



บทความวิจัย

การพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้แบบพลวัต GeoGebra เรื่อง ปริซึม เพื่อเพิ่มความคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติ

มลฤดี มณีล้ำ¹ และไพรินทร์ สุวรรณศรี^{1,2,*}¹ สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี² ภาควิชาคณิตศาสตร์ สถิติ และคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี*Email: puirin.s@ubu.ac.th

รับบทความ: 2 สิงหาคม 2564 แก้ไขบทความ: 30 กันยายน 2564 ยอมรับตีพิมพ์: 1 พฤศจิกายน 2564

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้พัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องปริซึมแบบพลวัตผ่านสื่อออนไลน์โดยใช้โปรแกรม GeoGebra เพื่อเพิ่มทักษะความคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้พัฒนาชุดกิจกรรมขึ้น จำนวน 4 ชุดกิจกรรม ประกอบด้วย ชุดที่ 1 เรื่อง การสร้างรูปปริซึมแบบต่าง ๆ ชุดที่ 2 เรื่อง รูปคลี่ของปริซึมแบบต่าง ๆ ชุดที่ 3 เรื่อง พื้นที่ผิวของปริซึมแบบต่าง ๆ และชุดที่ 4 เรื่อง การหาปริมาตรของปริซึมแบบต่าง ๆ ผลจากการศึกษานี้พบว่า การเรียนผ่านชุดกิจกรรมผ่านโปรแกรม GeoGebra สามารถเพิ่มความคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติของผู้เรียน ผู้เรียนสามารถวาดรูปปริซึมเชื่อมโยงจากรูปเรขาคณิตสองมิติ สามารถสร้างรูปคลี่ของปริซึมแบบต่าง ๆ ได้ อีกทั้งยังเพิ่มทักษะการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม

คำสำคัญ: ความคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติ ปริซึม GeoGebra

อ้างอิงบทความนี้

มลฤดี มณีล้ำ และไพรินทร์ สุวรรณศรี. (2564). การพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้แบบพลวัต GeoGebra เรื่อง ปริซึม เพื่อเพิ่มความคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติ. วารสารวิทยาศาสตร์และวิทยาศาสตร์ศึกษา, 4(2), 255 - 263.

Development of dynamic GeoGebra learning activity of prism to improve student's 3d geometry thinking

Monruedee Maneelam¹ and Pairin Suwannasri^{1,2,*}

¹*Mathematics Education Program, Faculty of Science, Ubon Ratchathani University*

²*Department of Mathematics, Statistics and Computers, Faculty of Science, Ubon Ratchathani University*

* Email: pairin.s@ubu.ac.th

Received <2 August 2021>; Revised <30 September 2021>; Accepted <1 November 2021>

Abstract

This research has developed a series of activities for learning about prism via online media using GeoGebra software to improve the student's 3D geometry thinking. We developed four activity sets consisting of series 1: "Prism construction", series 2: "Unfolding form of different prisms", series 3: "Surface area of different prisms" and series 4: "Volume of different prisms". The results of this study showed that learning through a series of activities through GeoGebra can increase students' 3D geometry thinking. Student can draw the completed prisms by connected from 2 dimensions and can construct the nets of different types of prisms. It also improves the problem solving skills of prism surface area and volume.

Keywords: 3D geometry thinking, prism, GeoGebra

Cite this article:

Maneelam, M. and Suwannasri, P. (2021). Development of dynamic GeoGebra learning activity of prism to improve student's 3d geometry thinking (in Thai). *Journal of Science and Science Education*, 4(2), 255 - 263.

บทนำ

การคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติประกอบด้วยการนิยาม ทำความเข้าใจ และจำแนกรูปทรงเรขาคณิต การทำความเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างรูปทรงเรขาคณิต การใช้เหตุผล การพิสูจน์ การสร้างภาพ และการวาดภาพ (NCTM, 2000) Pittalis and Christou (2010) ระบุทักษะการคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติว่าเป็นความสามารถในการจัดการกับรูปแบบการแสดงต่างๆ ของรูปเรขาคณิตสามมิติ ความสามารถในการจดจำและสร้างรูปคลี่ ความสามารถในการจัดโครงสร้างอาร์เรย์ 3 มิติของลูกบาศก์ ความสามารถในการจดจำคุณสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติและเปรียบเทียบรูปเรขาคณิตสามมิติ และความสามารถในการคำนวณปริมาตรและพื้นที่ของของแข็ง

การคิดเชิงเรขาคณิตเชื่อมโยงกับทุกสาระในหลักสูตรคณิตศาสตร์และหลากหลายสถานการณ์ในชีวิตจริง (Jones and Mooney, 2003) ผู้เรียนไม่เพียงแต่จะพัฒนาการรับรู้เชิงพื้นที่ สัญชาตญาณเชิงเรขาคณิต และความสามารถในการเห็นภาพแต่ยังพัฒนาความรู้ความเข้าใจและความสามารถในการใช้คุณสมบัติทางเรขาคณิตและทฤษฎีบท (Jones, 2002) การคิดทางเรขาคณิตสามมิตินั้นมีความเชื่อมโยงกับความสามารถของนักเรียนในการคำนวณปริมาตรและพื้นที่ผิวของของแข็ง ผลการวิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มุ่งเน้นไปที่สูตรและการดำเนินการเชิงตัวเลขที่จำเป็นในการคำนวณปริมาตรหรือพื้นที่ผิวของของแข็งและไม่สนใจโครงสร้างของหน่วยวัด (Owens and Outhred, 2006) Battista (2003) เสนอแนะว่านักเรียนควรพัฒนาความจำเป็นสองประการทักษะในการคำนวณแนวความคิดปริมาตรและพื้นที่ผิวของของแข็ง: (a) แนวคิดของการดำเนินการเชิงตัวเลขและการเชื่อมโยงของสูตรที่มีโครงสร้างของของแข็งและ (b) ความเข้าใจและการสร้างภาพโครงสร้างภายในของของแข็งด้วยวิธีนี้ ความสามารถในการแจกแจงลูกบาศก์ที่พอดีในกล่องสามารถช่วยให้เข้าใจวิธีการคำนวณปริมาตรของมัน (Battista, 1999)

งานวิจัยนี้มุ่งเน้นที่จะพัฒนาสื่อการสอนที่ส่งเสริมการคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติเรื่อง ปริซึมซึ่งเป็นรูปทรงเรขาคณิตสามมิติที่มีความกว้าง ความยาว ความสูง และมีฐานที่แตกต่างกัน เป็นเรื่องยากมากที่ผู้สอนจะจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนระดับมัธยมต้นเข้าใจในรูปร่างของปริซึมที่แตกต่างกันหลากหลายรูปแบบได้โดยเฉพาะอย่างยิ่งการเข้าใจรูปคลี่ของปริซึมนั้นซับซ้อนมากถ้าผู้เรียนไม่เข้าใจรูปคลี่ก็จะส่งต่อการหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม ยิ่งไปกว่านั้นในยุคที่จะต้องจัดการเรียนผ่านออนไลน์จึงเป็นเรื่องยากที่ผู้เรียนจะได้เข้าใจและมองเห็นภาพวัตถุสามมิติทุกมุมมอง สื่อการสอนและเทคโนโลยีเป็นสิ่งสำคัญยิ่งที่ทำให้เกิดความเข้าใจนั้น นอกจากนี้การใช้เทคโนโลยีในการเรียนรู้สามารถเพิ่มชิ้นความสนใจในการเรียนและความกระตือรือร้นของนักเรียนที่มักจะรู้สึกเบื่อในการเรียนคณิตศาสตร์ สื่อการสอนในปัจจุบันมีหลากหลาย สามารถนำเสนอได้ทั้งข้อความ รูปภาพทั้งภาพนิ่งภาพเคลื่อนไหว และในรูปของเสียง การที่จะพัฒนาสื่อการสอนเรื่อง ปริซึม จะต้องทำให้ผู้เรียนเห็นภาพทุกมุมมอง เห็นทุกส่วนประกอบของปริซึม

หนึ่งในเทคโนโลยีที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์คือซอฟต์แวร์ GeoGebra เป็นคำย่อของ Geometry และ Algebra ซึ่งเป็นคณิตศาสตร์ซอฟต์แวร์ที่สามารถใช้เพื่อเป็นสื่อในการถ่ายทอดเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในเรขาคณิตพีชคณิตและแคลคูลัส เป็นเทคโนโลยีที่ง่ายต่อการเข้าถึงทั้งแบบออนไลน์ ออฟไลน์และแอปพลิเคชันบนมือถือ การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วย GeoGebra สามารถช่วยให้นักเรียนเห็นภาพของคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมชัดเจนขึ้น (Azizul and Din, 2018) อีกทั้งยังช่วยการมีส่วนร่วมและแรงจูงใจในการเรียนรู้มากยิ่งขึ้น (Chehlarova and Chehlarova, 2014; López, 2011; Zengin and Tatar, 2017)

มีงานวิจัยมากมายที่รายงานว่า GeoGebra มีผลดีต่อความสำเร็จและความเข้าใจของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ Zengin และ Tatar (2017) ทั้งคู่ค้นพบในเชิงบวกเกี่ยวกับความสามารถและความสำเร็จของนักเรียนเมื่อพวกเขาใช้ GeoGebra ในการสอนฟังก์ชันกำลังสอง สอดคล้องกับงานวิจัยของ Richardson และ Koyunkaya (2017) โดยมุ่งเน้นไปที่ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับคำจำกัดความของมุม ซึ่งพบว่า GeoGebra ส่งผลทางบวกเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์และความเข้าใจของนักเรียน นอกจากนี้ Hutkemri และ Akmar (2016) พบว่านักเรียนที่ใช้ GeoGebra แสดงให้เห็นถึงความรู้เชิงแนวคิดและความรู้เชิงกระบวนการของนักเรียนเพิ่มขึ้นอย่างมากซึ่งส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน Alkhateeb และ Al-Duwairi (2019) ได้ศึกษาผลกระทบของแอปพลิเคชันมือถือ (GeoGebra และ Sketchpad) เกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในเรื่องเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่าการใช้ Sketchpad และ GeoGebra ช่วยส่งเสริมให้กับนักเรียนความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดเชิงเรขาคณิต ซึ่ง GeoGebra ส่งผลมากกว่า Sketchpad ต่อการเรียนรู้ของนักเรียน

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ปริซึม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผ่านโปรแกรม GeoGebra ที่ให้ผู้เรียนเข้าถึงได้ง่ายทั้งออนไลน์ ออฟไลน์และแอปพลิเคชันบนมือถือ พร้อมทั้งศึกษาและวิเคราะห์ผลจากการเรียนผ่านกิจกรรมผ่าน GeoGebra ต่อความคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติของผู้เรียน

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนออนไลน์ เรื่อง ปริซึมผ่านโปรแกรม GeoGebra สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. เพื่อศึกษาและวิเคราะห์ผลจากการเรียนผ่านกิจกรรมต่อความคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติของผู้เรียน

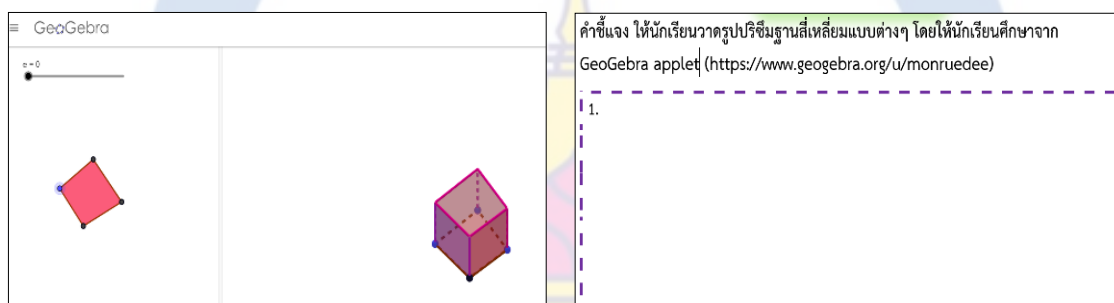
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยโดยใช้รูปแบบการทดลองที่มี 1 กลุ่มและมีการทดสอบหลังเรียนอย่างเดียว The One-Group Posttest-Only Design โดยใช้ชุดกิจกรรม GeoGebra เรื่อง ปริซึม กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านดงเปือย (มูลนิธิศึกษาวิทยา) ที่กำลังศึกษาภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 อำเภอรัตนบุรี จังหวัดสุรินทร์ จำนวน 6 คน ไปด้วยกลุ่มอ่อน ปานกลางและเก่งโดยมาจากการเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง

1. ออกแบบการเรียนการสอนผ่านโปรแกรม GeoGebra

ผู้วิจัยได้ออกแบบแผนการเรียนรู้เรื่องปริซึม 4 ชุดกิจกรรมโดยมีขั้นตอน ดังนี้

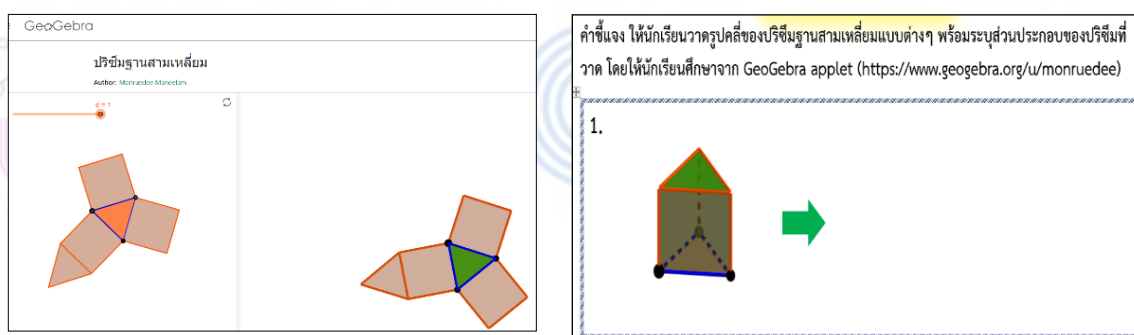
1.1) ผู้เรียนศึกษารูปปริซึมตามรูปแบบต่าง ๆ ผ่านกิจกรรมชุดที่ 1 โดยทำการเลื่อนค่า n ใน GeoGebra เพื่อเพิ่มจำนวนจุดของฐานดังภาพที่ 1 ก (ซ้ายมือ) จากนั้นผู้เรียนทำการวาดรูปปริซึมที่ปรากฏลงในใบกิจกรรมดังภาพที่ 1 ข (ขวามือ) นอกจากนั้นผู้เรียนยังศึกษารูปแบบของฐานที่ต่างกันโดยขยับจุดขอบของฐาน



ก) โปรแกรม GeoGebra ข) ใบกิจกรรมชุดที่ 1

ภาพที่ 1 ตัวอย่างชุดกิจกรรมที่ 1 เรื่อง การสร้างรูปปริซึมแบบต่าง ๆ

1.2) ผู้เรียนศึกษารูปคลี่ของปริซึมผ่านกิจกรรมชุดที่ 2 โดยทำการเลื่อนค่า n เพื่อดูการเคลื่อนไหวของการคลี่ปริซึมรูปแบบต่าง ๆ ดังภาพที่ 2ก (ซ้ายมือ) จากนั้นผู้เรียนทำการวาดรูปคลี่ของปริซึมที่ปรากฏลงในใบกิจกรรมดังภาพที่ 2ข (ขวามือ)



ก) โปรแกรม GeoGebra

ข) ใบกิจกรรมชุดที่ 2

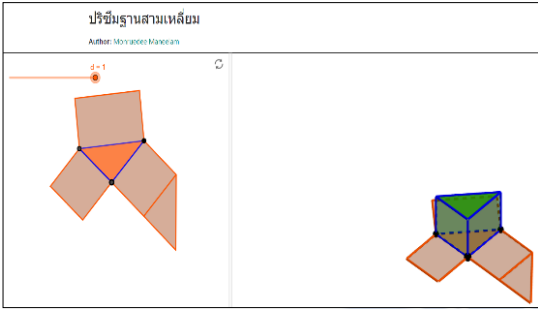
ภาพที่ 2 ตัวอย่างชุดกิจกรรมที่ 2 เรื่อง รูปคลี่ของปริซึมแบบต่าง ๆ

1.3) เมื่อผ่านการศึกษากิจกรรมที่ 1-2 ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างรูปฐานกับปริซึมได้ และเข้าใจส่วนประกอบต่าง ๆ ของปริซึม จากนั้นผู้เรียนจะไปศึกษาการหาพื้นที่ของฐานและพื้นผิวของปริซึมผ่านกิจกรรมที่ 3 โดยเลื่อนค่า n เพื่อค่อยๆดูพื้นผิวของปริซึมดังภาพที่ 3ก (ซ้ายมือ) โดยนักเรียนทำการวาดรูปปริซึม รูปคลี่ที่ปรากฏและทำการ

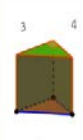
คำนวณพื้นที่ฐาน พื้นที่ผิวข้างและพื้นที่ผิวลงในใบกิจกรรมชุดที่ 3 ดังภาพที่ 3ข (ขวามือ) กิจกรรมสุดท้ายผู้เรียนจะได้ฝึกหาปริมาตรของปริซึมรูปแบบต่าง ๆ โดยนักเรียนจะได้เห็นการเชื่อมโยงระหว่างรูปปริซึม พื้นที่ฐานและปริมาตร ดังภาพที่ 4

ปริซึมฐานสามเหลี่ยม

Author: Myriam MARIAN

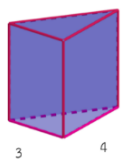


คำชี้แจง ให้นักเรียนหาพื้นที่ผิวของปริซึมต่อไปนี้ โดยให้นักเรียนศึกษาจาก GeoGebra applet (<https://www.geogebra.org/m/monnuedee>)

ข้อ	รูปปริซึม	รูปคี่ปริซึม	พื้นที่ฐาน (ตารางหน่วย)	พื้นที่ผิวข้าง (ตารางหน่วย)	พื้นที่ผิว (ตารางหน่วย)
1.					

ก) โปรแกรม GeoGebra ข) ใบกิจกรรมชุดที่ 3
ภาพที่ 3 ตัวอย่างชุดกิจกรรมที่ 3 เรื่องพื้นที่ผิวของปริซึมแบบต่าง ๆ

ตอนที่ 2 คำชี้แจง ให้นักเรียนหาพื้นที่ฐานและปริมาตรจากรูปที่กำหนด

รูป	พื้นที่ฐาน	ปริมาตร
4. 		

ภาพที่ 4 ชุดกิจกรรมที่ 4 เรื่อง พื้นที่ผิวของปริซึมแบบต่าง ๆ

2. ศึกษาความคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติของผู้เรียน

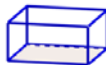
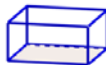
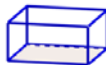
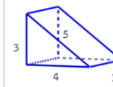
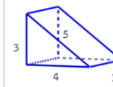
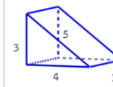
ในการทดสอบความคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติของผู้เรียนเรื่องปริซึม ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบจำนวน 15 ข้อ โดยอ้างอิงจากงานวิจัยของ Pittalis and Chirstou (2010) และงานวิจัยของ Zeynep and Abdulkadir (2018) ซึ่งรายละเอียดแสดงดังในตารางที่ 1

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

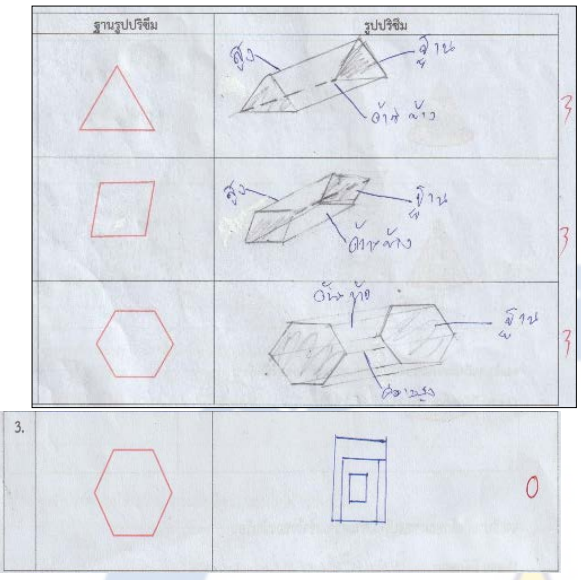
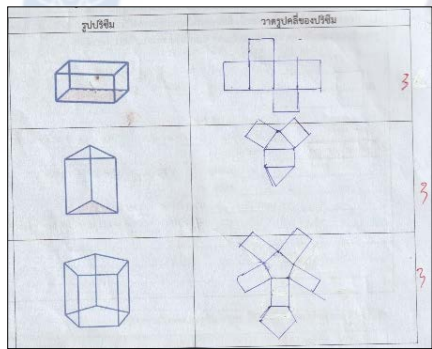
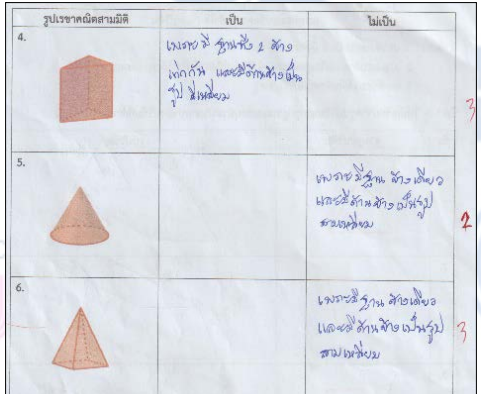
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการวิจัยในครั้งนี้ ประกอบด้วยรายละเอียด ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม GeoGebra เรื่อง ปริซึม โดยชุดกิจกรรม GeoGebra เรื่อง ปริซึมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่พัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐาน 70/70 กล่าวคือ ประสิทธิภาพของกระบวนการการตอบคำถามจากใบกิจกรรมของชุดกิจกรรม แต่ละชุดกิจกรรมเท่ากับ 79.95 ส่วนประสิทธิภาพของผลลัพธ์การตอบคำถามในแบบทดสอบวัดความเข้าใจเท่ากับ 78.70 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 70/70
2. ผลจากการเรียนผ่านกิจกรรมต่อความความคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติของผู้เรียน เรื่อง ปริซึม ซึ่งผลจากวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนในตาราง 2 แถวที่ 1 พบว่าสามารถวาดรูปปริซึมพร้อมบอกรายละเอียดส่วนประกอบของปริซึมได้อย่างถูกต้องเนื่องจากการที่นักเรียนเห็นรูปทรงของปริซึมในมุมมองตามที่นักเรียนใช้เมาส์หมุนใน GeoGebra และการที่นักเรียนสามารถเปลี่ยนรูปร่างฐานของปริซึมได้เองพร้อมทั้งวาดรูปปริซึมที่ปรากฏทำให้วาดรูปปริซึมรูปแบบฐานต่างกันได้อย่างถูกต้อง แต่จะมีนักเรียนเพียง 1 คนที่ซึ่งมีผลการเรียนค่อนข้างต่ำไม่สามารถวาดรูปปริซึมฐานหกเหลี่ยมได้ จากผลตรงส่วนนี้แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถวาดรูปเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ

ตารางที่ 1 ตัวอย่างแบบทดสอบความคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติของปริซึม

ความสามารถ	ใบคำถาม	คำอธิบาย								
สามารถสร้างความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ (Establishing the relation of 2D and 3D)	ให้นักเรียนวาดรูปปริซึมจากรูปฐานและระบุส่วนประกอบของปริซึมที่กำหนดให้ <table><tr><th>ฐานรูปปริซึม</th><th>รูปปริซึม</th></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	ฐานรูปปริซึม	รูปปริซึม			วาดรูปปริซึมสามมิติที่สอดคล้องกับรูปฐานสองมิติได้ประกอบด้วยฐานรูป 3,4,5 และ 6 เหลี่ยม				
ฐานรูปปริซึม	รูปปริซึม									
										
สามารถในการรับรู้และสร้างรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ (Recognition and construction of Nets)	ให้นักเรียนวาดรูปคลี่ของปริซึมที่กำหนดให้ลงในตาราง <table><tr><th>รูปปริซึม</th><th>วาดรูปคลี่ของปริซึม</th></tr><tr><td></td><td></td></tr></table>	รูปปริซึม	วาดรูปคลี่ของปริซึม			ผู้เรียนสามารถวาดรูปคลี่ของปริซึมนั้นได้ประกอบด้วยฐานรูป 3,4 และ 5 เหลี่ยม				
รูปปริซึม	วาดรูปคลี่ของปริซึม									
										
สามารถในการรับรู้คุณสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติและเปรียบเทียบรูปเรขาคณิตสามมิติตามคุณสมบัติ (Recognition of 3D object properties and comparing objects according to their properties)	พิจารณาว่าข้อใดเป็นปริซึมพร้อมบอกชื่อของปริซึมนั้น แต่ถ้าข้อใดไม่ใช่ปริซึมให้บอกเหตุผลประกอบ <table><tr><th>รูปเรขาคณิตสามมิติ</th><th>เป็น</th><th>ไม่เป็น</th></tr><tr><td>4. </td><td></td><td></td></tr></table>	รูปเรขาคณิตสามมิติ	เป็น	ไม่เป็น	4. 			แยกแยะรูปที่เป็นปริซึมและไม่เป็นปริซึม พร้อมบอกเหตุผลประกอบเกี่ยวกับคุณสมบัติของรูปทรงสามมิติได้		
รูปเรขาคณิตสามมิติ	เป็น	ไม่เป็น								
4. 										
สามารถคำนวณหาพื้นที่ผิวของรูปเรขาคณิตสามมิติ (Calculating surface area of 3D objects)	จากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงหาพื้นที่ฐาน และพื้นที่ผิวข้าง พื้นที่ผิว <table><tr><th>ปริซึม</th><th>พื้นที่ฐาน (ตารางหน่วย)</th><th>พื้นที่ผิวข้าง (ตารางหน่วย)</th><th>พื้นที่ผิว (ตารางหน่วย)</th></tr><tr><td>13. </td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	ปริซึม	พื้นที่ฐาน (ตารางหน่วย)	พื้นที่ผิวข้าง (ตารางหน่วย)	พื้นที่ผิว (ตารางหน่วย)	13. 				ผู้เรียนสามารถหาพื้นที่ฐานและพื้นที่ผิวของปริซึมได้
ปริซึม	พื้นที่ฐาน (ตารางหน่วย)	พื้นที่ผิวข้าง (ตารางหน่วย)	พื้นที่ผิว (ตารางหน่วย)							
13. 										
สามารถคำนวณหาปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติ (Calculating volumes of 3D objects)	ปริซึมฐานรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้าง 3 หน่วย ความยาว 4 หน่วย ความสูง 12 หน่วย จงหาปริมาตรของปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นเท่าไร 	วัดความเข้าใจการหาปริมาตรของปริซึมแบบต่าง ๆ โดยโจทย์บรรยายลักษณะของปริซึมแต่ไม่ได้ให้รูปปริซึม แล้วผู้เรียนสามารถหาปริมาตรของปริซึมได้โดยคาดหวังว่าผู้เรียนต้องวาดรูปประกอบ								

ตารางที่ 2 การวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนในการทำแบบทดสอบวัดความคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติของปริซึม

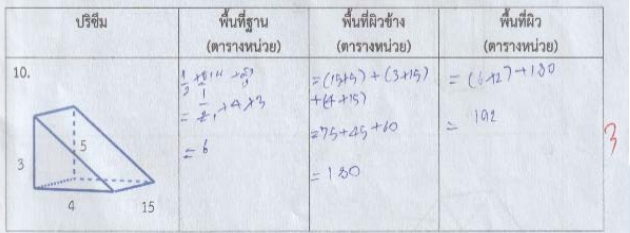
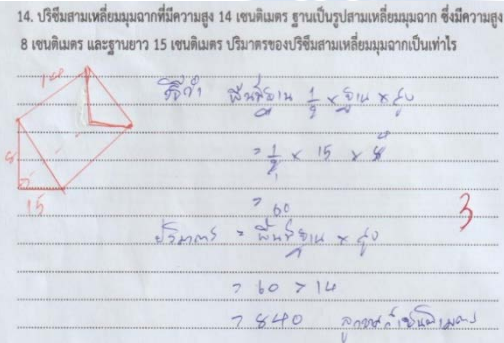
คำตอบของนักเรียน	ผลการวิเคราะห์
	นักเรียน 5 คนสามารถวาดรูปปริซึมฐานสามเหลี่ยมสี่เหลี่ยม และหกเหลี่ยมพร้อมบอกรายละเอียดส่วนประกอบของปริซึมได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ มีเพียง 1 คนที่ไม่สามารถวาดรูปปริซึมฐานหกเหลี่ยมได้ และไม่ได้ระบุส่วนประกอบของปริซึม ส่วนฐานสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยมสามารถวาดเป็นรูปปริซึมได้
	ทุกคนสามารถวาดรูปคลี่ของปริซึมฐานสามเหลี่ยมสี่เหลี่ยม และห้าเหลี่ยมได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน
	ทุกคนสามารถให้เหตุผลเพื่อแยกแยะรูปทรงใดเป็นปริซึมและไม่เป็นปริซึมได้ โดยอธิบายถึงลักษณะของฐาน และรูปด้านข้างของปริซึม

จากตารางที่ 2 การที่นักเรียนค่อยๆเลื่อนปุ่มสไลด์ใน GeoGebra ทำให้เห็นการคล้อยต่ำๆและสามารถหมุนดูทุกทิศทาง ผู้เรียนจึงได้เห็นองค์ประกอบทั้งหมดของปริซึมพร้อมทั้งวาดรูปคลี่ที่ปรากฏ ทำให้นักเรียนทุกคนวาดรูปคลี่ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจนแม้กระทั่งรูปฐานที่ซับซ้อนอย่างรูปฐานห้าเหลี่ยม (ดูตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในตารางที่ 2 แถวที่ 2) ส่งผลให้เพิ่มความสามารถในการรับรู้และสร้างรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียน

การวิเคราะห์แบบทดสอบด้านคุณสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติและเปรียบเทียบรูปเรขาคณิตสามมิติ พบว่านักเรียนสามารถแยกแยะรูปที่เป็นปริซึมและไม่เป็นปริซึมได้ พร้อมบอกเหตุผลว่าทำไมถึงเป็นปริซึมและไม่เป็นปริซึมได้ชัดเจนโดยอธิบาย

ถึงลักษณะของฐาน และรูปด้านข้างของปริซึมซึ่งเป็นผลมาจากการที่นักเรียนได้เข้าใจและวาดรูปปริซึมได้ในเรียนผ่านชุดกิจกรรมที่ 1-2

ตารางที่ 3 การวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนด้านความสามารถในการคำนวณหาพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม

คำตอบของนักเรียน				ผลการวิเคราะห์
				ทุกคนสามารถหาพื้นที่ฐาน โดยเขียนสูตรแล้วแทนค่าได้ถูกต้อง และสามารถหาพื้นที่ผิวข้างและพื้นที่ผิวทั้งหมดได้
				ทุกคนสามารถแสดงวิธีหาคำตอบพร้อมมีการวาดรูปปริซึมฐานสามเหลี่ยมช่วยในการมองภาพ และใส่รายละเอียดความสูงของปริซึม ความสูงและความยาวของฐาน แล้วนำมาแทนค่าหาพื้นที่ฐาน นำไปสู่การหาปริมาตรของปริซึม

จากตารางที่ 3 เป็นการวิเคราะห์ทักษะการแก้ปัญหาเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม พบว่านักเรียนสามารถคำนวณหาพื้นที่ฐานและพื้นที่ผิวได้อย่างถูกต้อง ซึ่งตรงนี้ส่งผลทำให้นักเรียนค่อยๆเข้าใจที่มาของสูตรการหาปริมาตร โดยนักเรียนสามารถเข้าใจว่าสูตรปริมาตรของปริซึมที่ต่างกันขึ้นอยู่กับพื้นที่ฐานที่แตกต่างกันนั่นเอง จึงนำไปสู่การคำนวณหาปริมาตรได้อย่างถูกต้อง

จากผลคำตอบของนักเรียนในแบบทดสอบ เกี่ยวกับการหาปริมาตรของปริซึม (ตารางที่ 3 แถว 2) สิ่งที่น่าสนใจคือนักเรียนทุกคนมีการวาดรูปปริมาตรประกอบพร้อมทั้งใส่รายละเอียดความสูงและความยาวฐาน ซึ่งช่วยเพิ่มทักษะการแก้โจทย์ปัญหาและเป็นสิ่งที่ผู้วิจัยคาดหวังจากการที่ผู้เรียนได้เรียนผ่านชุดกิจกรรม GeoGebra จะส่งผลให้นักเรียนเข้าใจองค์ประกอบของปริซึมได้ พร้อมทั้งนำมาวาดรูปประกอบการแก้โจทย์ปัญหา จึงทำให้เข้าใจสูตรการหาปริมาตร ซึ่งทักษะตรงนี้ผู้วิจัยมองว่าเป็นสิ่งสำคัญยิ่งเพราะปัจจุบันนักเรียนไทยจะเน้นการท่องจำสูตรและสนใจเทคนิคทางลัดในการแก้โจทย์ปัญหาแต่ขาดความเข้าใจในที่มาของสูตรนั้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Jelatu et al. (2018) การเรียนรู้ด้วย GeoGebra สามารถเพิ่มความสามารถของนักเรียนในการทำความเข้าใจแนวคิดทางเรขาคณิตและเชิงพื้นที่เชิงเรขาคณิต เพราะ GeoGebra ได้จัดเตรียมสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับนักเรียน

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะจากการวิจัย

งานวิจัยนี้สามารถสรุปผลการวิจัยได้ว่า ชุดกิจกรรม GeoGebra เรื่อง ปริซึมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่พัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพเท่ากับ 79.95/78.70 ผลจากการเรียนผ่านกิจกรรม GeoGebra สามารถเพิ่มความคิดเชิงเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งนักเรียนสามารถวาดรูปปริซึมแบบต่างได้ บอกฐาน ความสูง ด้านข้างของปริซึม สามารถวาดรูปคลี่ของปริซึมได้ แล้วนำความรู้เรื่องรูปคลี่ไปใช้ในการแก้ปัญหาค้นหาพื้นที่ผิวของปริซึม นำความรู้เรื่องลักษณะของปริซึมไปใช้แก้ปัญหาในการหาปริมาตรของปริซึมได้ จากการสัมภาษณ์นักเรียนส่วนใหญ่ชอบการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ทำให้สามารถมองรูปปริซึมแบบต่าง ๆ ได้ชัดเจน ได้ลงมือปฏิบัติ โดยการเลื่อน เปลี่ยนรูปปริซึมแบบต่าง ๆ ทำให้การเรียนรู้ไม่น่าเบื่อ สนุกสนาน

ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะเกี่ยวกับงานวิจัยในครั้งต่อไปดังนี้

1. ควรนำรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ในระดับชั้นที่ต่างกันหรือสาระการเรียนรู้ที่ซับซ้อนเพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะการแก้โจทย์ปัญหาเพิ่มขึ้น
2. ควรมีการศึกษาตัวแปรต่าง ๆ ที่มีผลต่อการเรียนของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดกิจกรรม GeoGebra เช่น ความวิตกกังวล และความคงทนในการเรียน

เอกสารอ้างอิง

- Alkhateeb, M. A. and Al-Duwairi, A. M. (2019). The effect of using mobile applications (GeoGebra and sketchpad) on the students' achievement. **Journal of Mathematics Education**, 14(3), 523-533.
- Azizul, S. M. J. and Din, R. (2018). Teaching and Learning Mathematics on Geometry Using GeoGebra Software via MOOC. **Journal of Personalized Learning**, 2(1), 40-51.
- Battista, M. (1999). Fifth graders' enumeration of cubes in 3D arrays: Conceptual progress in an inquiry based classroom. **Journal for Research in Mathematics Education**, 30(4), 417-448.
- Battista, M. (2003). Understanding students' thinking about area and volume measurement. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Chehlarova, T. and Chehlarova, K. (2014). Photo-pictures and dynamic software or about the motivation of the art-oriented students. **The International Journal for Technology in Mathematics Education**, 21(1), 27-31.
- Hutkemri, L. and Akmar, S. (2016). Effectiveness of GeoGebra on academic and conceptual knowledge: role of students' procedural knowledge as a mediator. **New Educational Review**, 44(2), 153-164.
- Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. London: Routledge Falmer.
- Jones, K., and Mooney, C. (2003). Making space for geometry in primary mathematics. London: Open University Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston: Va, NCTM.
- López, N. R. (2011). GeoGebra workshop for the initial teacher training in primary education. **The International Journal for Technology in Mathematics Education**, 18(4), 183-188.
- Owens, K. and Outhred, L. (2006). The complexity of learning geometry and measurement. Rotterdam: Sense Publishers.
- Pittalis, M., and Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3d geometry thinking and their relation with spatial ability. **Educational Studies in Mathematics**, 75(2), 191-212.
- Richardson, S. and Koyunkaya, M. (2017). Fostering students' development of the concept of angles using technology. **Australian Primary Mathematics Classroom**, 22(1), 13-20.
- Zengin, Y. and Tatar, E. (2017). Integrating dynamic mathematics software into cooperative learning environments in mathematics. **Journal of Educational Technology and Society**, 20(2), 74-88.
- Zeynep, A. D. and Abdulkadir, E. (2018). Development of a three dimensional geometric thinking test for early graders. **Journal on Mathematics Education**, 9(2), 213-226.