JSSE
JOURNAL OF SCIENCE & SCIENCE EDUCATION
Faculty of Science, Ubon Ratchathani University
Vol. 6 No. 2 (Jul. – Dec. 2023): 260 - 268
http://doi.org/10.14456/jsse.2023.23

Research Article

Simulating Two-body Pursuit Problem using LibreOffice

Kan Sornbundit[1,*]

[1]*Ratchaburi Learning Center, King Mongkut's University of Technology Thonburi (Ratchaburi), Ratchaburi*

**Email: kan.sor@kmutt.ac.th*

Received <22 February 2023>; Revised <20 March 2023>; Accepted <10 April 2023>

Abstract

In this research, we propose the use of LibreOffice, which is a free spread sheet software, for simulating the two-body pursuit problem and use the GOAL SEEK function to estimate the time that one body takes to reach the other one. We found that LibreOffice can be used to simulate the motion of the system and estimate the approached time without using sophisticated programming skill. The software is suitable for self-learning of undergraduate students. Moreover, instructors can use the software to create different exercises by adjusting free parameters.

Keywords: Spread sheet, Simulation, Two-body pursuit problem

Copyright by Faculty of Science, Ubon Ratchathani University

บทความวิจัย

การจำลองการเคลื่อนที่ของวัตถุสองวัตถุที่เคลื่อนที่ไล่ตามกันในแนวตรงโดยใช้ลิบราออฟฟิศ

กานต์ ษรบัณฑิต[1,*]

[1]*ศูนย์บริการทางการศึกษาราชบุรี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี (ราชบุรี) ราชบุรี*

**Email: kan.sor@kmutt.ac.th*

รับบทความ: 22 กุมภาพันธ์ 2566 แก้ไขบทความ: 20 มีนาคม 2566 ยอมรับตีพิมพ์: 10 เมษายน 2566

บทคัดย่อ

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เสนอการใช้โปรแกรมตารางจัดการ (spread sheet) ชื่อ ลิบราออฟฟิศ (LibreOffice) ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ไม่มีค่าใช้จ่ายในการจำลองเหตุการณ์ (simulation) ของปัญหาการเคลื่อนที่ในแนวตรงของวัตถุสองวัตถุที่เคลื่อนที่ไล่ตามกัน (two-body pursuit problem) และเสนอการใช้ฟังก์ชันสำเร็จรูป GOAL SEEK ในการหาค่าเวลาที่วัตถุต้องใช้ในการไล่ตามอีกวัตถุหนึ่งให้ทัน ผู้วิจัยพบว่าสามารถใช้โปรแกรมลิบราออฟฟิศ ในการจำลองเหตุการณ์ และสามารถใช้ประมาณค่าคำตอบของสมการการเคลื่อนที่ได้โดยไม่ต้องใช้การเขียนโปรแกรมที่ซับซ้อน เหมาะที่จะใช้เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักศึกษา นอกจากนี้ผู้สอนยังสามารถใช้ในการสร้างแบบทดสอบที่หลากหลายได้โดยการปรับค่าตัวแปรตั้งต้น

คำสำคัญ: โปรแกรมตารางจัดการ การจำลอง ปัญหาการเคลื่อนที่ไล่ตามกันของวัตถุสองก้อน

ลิขสิทธิ์โดย คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

บทนำ

การเคลื่อนที่แนวตรงเป็นเนื้อหาที่สำคัญเรื่องหนึ่งที่นักเรียนและนักศึกษาในระดับปริญญาตรีในสาขาวิทยาศาสตร์กายภาพ วิทยาศาสตร์สุขภาพ วิทยาศาสตร์ประยุกต์ และวิศวกรรมศาสตร์ จำเป็นต้องศึกษาให้เข้าใจ (Pornsuriwong and Sungthong, 2020) เนื่องจากเป็นเนื้อหาพื้นฐานสำหรับศึกษาในรายวิชาขั้นสูงต่อไป แต่ในปัจจุบันผู้วิจัยพบว่านักศึกษาจำนวนมากไม่เข้าใจเนื้อหานี้ หนึ่งในรูปแบบปัญหาที่พบความผิดพลาดจากการทำแบบฝึกหัดของนักศึกษา คือปัญหาการเคลื่อนที่ไล่ตามกันของวัตถุสองวัตถุ (two-body pursuit problem) ปัญหานี้ประกอบด้วยวัตถุสองวัตถุเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงโดยวัตถุหนึ่งเคลื่อนที่ไล่ตามอีกวัตถุหนึ่ง ตัวอย่างของปัญหาในลักษณะนี้ คือการเคลื่อนที่ไล่ตามกันของรถสองคัน หรือการเคลื่อนที่ของเสือเพื่อวิ่งไล่จับเหยื่อ การแก้ปัญหานี้นักศึกษาจำเป็นต้องมองภาพให้ออกว่าวัตถุทั้งสองชนิดอยู่ที่ตำแหน่งใดในตอนเริ่มต้น จากนั้นจึงตั้งสมการการเคลื่อนที่แนวตรงขึ้นมาสองสมการ แต่ละสมการบรรยายการเคลื่อนที่ของวัตถุแต่ละก้อน แล้วแก้สมการทางคณิตศาสตร์สองสมการนี้เพื่อหาปริมาณที่สนใจ สิ่งที่ผู้วิจัยค้นพบจากการสอนนักศึกษาในระดับปริญญาตรีชั้นปีที่หนึ่ง คือนักศึกษาไม่สามารถตั้งสมการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องได้ เนื่องจากไม่สามารถนึกภาพสถานการณ์ที่ถูกต้องได้ และมีนักศึกษาอีกจำนวนหนึ่งที่ไม่สามารถแก้สมการทางคณิตศาสตร์ได้

วิธีหนึ่งที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการจำลองสถานการณ์ (simulation) คือการใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณวิถีการเคลื่อนที่ของวัตถุ และใช้ซอฟต์แวร์ประเภทช่วยแก้ปัญหาทางพีชคณิต (Computer Algebra System: CAS) ในการแก้สมการคณิตศาสตร์ ในปัจจุบันมีซอฟต์แวร์สำเร็จรูปจำนวนมากที่สามารถใช้ในการแก้สมการทางคณิตศาสตร์ได้ ตัวอย่างของซอฟต์แวร์ที่มีค่าใช้จ่ายเช่น แมทแลบ (MATLAB) แมทเทแมทิกา (MATHEMATICA) และเมเปิล (MAPLE) ส่วนซอฟต์แวร์ที่ไม่มีค่าใช้จ่าย (Freeware) ได้แก่ ไซน์แลป (SCILAB) จี เอ็น ยู อ็อกเตฟ (GNU-OCTAVE) และ แมกซิมา (MAXIMA) แต่ข้อด้อยของซอฟต์แวร์ที่ไม่มีค่าใช้จ่ายคือมีเอกสารอ้างอิงน้อยกว่าโปรแกรมที่มีค่าใช้จ่ายดังที่ได้กล่าวข้างต้น จึงอาจทำให้เกิดความลำบากในการเริ่มต้นเรียนรู้

อีกทางเลือกหนึ่งในการจำลองสถานการณ์และแก้สมการทางคณิตศาสตร์คือการใช้โปรแกรมประเภทตารางจัดการ (spread sheet) ในปี ค.ศ. 1988 Dory (Dory, 1988) ได้เสนอให้นำโปรแกรมตารางจัดการซึ่งในขณะนั้นนิยมใช้กันมากในทางบัญชีมาประยุกต์ใช้ในการศึกษาปัญหาทางฟิสิกส์ ในปี ค.ศ. 1997 Cooke (Cooke, 1997) ได้เสนอวิธีการสร้างตัวเลขสุ่ม (random number) โดยใช้ฟังก์ชันสำเร็จรูปในโปรแกรมตารางจัดการ ตัวเลขสุ่มมีประโยชน์ในการจำลองปัญหาทางฟิสิกส์ นอกจากนี้ยังมีการใช้โปรแกรมตารางจัดการในการศึกษาระบบต่าง ๆ ทางฟิสิกส์อีกมาก ได้แก่ การจำลองการเคลื่อนที่ของระบบมวล-สปริง (Oliveira and Nápoles, 2010) วิถีการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าในสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กคงตัว (Singh, Khun, and Kaur, 2018b) ปรากฏการณ์ของแสงและคลื่น (González, 2018; Robinson and Jovanoski, 2011; Singh and Kaur, 2018; Singh, Khun, and Kaur, 2018a) การเคลื่อนที่ของวัตถุบนพื้นเอียง (Grigore, Miron, and Barna, 2016) การทำงานของเทอร์มอมิเตอร์ (Korsun, Kryzhanovskyi, and Monchuk, 2019) และกฎของโอห์ม (Uddin and Zaheer, 2019) เป็นต้น จากงานวิจัยข้างต้นโปรแกรมตารางจัดการที่นิยมใช้มากที่สุดคือโปรแกรมไมโครซอฟต์เอ็กเซล (Microsoft Excel) ซึ่งมีจุดเด่นคือเป็นโปรแกรมที่ง่ายต่อการเรียนรู้ เนื่องจากมีลักษณะเป็นแผ่นงาน (worksheet) และมีส่วนติดต่อกับผู้ใช้ในรูปแบบกราฟิก (Graphic user intrface: GUI) นักศึกษาส่วนมากมักคุ้นเคยกับโปรแกรมนี้อยู่แล้วเมื่อเทียบกับโปรแกรมเฉพาะทางดังที่ได้กล่าวข้างต้น หรือเทียบกับการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยตรง ข้อดีอีกประการหนึ่งคือการมีฟังก์ชันสำเร็จรูปที่หลากหลาย แม้ว่าฟังก์ชันสำเร็จรูปส่วนมากเกี่ยวข้องกับการคำนวณทางสถิติ คณิตศาสตร์ และทางด้านการเงิน แต่บางฟังก์ชันสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการคำนวณทางด้านวิทยาศาสตร์ได้ ไมโครซอฟต์เอ็กเซลเป็นซอฟต์แวร์ที่มีค่าใช้จ่ายอาจทำให้เกิดอุปสรรคสำหรับนักศึกษาในการจัดหามาใช้งาน วิธีแก้ปัญหาคือเปลี่ยนไปใช้โปรแกรมตารางจัดการที่ไม่มีค่าใช้จ่าย ซึ่งมีอยู่หลายโปรแกรม เช่น โอเพ่นออฟฟิศ (OpenOffice) ลิบราออฟฟิศ (LibreOffice) และ กูเกิลชีท (Google Sheets)

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เสนอวิธีการใช้ซอฟต์แวร์ลิบราออฟฟิศ แคลซี (LibreOffice Calc) ซึ่งอยู่ในชุดซอฟต์แวร์ลิบราออฟฟิศในการจำลองเหตุการณ์การเคลื่อนที่ของวัตถุสองวัตถุที่ไล่ตามกัน และใช้ฟังก์ชันสำเร็จรูปที่มีชื่อว่า GOAL SEEK (Guerrero and Guerrero, 2019) ในการแก้สมการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาปริมาณที่สนใจ จากการค้นคว้าของผู้วิจัยพบว่ายังไม่มีงานวิจัยใดที่เสนอการใช้ ลิบราออฟฟิศ แคลซี ร่วมกับฟังก์ชัน GOAL SEEK ในการจำลองการเคลื่อนที่และศึกษาปัญหาการเคลื่อนที่ของวัตถุสองวัตถุที่ไล่ตามกัน

ประโยชน์ของงานวิจัยชิ้นนี้คือการสร้างเครื่องมือจากโปรแกรมที่ไม่มีค่าใช้จ่ายเพื่อช่วยในการศึกษาปัญหาที่เกี่ยวข้องกับวัตถุสองวัตถุที่เคลื่อนที่ในแนวตรงไล่ตามกัน โดยเครื่องมือนี้สามารถจำลองภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุได้ และสามารถแก้สมการเพื่อหาปริมาณที่สนใจได้โดยอัตโนมัติ นอกจากนี้ผู้เรียนยังสามารถปรับค่าพารามิเตอร์เพื่อศึกษาการเคลื่อนที่

Copyright by Faculty of Science, Ubon Ratchathani University

ในสถานการณ์ที่แตกต่างกันได้ โดยโปรแกรมจะจำลองเหตุการณ์และคำนวณโดยอิงจากค่าพารามิเตอร์ที่ปรับแล้วให้โดยอัตโนมัติ ผู้เรียนจึงสามารถศึกษาด้วยตนเองได้ ผู้สอนก็สามารถปรับค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ เพื่อสร้างแบบทดสอบที่หลากหลายได้

วัตถุประสงค์การวิจัย

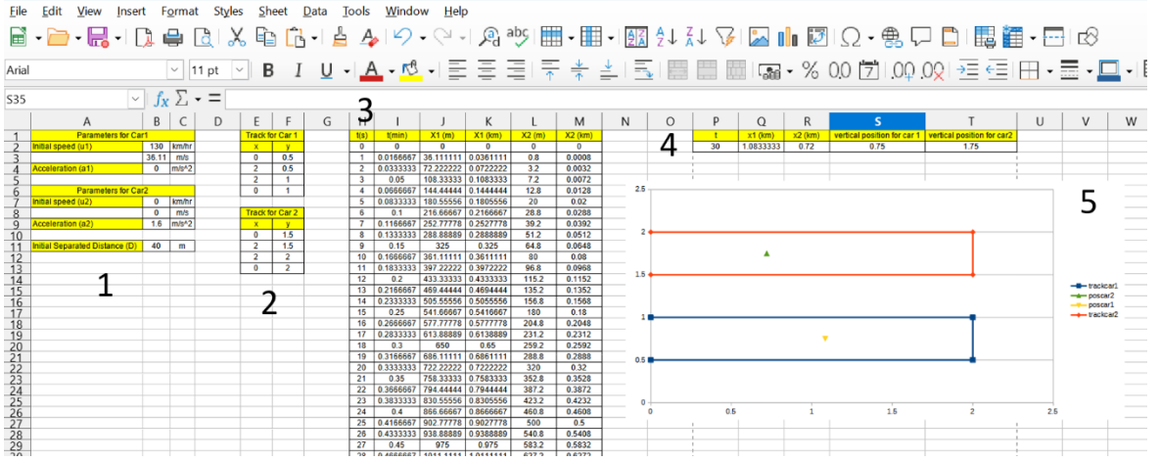
เพื่อนำเสนอการใช้โปรแกรม ลิบราออฟฟิศ แคลซี ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ไม่มีค่าใช้จ่ายในการจำลองเหตุการณ์ และแก้สมการเกี่ยวกับปัญหาการเคลื่อนที่ของวัตถุสองวัตถุที่ไล่ตามกัน โดยใช้ฟังก์ชันสำเร็จรูป GOAL SEEK

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการจำลองเหตุการณ์การเคลื่อนที่ของวัตถุสองชนิดที่ไล่ตามกันนั้น ผู้วิจัยได้สร้างแผ่นงานขึ้นมาสองแผ่น โดยแผ่นแรกจะเป็นการคำนวณวิถีการเคลื่อนที่ในแนวตรงของวัตถุทั้งสองวัตถุ ผู้เรียนสามารถสังเกตจากการจำลองเหตุการณ์ได้โดยตรงว่าเมื่อใดที่วัตถุสองชนิดเคลื่อนที่ทันกัน จากนั้นเมื่อได้ค่าประมาณของเวลาที่เคลื่อนที่ทันกันแล้ว ผู้เรียนสามารถนำค่าเวลาที่ได้จากการสังเกตมาใช้เป็นค่าเริ่มต้นเพื่อคำนวณค่าเวลาที่แม่นยำมากขึ้นจากแผ่นงานที่สองได้โดยใช้คำสั่ง GOAL SEEK

เพื่อให้การศึกษาการใช้งานตารางจัดการมีความชัดเจนมากขึ้น จะกำหนดสถานการณ์สมมติขึ้นมาให้เป็นการเคลื่อนที่ของรถที่ขับด้วยความเร็วคงตัว 130 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ต่อมารถตำรวจที่จอดอยู่ห่างจากรถคันแรก 40 เมตร สังเกตเห็นจึงได้เร่งเครื่องเพื่อตามให้ทันด้วยความเร่ง 1.6 เมตรต่อวินาทียกกำลังสอง

แผ่นงานแรกประกอบไปด้วยส่วนสำคัญ 5 ส่วนดังภาพที่ 1 คือส่วนที่หนึ่งเป็นค่าเริ่มต้นของรถทั้งสองคัน ได้แก่ ความเร็วเริ่มต้น (u1 และ u2) ความเร่ง (a1 และ a2) และระยะห่างเริ่มต้นระหว่างรถทั้งสองคัน (D) ความหมายและสูตรการคำนวณแสดงในตารางที่ 1 ส่วนที่สองเป็นส่วนที่สร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ (track) สำหรับรถทั้งสองคัน เพื่อความสะดวกในการสังเกต ผู้วิจัยกำหนดให้การแสดงวิถีการเคลื่อนที่ของรถทั้งสองคันมีลักษณะที่ไม่ซ้อนทับกันดังภาพที่ 1 เส้นทางการเคลื่อนที่ของรถทั้งสองคันเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยสร้างมาจากการเชื่อมต่อจุดสี่จุดโดยใช้พิกัดดังแสดงในภาพที่ 1 ส่วนที่สามเป็นส่วนที่ใช้ในการคำนวณการกระจัด (X1 และ X2) ของรถทั้งสองคันที่เวลาที่กำหนด ความหมายและสูตรการคำนวณแสดงในตารางที่ 1 เวลาที่ใช้ในการจำลองเหตุการณ์จะกำหนดไว้ที่ 50 วินาที และมีช่วงขั้นเวลา (time step) ที่ 1 วินาที ส่วนที่สี่เป็นส่วนที่ใช้คำสั่ง VLOOKUP ในการค้นหาค่าตามแนวดิ่งของการกระจัดของรถทั้งสองคัน ณ เวลาที่ต้องการ เพื่อใช้ในการจำลองการเคลื่อนที่ของรถทั้งสองคัน และส่วนที่ห้าเป็นส่วนที่ใช้วาดรูป (plot) พิกัดการเคลื่อนที่ของรถทั้งสองคันเป็นจุด โดยอิงค่าการกระจัดตามเวลาที่กำหนดในส่วนที่สี่ ผู้เรียนสามารถปรับค่าเวลาในส่วนที่สี่เพื่อประมาณค่าระยะเวลา และระยะทางที่รถทั้งสองคันเคลื่อนที่ทันกันได้ ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 1 องค์ประกอบของแผ่นงานที่หนึ่งซึ่งประกอบด้วย 5 ส่วนหลัก

ตารางที่ 1 ข้อมูลตำแหน่ง สัญลักษณ์ ความหมาย สมการ และสูตรคำนวณที่เกี่ยวข้องของเซลล์ที่ใช้ในการคำนวณ

ตำแหน่งเซลล์	สัญลักษณ์	ความหมาย	สมการ	สูตรคำนวณ
J2	X1 (m)	การกระจัดของรถคันที่หนึ่งในหน่วยเมตร	$U_1t+\frac{1}{2}a_1t^2+D$	=$B$3*$H2+(1/2)*$B$4*($H2^2) + $B$11
K2	X1 (km)	การกระจัดของรถคันที่หนึ่งในหน่วยกิโลเมตร	$\frac{U_1t+\frac{1}{2}a_1t^2+D}{1000}$	=J2/1000
L2	X2 (m)	การกระจัดของรถคันที่สองในหน่วยเมตร	$U_2t+\frac{1}{2}a_2t^2$	=$B$8*$H2+(1/2)*$B$9*($H2^2)
M2	X2 (km)	การกระจัดของรถคันที่สองในหน่วยกิโลเมตร	$\frac{U_2t+\frac{1}{2}a_2t^2}{1000}$	=L2/1000
Q2	x1 (km)	การกระจัดของรถคันที่หนึ่งในหน่วยกิโลเมตรในเวลาที่สนใจ		=VLOOKUP(P2,H2:M52,4)
R2	x2 (km)	การกระจัดของรถคันที่สองในหน่วยกิโลเมตรในเวลาที่สนใจ		=VLOOKUP(P2,H2:M52,6)
B3	u1	ความเร็วต้นของรถคันที่หนึ่งในหน่วยเมตรต่อวินาที		=$B$2*(5/18)
B8	u2	ความเร็วต้นของรถคันที่สองในหน่วยเมตรต่อวินาที		=$B$7*(5/18)

ในแผ่นงานที่สองประกอบด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการกระจัดของรถทั้งสองคันดังต่อไปนี้ (ภาพที่ 3)

$$S_1+D=S_2 \quad (1)$$

$$u_1t+\frac{1}{2}a_1t^2+D=u_2t+\frac{1}{2}a_2t^2 \quad (2)$$

เมื่อ S_1และ S_2 คือ การกระจัดของรถคันที่หนึ่งและสองตามลำดับ
u_1และ u_2 คือ ความเร็วต้นของรถคันที่หนึ่งและสองตามลำดับ
a_1และ a_2 คือ ความเร่งของรถคันที่หนึ่งและสองตามลำดับ
D คือ ระยะห่างเริ่มต้นระหว่างรถทั้งสองคัน
t คือ เวลาของรถทั้งสองคันซึ่งมีค่าเท่ากัน

จัดรูปสมการที่ 2 ใหม่จะได้สมการดังต่อไปนี้

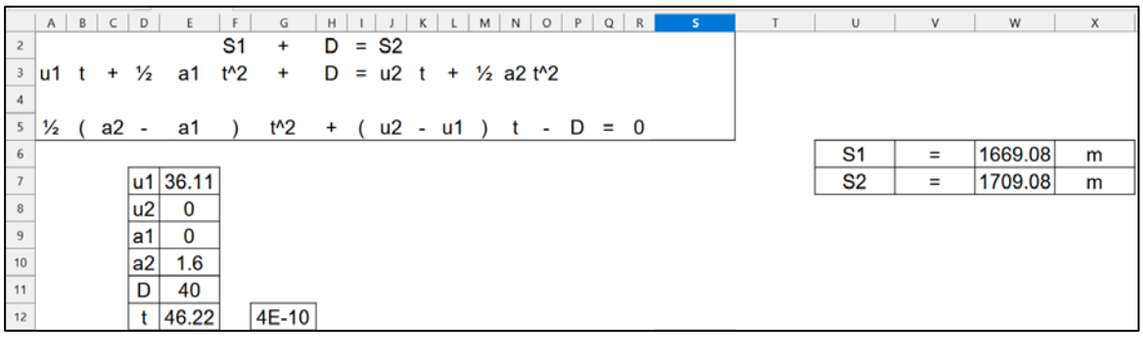
$$\frac{1}{2}(a_2-a_1)t^2+(u_2-u_1)t-D=0 \quad (3)$$

การใช้ฟังก์ชันสำเร็จรูป Goal seek ในการหาค่าเวลาที่รถทั้งสองวิ่งทันกันสามารถทำได้โดยการแทนค่าพารามิเตอร์ที่โจทย์กำหนดลงไปในสมการที่ 3 จากนั้นกำหนดค่าเริ่มต้นให้กับพารามิเตอร์เวลา t ลงในเซลล์ E12 โดยค่านี้ควรเป็นค่าที่ใกล้เคียงกับค่าจริง ซึ่งสามารถประมาณได้จากการสังเกตการจำลองเหตุการณ์ในแผนงานที่หนึ่ง (ภาพที่ 2)

Copyright by Faculty of Science, Ubon Ratchathani University

ภาพที่ 2 ภาพจำลองการเคลื่อนที่ของรถทั้งสองคันที่เวลา 0 10 20 30 40 45 46 และ 50 วินาที

ลิขสิทธิ์โดย คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี



ภาพที่ 3 องค์ประกอบของแผ่นงานที่สอง

การใช้งานคำสั่ง GOAL SEEK ทำได้ดังต่อไปนี้ ขั้นแรกให้ใส่สมการที่ 3 ลงไปในเซลล์ G12 จากนั้นให้เปิดหน้าต่างคำสั่ง GOAL SEEK ขึ้นมา (ไปที่ Tools > Goal Seek) ในช่อง Formula cell ให้ใส่ตำแหน่งของเซลล์เป็น G12 Target Value คือค่าของช่อง G12 ที่เราต้องการ ซึ่งเราต้องการให้ค่าของ G12 เท่ากับศูนย์ จึงใส่เลขศูนย์ลงไป Variable cell คือช่องที่เราต้องการปรับค่า ซึ่งก็คือค่าเวลา (ภาพที่ 4) ดังนั้นจึงต้องใส่เป็นเซลล์ E12 เมื่อใส่ค่าเสร็จแล้วให้กดปุ่มโอเค โปรแกรมจะทำการประมาณค่าเวลาที่ทำให้สมการที่เราตั้งไว้มีค่าเป็นศูนย์

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

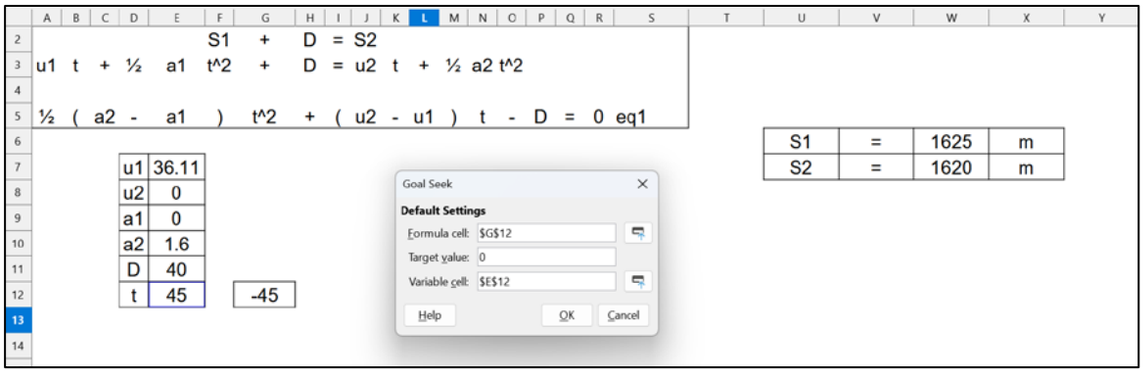
การทดสอบการใช้งานของโปรแกรมตารางจัดการที่สร้างขึ้นทำได้โดยทดสอบการแก้ปัญหาการเคลื่อนที่ไล่ตามกันของรถยนต์สองคัน รถยนต์คันที่หนึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ 130 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ในตอนเริ่มต้นรถยนต์คันที่หนึ่งอยู่ห่างจากรถยนต์คันที่สองเป็นระยะทาง 40 เมตร รถยนต์คันที่สองในตอนเริ่มต้นอยู่นิ่ง จากนั้นจึงเริ่มเคลื่อนที่เพื่อไล่ตามรถคันที่หนึ่งด้วยความเร่ง 1.6 เมตรต่อวินาทียกกำลังสอง จากนั้นให้นำค่าเริ่มต้นต่าง ๆ ใส่ลงไปในส่วนที่หนึ่งของแผ่นงานที่หนึ่ง โปรแกรมจะทำการเปลี่ยนหน่วยจากหน่วยกิโลเมตรต่อชั่วโมงให้เป็นหน่วยเมตรต่อวินาทีให้โดยอัตโนมัติ เพื่อให้สอดคล้องกับระบบหน่วยระหว่างชาติ ซึ่งการแปลงหน่วยนี้ก็เป็นอีกจุดหนึ่งที่ผู้วิจัยพบว่านักศึกษามักจะผิดพลาดในการใช้หน่วยปะปนกันระหว่างหน่วยระหว่างชาติและหน่วยอื่น จึงทำให้ผลการคำนวณออกมาผิดพลาด ดังนั้นการที่โปรแกรมมีการคำนวณในส่วนนี้ให้เห็นอย่างชัดเจนจึงเป็นการช่วยนักศึกษาให้คำนึงถึงเรื่องการแปลงหน่วยด้วย จากนั้นโปรแกรมจะคำนวณระยะการกระจัดของรถทั้งสองคันที่เวลาต่าง ๆ ให้โดยอัตโนมัติ ดังแสดงในคอลัมน์ที่ J ถึง M ในการนี้ผู้วิจัยได้กำหนดให้ช่วงการคำนวณห่างกันช่วงละหนึ่งวินาทีและสำหรับปัญหานี้เวลาที่ใช้ในการคำนวนจะอยู่ที่ห้าสิบวินาทีซึ่งเพียงพอต่อการจำลองให้เห็นการไล่ตามกันจนทันของรถทั้งสองคันนี้แล้ว

ในการที่จะจำลองการเคลื่อนที่ของรถทั้งสองคันนั้นจะต้องมีการวาดรูปพื้นที่การเคลื่อนที่ของรถทั้งสองคัน ซึ่งสร้างโดยการวาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองอัน โดยใช้พิกัดดังแสดงในคอลัมน์ E และ F ส่วนรถแต่ละคันนั้นแสดงด้วยพิกัดที่นำมาจากช่อง Q2 R2 S2 และ T2 ระยะกระจัดของรถแต่ละคันหาได้จากการใช้คำสั่ง VLOOKUP เพื่อค้นหาระยะการกระจัดของรถแต่ละคัน ณ เวลาที่สนใจ ภาพการเคลื่อนที่ของรถทั้งสองคัน ณ 0 10 20 30 40 45 46 และ 50 วินาที แสดงในภาพที่ 2 จากรูปจะเห็นภาพรถคันที่สองทั้งในช่วงที่ตามหลังรถคันที่หนึ่งและช่วงที่ไล่ตามทันรถคันที่หนึ่ง จากภาพการจำลองนี้ทำให้นักศึกษาได้เห็นการเคลื่อนที่ของรถทั้งสองคัน และประมาณหาค่าเวลาที่รถไล่ทันกันได้

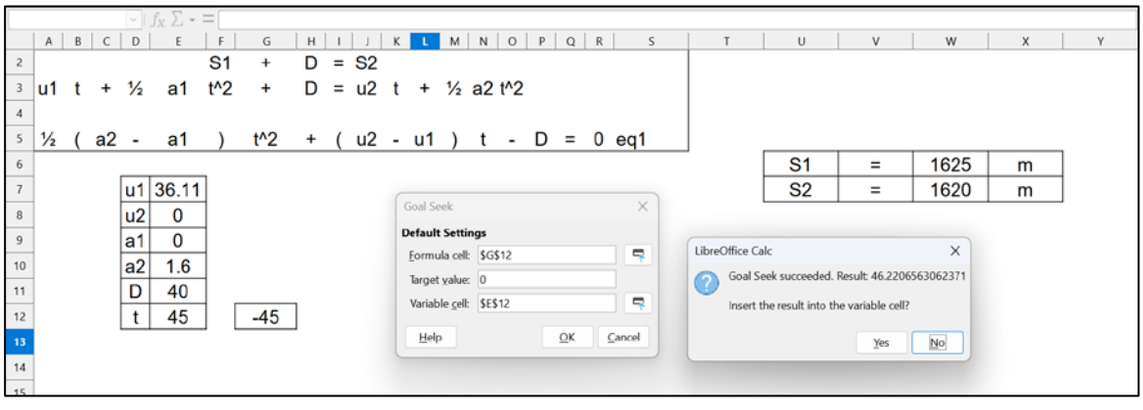
ในแผ่นงานที่สองจะเป็นการคำนวณหาระยะเวลาที่รถคันที่สองไล่ตามรถคันที่หนึ่งทัน ในแผ่นงานที่สองมีการแสดงขั้นตอนการคำนวณด้วย โดยขั้นตอนการคำนวณที่แสดงในแผนงานที่สองนี้จะเริ่มจากการตั้งสมการทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยความจริงที่ว่าหากกำหนดให้จุดเริ่มต้นอยู่ที่ตำแหน่งเริ่มต้นของรถคันที่สอง ระยะทางที่รถคันที่สองต้องวิ่งเพื่อให้ไล่ทันรถคันที่หนึ่งนั้นจะมีค่าเท่ากับระยะทางที่รถคันที่หนึ่งต้องวิ่งรวมกับระยะห่างเริ่มต้นระหว่างรถทั้งสองคัน เนื่องจากเวลาเริ่มต้นคือเวลาที่รถคันที่สองเริ่มวิ่งจากจุดเริ่มต้นและรถคันที่หนึ่งเริ่มวิ่งจากระยะห่างสี่สิบเมตร ดังนั้นเวลาที่รถแต่ละคันต้องใช้ในการเคลื่อนที่ให้ทันกันจึงเท่ากัน จากนั้นเมื่อแทนค่าระยะการกระจัดของรถทั้งสองคันโดยใช้สูตรการเคลื่อนที่ในแนวตรงแล้วจัดรูป จะได้สมการที่ 3 เมื่อพิจารณาสมการนี้จะพบว่าหากแทนค่าความเร็วต้นของรถทั้งสองคันและความเร่งของรถทั้งสองคันลงไปก็จะเหลือตัวแปรเพียงหนึ่งตัวก็คือเวลา ดังนั้นเวลาที่รถทั้งสองคันเคลื่อนที่มาทันกันจึงเป็นเวลาที่ทำให้สมการนี้เป็นจริงหรือก็คือเวลาที่เมื่อแทนค่าลงไปในสมการที่ 3 แล้วจะทำให้สมการนี้มีค่าเป็นศูนย์ ในแผ่นงานที่สองนี้จะแก้สมการในลักษณะนี้โดยการใช้คำสั่ง GOAL SEEK โดยคำสั่งนี้ทำงานโดยรับค่าเริ่มต้นจากผู้ใช้และปรับค่าไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งสมการที่ 3 มีค่าเป็นศูนย์หรือมีค่าใกล้เคียงศูนย์มากที่สุด ตัวแปรที่ทำให้สมการมีค่าเป็นศูนย์หรือมีค่าใกล้เคียงศูนย์มากที่สุดก็คือคำตอบของสมการ ค่าเริ่มต้น

Copyright by Faculty of Science, Ubon Ratchathani University

ที่ต้องใส่ไปในเซลล์ E12 คือค่าที่ประมาณจากการจำลองเหตุการณ์ในแผ่นงานที่หนึ่ง จากแผนงานที่หนึ่ง ณ เวลา 45 วินาที รถทั้งสองคันอยู่ในตำแหน่งที่ใกล้เคียงกัน ดังนั้นจึงสมควรใช้ค่าเวลาเริ่มต้นเป็น 45 วินาที เมื่อใช้คำสั่ง GOAL SEEK จะได้เวลาที่ทันกันเท่ากับ 46.2205653062371 วินาที (แสดงในเซลล์ E12 ด้วยค่า 46.22 เนื่องจากกำหนดให้แสดงเพียงทศนิยมสองตำแหน่ง) โปรแกรมจะถามผู้ใช้ว่ายอมรับค่านี้หรือไม่ หากยอมรับให้กด Yes ดังภาพที่ 5 จากนั้นค่าในช่อง E12 จะเปลี่ยนจากค่าเริ่มต้นที่ใส่เข้าไป (คือ 45) เป็นค่าที่โปรแกรมคำนวณให้ (คือ 46.2206563062371) เซลล์ G12 จะมีค่าเป็น 4E-10 (หรือ 4×10^{-10}) ซึ่งคำนวณมาจากการแทนค่าเวลาที่โปรแกรมคำนวณให้ลงไปในสมการที่ 3 พบว่ามีค่าใกล้เคียงกับศูนย์มาก แสดงว่าคำตอบที่โปรแกรมประมาณค่าให้สามารถยอมรับได้ เมื่อได้ค่าเวลาที่รถทั้งสองวิ่งทันกันแล้วสามารถนำค่าเวลานี้ไปแทนค่าในสูตรการเคลื่อนที่แนวตรงของรถแต่ละคัน เพื่อคำนวณหาการกระจัดที่รถทั้งสองคันต้องวิ่งเพื่อที่จะทันกันได้ในช่อง W6 และ W7



ภาพที่ 4 การกำหนดค่าในการใช้คำสั่ง GOAL SEEK



ภาพที่ 5 ผลการใช้คำสั่ง GOAL SEEK ในการหาคำตอบ

จากตัวอย่างข้างต้น สามารถหาคำตอบโดยใช้การแก้สมการโดยตรงได้โดยแทนค่าพารามิเตอร์ลงไปในสมการที่ 3 แล้วแก้สมการหาค่า t จะได้

$$\frac{1}{2}(1.6)t^2 - 36.11t - 40 = 0 \tag{4}$$

$$t = \frac{1}{160}\left(3611 \pm \sqrt{14319321}\right) \tag{5}$$

$$t \approx -1.0818, 46.219$$

เลือกค่าบวกให้เป็นคำตอบ ดังนั้น เวลาที่รถทั้งสองวิ่งทันกันจะมีค่าประมาณ 46.219 วินาที ซึ่งใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการใช้คำสั่ง GOAL SEEK

ความคลาดเคลื่อนหาได้จาก

$$\%error = \left| \frac{46.2205653062371 - \left(\frac{1}{160}\left(3611 + \sqrt{14319321}\right)\right)}{\left(\frac{1}{160}\left(3611 + \sqrt{14319321}\right)\right)} \right| \times 100\% \approx 0.0029\%$$

จะเห็นว่าคลาดเคลื่อนจากการใช้คำสั่ง GOAL SEEK มีค่าน้อยมาก

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะจากการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เสนอการใช้โปรแกรมตารางจัดการที่ไม่มีค่าใช้จ่ายเพื่อใช้ในการจำลองสถานการณ์การเคลื่อนที่ของปัญหาที่มีวัตถุสองวัตถุเคลื่อนที่ไล่ตามกัน และได้นำเสนอการใช้คำสั่ง GOAL SEEK ในการแก้สมการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาเวลาที่รถคันหนึ่งใช้ในการวิ่งให้ทันรถอีกคันหนึ่ง จากสถานการณ์ตัวอย่างพบว่าคำตอบที่ได้จากการใช้คำสั่ง GOAL SEEK มีความคลาดเคลื่อนจากคำตอบแม่นตรงประมาณ 0.0029% แสดงให้เห็นว่าเครื่องมือนี้มีความแม่นยำสูง ตารางจัดการนี้สามารถแสดงให้นักศึกษาเห็นภาพสถานการณ์การเคลื่อนที่ของรถทั้งสองคันได้อย่างชัดเจน จึงเป็นการช่วยให้นักศึกษามองภาพปัญหาออก และยังสามารถนำไฟล์แผ่นงานไปศึกษาด้วยตนเองได้ โดยนักศึกษาสามารถปรับค่าเริ่มต้น ได้แก่ ความเร็วต้นของรถแต่ละคันและความเร่งของรถแต่ละคันได้ สำหรับผู้สอนก็สามารถใช้ตารางจัดการนี้ช่วยในการสอนได้ และสามารถใช้ตารางจัดการนี้ในการสร้างแบบฝึกหัดที่หลากหลายเพื่อให้นักศึกษาได้ฝึกแก้โจทย์ปัญหาได้ งานวิจัยนี้สามารถนำไปต่อยอดได้โดยการนำวิธีการจำลองสถานการณ์ที่ได้เสนอแล้วไปใช้ในปัญหาฟิสิกส์อื่น

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณศูนย์บริการทางการศึกษาราชบุรี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี (ราชบุรี) ที่ให้การสนับสนุนในการทำวิจัยครั้งนี้

References

Cooke, B. (1997). Some ideas for using spreadsheets in physics. **Physics Education**, 32(2), 80.

Dory, R. (1988). Spreadsheets for physics. **Computers in Physics**, 2(3), 70-74.

González, M. I. (2018). Lens ray diagrams with a spreadsheet. **Physics Education**, 53(3), 035016.

Grigore, I., Miron, C. and Barna, E. (2016). Didactic tools created with Excel spreadsheets to study motion on an inclined plane. **Romanian Reports in Physics**, 68(1), 440-454.

Guerrero, H. and Guerrero, H. (2019). Solver, Scenarios, and Goal Seek Tools. **Excel Data Analysis: Modeling and Simulation**, 311-346.

Korsun, I., Kryzhanovskyi, S. and Monchuk, M. (2019). The study of thermometers using Microsoft Excel. **Physics Education**, 54(6), 065004.

Oliveira, M. C. and Nápoles, S. (2010). Using a spreadsheet to study the oscillatory movement of a mass-spring system. **Spreadsheets in Education**, 3(3), 1-23.

Pornsuriwong, S. and Sungthong, A. (2020). The results of learning activities using STEM education of motion in physics for grade-11 students (in Thai). Journal of Science and Science Education, 3(1), 30-40.

Robinson, G. and Jovanoski, Z. (2011). The use of Microsoft Excel to illustrate wave motion and Fraunhofer diffraction in first year physics courses. **Spreadsheets in Education**, 4(3), 1-21.

Singh, I. and Kaur, B. (2018). Teaching graphical simulations of Fourier series expansion of some periodic waves using spreadsheets. **Physics Education**, 53(3), 035031.

Singh, I., Khun, K. K. and Kaur, B. (2018a). Simulating Fraunhofer diffraction of waves using Microsoft Excel spreadsheet. **Physics Education**, 53(5), 055010.

Singh, I., Khun, K. K. and Kaur, B. (2018b). Visualizing the trajectory of a charged particle in electric and magnetic fields using an Excel spreadsheet. **Physics Education**, 54(1), 015002.

Uddin, Z., and Zaheer, H.M. (2019). Simulating Physics Experiments in Spreadsheets–Experimenting with Ohm's Law. **The Physics Teacher**, 57(3), 182-183.

Copyright by Faculty of Science, Ubon Ratchathani University