลบ การคูณ การหารได้ สามารถวาดภาพจำลองความคิดเพื่อจำลองปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ และแปลความหมายจากภาพจำลองปัญหาทางคณิตศาสตร์สู่การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แสดงประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่ามโนทัศน์ส่วนน้อยที่อยู่ในกลุ่มมโนทัศน์ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU) นั่นคือ นักเรียนเขียนองค์ประกอบภาพจำลองความคิดไม่ครบถ้วน หรือเขียนประโยคสัญลักษณ์ไม่ครบประโยค เช่น เขียนประโยคสัญลักษณ์เป็น $95 \div 5$ ซึ่งถือว่ามโนทัศน์ไม่ครบถ้วน นอกจากนี้ยังพบว่ามีนักเรียนส่วน

หนึ่งที่มีมโนทัศน์ถูกต้องบางส่วนและผิดบางส่วน (PMU) เช่น นักเรียนวาดภาพจำลองปัญหาได้ถูกต้องแต่แปลเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และนักเรียนบางส่วนที่มีมโนทัศน์ผิด (MU) เกิดจากนักเรียนไม่เข้าใจความหมายการบวก การลบ การคูณ การหาร เห็นได้จากการที่นักเรียนใช้วัตถุแสดงการดำเนินการของจำนวนเพื่อหาคำตอบของสมการผิด ถึงแม้ว่าจะมีนักเรียนส่วนน้อยที่อยู่ในกลุ่ม PMU และ MU แต่ทั้งสองกลุ่มจัดว่าเป็นกลุ่มที่ควรได้รับการแก้ไขมโนทัศน์ให้ถูกต้องไม่เช่นนั้นนักเรียนจะเกิดความเข้าใจแบบผิด ๆ และเป็นปัญหาต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกันต่อไป

จากตารางที่ 3 ผลการวิเคราะห์แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 3 แผน จำนวน 10 ข้อ ผู้วิจัยนำข้อมูลของนักเรียนมาจัดกลุ่มมโนทัศน์แล้วคำนวณเป็นค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนในแต่ละกลุ่มมโนทัศน์ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ถูกต้องสมบูรณ์ (SU) สามารถใช้มโนทัศน์เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ตอบคำถามทางคณิตศาสตร์และอธิบายเหตุผลได้ แสดงให้เห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA ส่งเสริมมโนทัศน์ได้ ช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อน โดยใช้มโนทัศน์ในการวางแผนแก้ปัญหาและอธิบายเหตุผลได้ แต่ก็มีนักเรียนบางส่วนที่มีมโนทัศน์ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU) เช่น ไม่มีชื่อภาพ ไม่ระบุหน่วยของจำนวน ใช้ภาพที่มีขนาดไม่เท่ากันในการเปรียบเทียบ และมีจุดเริ่มต้นของภาพที่ใช้ในการเปรียบเทียบไม่ตรงกัน

สรุปและอภิปรายผล

1. แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA ที่ส่งเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

แนวทางในการจัดการเรียนรู้แบบ CPA ควรใช้วัตถุในการทำความเข้าใจความหมาย ความสัมพันธ์ และลำดับของการดำเนินการ การบวก การลบ การคูณ การหาร เพราะการใช้วัตถุจำลองปัญหามานับประสบการณ์จริงช่วยให้นักเรียนเห็นเป็นรูปธรรมที่ชัดเจนและช่วยสร้างความเข้าใจที่เป็นแก่นแท้ ซึ่งการสัมผัสและเรียนรู้จากของจริงจะมีความสำคัญที่สุดในการสร้างมโนทัศน์ สอดคล้องกับทฤษฎีพัฒนาการเรียนรู้ตามวัยของ Piaget (Isaraprida, 2006) ว่าการคิดด้านรูปธรรมมาก่อนการคิดแบบเหตุผล การได้รับประสบการณ์ตรงจากของจริงจึงสามารถช่วยให้ทำความเข้าใจได้อย่างรวดเร็ว และจะทำให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้จากง่ายไปยาก ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ได้ในแต่ละขั้นตอน ซึ่งสอดคล้องกับ Mekanong (2003) กล่าวว่าหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญ คือ สอนโดยการใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรม เป็นกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อผู้เรียนจะได้พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งจากการจัดกิจกรรมดังกล่าวเป็นการจัดตามลำดับพัฒนาการของการเรียนรู้ โดยให้นักเรียนใช้วัตถุของจริงสร้างความเข้าใจความหมายและความสัมพันธ์ของลำดับของการดำเนินการ ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร แล้วแปลงจากวัตถุของจริงเป็นรูปภาพ ค่อยยับยู่สู่การใช้รูปภาพแทน เช่น วาดวงกลมเพื่อทดแทนส้ม หรือวาดสี่เหลี่ยมเพื่อแทนกล่อง แล้วจึงใช้การวาดภาพจำลอง เช่น ใช้บาร์โมเดลในการจำลองปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งภาพจำลองเน้นการใช้ข้อมูลภาพให้สมบูรณ์ ช่วยให้ภาพจำลองปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจนทำให้แปลความหมายสู่สัญลักษณ์ได้ง่ายขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของ Hoe and Jeremy (2014) ที่ว่าการเรียนรู้แบบ CPA เป็นเครื่องมือในการจัดการเรียนการสอนของครูให้นักเรียนระดับประถมศึกษาสามารถสร้างตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงความรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนรู้ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA

นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องสมบูรณ์เห็นได้จากผลการวิจัยจากแบบฝึกในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกับแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เนื่องจากการใช้วัตถุของจริงทำความเข้าใจความหมายและความสัมพันธ์ของลำดับของการดำเนินการ การบวก การลบ การคูณ และการหาร เห็นเป็นรูปธรรมที่ชัดเจนทำให้เข้าใจได้ง่าย จึงนำความรู้ไปเชื่อมโยงสู่การใช้ภาพจำลองความคิดแทนปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน และเมื่อภาพปัญหาชัดเจนร่วมกับการมีความรู้ความเข้าใจทำให้แปลภาพเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง โดยในส่วน of นักเรียนที่มีมโนทัศน์ถูกต้องสมบูรณ์ (SU) คือนักเรียนสามารถใช้ภาพจำลองปัญหาได้ถูกต้องข้อมูลครบถ้วนสมบูรณ์ นักเรียนเข้าใจความหมาย ความสัมพันธ์ และลำดับของการดำเนินการ การบวก การลบ การคูณ การหาร สามารถนำมาใช้ตัดสินใจเลือกวิธีแก้ปัญหาโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนปัญหาได้ถูกต้อง ดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบที่ถูกต้อง และใช้สัญลักษณ์ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Hoong, Kin and Pien (2015) ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA พัฒนามโนทัศน์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนทุกคนให้ผ่านเกณฑ์ได้ แต่ถึงอย่างไรก็ยังมีนักเรียนส่วนหนึ่งที่มีมโนทัศน์ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU) ที่ผู้วิจัยสังเกตพบว่ามีเกิดในขั้นการสร้างภาพจำลองเป็นส่วนใหญ่ โดยนักเรียนขาดการตรวจสอบในระหว่างการวาดภาพจำลองปัญหา เร่งรีบในการทำแบบฝึกและแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ขาดความรอบคอบ ขาดการ

ตรวจสอบความถูกต้องสมบูรณ์ของภาพ เช่น ไม่ใส่หน่วยหลังจำนวน ไม่ระบุชื่อของส่วนประกอบในภาพ แนวทางแก้ไขปัญหานี้ อาจทำได้โดยการเน้นย้ำให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของภาพ ให้นักเรียนได้มีโอกาสเผชิญกับปัญหาที่หลากหลายเพื่อฝึก การสร้างภาพจำลองปัญหาได้ถูกต้อง

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA ในขั้นการใช้วัตถุ เน้นการสร้างความเข้าใจความหมาย ความสัมพันธ์และลำดับ ของการดำเนินการ ซึ่งขั้นนี้เป็นขั้นตอนที่สำคัญในการสร้างมโนทัศน์ เพราะสามารถนำไปเชื่อมโยงความรู้เดิม และพัฒนาสู่การ สร้างภาพจำลอง และแปลความหมายภาพเป็นสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ในขั้นนี้ครูควรตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนจนมั่นใจว่า นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจแล้วจึงจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นต่อไปเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องสมบูรณ์และไม่เกิด ความเข้าใจคลาดเคลื่อนหรือเข้าใจผิดในการเชื่อมโยงความรู้ไปใช้ในขั้นต่อไป

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

ควรศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ CPA ที่ส่งเสริมการสื่อสาร และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก ขณะที่สอนด้วยรูปแบบ CPA ผู้วิจัยพบว่า การให้นักเรียนเรียนรู้จากของจริง แล้วเปลี่ยนเป็นรูปภาพ เพื่อจำลองปัญหาทาง คณิตศาสตร์ นักเรียนจะใช้ภาพสื่อความหมายจำลองปัญหา และใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนภาพจำลอง ซึ่งอาจจะช่วยให้ เกิดการพัฒนาทักษะการสื่อสาร และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ได้

เอกสารอ้างอิง

- Angganapattarakajorn. V. (2011). Complete with things you should know for math teachers (in Thai). Bangkok: Charasanitwong Printing.
- Hoe, L. N. and Jeremy. T. B. L. (2014). The role of virtual manipulatives on the Concrete-Pictorial-Abstract approach in teaching primary mathematics. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*, 8(2), 102-121.
- Hoong, L. Y., Kin, H. W. and Pien. C. L. (2015). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future. *The Mathematics Educator*, 16(1), 1-18.
- Hui, C. S., Hoe, L. N. and Lee, K. P. (2017). Teaching and Learning with Concrete- Pictorial-Abstract Sequence: A Proposed Model. *The Mathematics Educator*, 17(1), 1- 28.
- Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2015). Trends in International Mathematics and Science Study 2015 (in Thai). Retrieved 1 February 2020, from **TIMSS 2015**: from://timssthailand.ipst.ac.th/timss/reports/TIMSS2015summary
- Isaraprida, P. (2006). Essential educational psychology (in Thai). Khon Kaen: **Klungnanatham**.
- Kemmis, S., & McTaggart, R. (1988). The action research planer (3rd ed.). Victoria: **Deakin University**.
- Makanong, A. (2003). Teaching and learning (in Thai). Bangkok: **Chulalongkorn University Press**.
- Ministry of Education, Thailand. (2010). Basic Education Core Curriculum B.E. 2551 (A.D. 2008). Bangkok: **The Agricultural Co-operative Federation of Thailand**.
- Pananchai, K. (2018). Eleventh grade students' conceptual understanding and mental models on chemical equilibrium from learning by using inquiry incorporated with predict-observe-explain technique (in Thai). *Journal of Science and Science Education*, (1)1, 49-60.
- Pattanatrakoolsook, K. (2002). Why should we learn mathematics? (in Thai). *Journal of Mathematics*, 46, 35-39.