



3D Augmented Reality illustrating 3D vector addition and subtraction in Cartesian coordinate

Umporn Wutchana^{1,*}

¹*Department of Curriculum and Instruction, Faculty of Education, Ramkhamhaeng University, Ramkhamhaeng Road, Huamark, Bangkok, Bangkok*

**Email: umporn.w@ru.ac.th*

Received <5 Mar. 2026>; Revised <17 Jun. 2026>; Accepted <18 Jun. 2026>

Abstract

This research aimed to (1) investigate misconceptions regarding the addition and subtraction of vectors in a 3D Cartesian coordinate system, (2) develop 3D augmented reality media for those concepts, and (3) examine their effectiveness. The study revealed misconceptions about the x, y, and z-axes, 3D coordinate identification, 3D vector representation, the negative of a vector, and the addition and subtraction of vector magnitudes. Furthermore, the development and effectiveness study of the 3D media showed a normalized change of the average of 0.55 and an average of the individual normalized changes of 0.46. These results indicate that the 3D media were moderately to highly effective in developing learner concepts related to the addition and subtraction of vectors in a 3D Cartesian coordinate system. This is evidenced by 65% of individual learners' Normalized change scores above 0.30 (medium gain) and 38% above 0.70 (high gain), demonstrating the potential of the 3D media to effectively promote learning in the majority of learners.

Keywords: 3D AR; Augmented reality; 3D vectors; Vector addition and subtraction

การพัฒนาสื่อ 3 มิติ ด้วยเทคโนโลยีเสมือนจริง เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ

อัมพร วัจนะ^{1*}

¹ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง ถนน รามคำแหง หัวหมาก บางกะปิ กรุงเทพมหานคร

*Email: umporn.w@rumail.ru.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ (1) ศึกษาทัศนคติที่คลาดเคลื่อน เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ (2) พัฒนาชุดสื่อ 3 มิติ ด้วยเทคโนโลยีเสมือนจริง เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ และ (3) ศึกษาประสิทธิผลของชุดสื่อ 3 มิติ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ โดยผลการศึกษาพบทัศนคติที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับแกนพิกัด x, y, z การระบุพิกัด 3 มิติ การแสดงเวกเตอร์ 3 มิติ นิเสธของเวกเตอร์และการนำขนาดของเวกเตอร์มาบวกและลบกัน และจากการพัฒนาและศึกษาประสิทธิผลของชุดสื่อ 3 มิติ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ พบว่ามีค่า Normalized change รวมเท่ากับ 0.55 และค่า Normalized change เฉลี่ยเท่ากับ 0.46 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าชุดสื่อ 3 มิติมีประสิทธิภาพในการพัฒนามโนทัศน์เรื่องการบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติของผู้เรียนในระดับปานกลางจนถึงสูง ดังเห็นได้จากร้อยละ 65 ของ Normalized change รายบุคคลมีค่าสูงกว่า 0.30 (ระดับปานกลาง) และร้อยละ 38 สูงกว่า 0.70 (ระดับสูง) ซึ่งแสดงว่าชุดสื่อ 3 มิติมีศักยภาพในการส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียนส่วนใหญ่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

คำสำคัญ: สื่อ 3 มิติ; เทคโนโลยีเสมือนจริง; เวกเตอร์ 3 มิติ; การบวกและลบเวกเตอร์

บทนำ

ในช่วงเวลาหลายปีที่ผ่านมา มีนักวิจัยที่ศึกษาปัญหาการเรียนรู้ เรื่อง เวกเตอร์ ของนักเรียนนักศึกษา โดยเริ่มต้นจากการพัฒนาแบบทดสอบเพื่อวัดความรู้พื้นฐานด้านเวกเตอร์ (Knight, 1995; Nguyen and Meltzer, 2003; Flores, Kanim and Kautz, 2004; Shaffer and McDermott, 2005; Barniol and Zavala, 2010; Wutchana and Emarat, 2011) ซึ่งเป็นเนื้อหาพื้นฐานในการเรียนรู้วิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นไป โดยพบว่าผู้เรียนส่วนใหญ่มีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่อง เวกเตอร์พื้นฐาน ถึงแม้ว่าจะเคยเรียนมาแล้วก็ตาม (Barniol and Zavala, 2012; Barniol and Zavala, 2014; Barniol and Zavala, 2009; Heckler and Scaife, 2015; Bollen *et al.*, 2017) ซึ่งแม้แต่นักศึกษาแพทย์ก็มีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องการบวกลบเวกเตอร์และเวกเตอร์องค์ประกอบ (Bani-Salameh *et al.*, 2020) และไม่ใช่เพียงแค่นักเรียนนักศึกษาเท่านั้น หากแต่ยังพบว่าครูหรือผู้ที่สำเร็จการศึกษาไปแล้วก็มีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องดังกล่าวด้วยเช่นกัน (Flores-García *et al.*, 2008; Saracoğlu and Kol, 2018) โดยเฉพาะในส่วนของเวกเตอร์ 3 มิติ หรือเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ (Hinrichs, 2010) ซึ่งเป็นเนื้อหาที่ยากและท้าทาย โดยพบว่าในหนังสือหรือบทเรียนจะนำเสนอสื่อการสอนหรือรูปภาพในลักษณะ 2 มิติ และผู้เรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถจินตนาการรูปภาพหรือแบบจำลอง 3 มิติได้ เนื่องจากรูปภาพหรือสัญลักษณ์ที่แสดงในหนังสือมีลักษณะที่เป็นนามธรรมมาก อีกทั้งรูปภาพที่แสดงวัตถุ 3 มิติที่ใช้เวลานานในการวาด และในระหว่างการสอนเองก็มีการขยายความในเรื่องดังกล่าวน้อยมาก (Nishizawa *et al.*, 2013) ส่งผลให้ผู้เรียนเกิดมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในหัวข้อดังกล่าว เช่น ผู้เรียนบางส่วนไม่สามารถระบุขนาดของเวกเตอร์และไม่สามารถหาเวกเตอร์ 3 มิติ จากจุด 3 จุดหรือพิกัดที่กำหนดให้ได้ ผู้เรียนไม่สามารถเชื่อมโยงสัญลักษณ์ที่ใช้ในการเรียนกับเส้นและระนาบต่าง ๆ ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติได้ (Pale, 2018) ส่งผลให้เกิดปัญหาในการเรียนรู้เนื้อหาอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับเวกเตอร์ 3 มิติในระดับที่สูงขึ้นไป เช่น การเรียนเรื่อง ความเร็ว โมเมนตัม สนามแม่เหล็ก สนามไฟฟ้าหรือการออกแบบต่าง ๆ เนื่องจากปริมาณที่เกี่ยวข้องกับเรื่องดังกล่าวล้วนแล้วแต่เป็นปริมาณเวกเตอร์ อย่างไรก็ตามมีงานวิจัยที่พยายามออกแบบและพัฒนาสื่อการสอนในรูปแบบ 3 มิติ เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นลักษณะของเวกเตอร์ เส้นและระนาบต่าง ๆ ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ ได้ชัดเจนขึ้น (Wunderlich, Hones and Shaw, 1976; Nguyen and Meltzer, 2005; Nishizawa *et al.*, 2013; Wutchana, Bunrangsri and Emarat, 2019) แต่ก็ยังพบข้อจำกัดในการประยุกต์ใช้สื่อการสอนดังกล่าว โดยสามารถแสดงให้เห็นลักษณะและองค์ประกอบของเวกเตอร์ 3 มิติได้ แต่ในเรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ ที่มีความซับซ้อนยังไม่สามารถแสดงได้ด้วยสื่อการสอน 3 มิติเหล่านั้น

ในขณะที่ปัจจุบันนี้เทคโนโลยี Augmented Reality หรือ AR ซึ่งเป็นเทคโนโลยีที่ผสมผสานโลกเสมือน (Virtual World) เพิ่มเข้าไปในโลกจริง (Physical World) หรือ เทคโนโลยีเสมือนจริง (Chalermdit, Wittayakhom and Jeerungsuwan, 2018) เช่น การเพิ่มภาพเสมือนของโมเดล 3 มิติที่สร้างจากคอมพิวเตอร์ลงไปในภาพที่ถ่ายมาจากกล้องวิดีโอ กล้องเว็บแคมหรือกล้องในโทรศัพท์มือถือ ทำให้มองเห็นภาพที่มีลักษณะเป็นวัตถุแสดงผลในจอภาพกลายเป็นวัตถุ 3 มิติ ลอยอยู่เหนือพื้นผิวจริง มีการนำไปประยุกต์ใช้ในงานด้านต่าง ๆ (Srifar, 2018; Pakorn, 2018) เช่น ด้านอุตสาหกรรมรถยนต์ มีการใช้เทคโนโลยีเสมือนจริงมาช่วยในการผลิต โดยการสวมแว่นตาที่มีส่วนแสดงผล โดย AR จะแสดงขั้นตอนการประกอบและระบุเครื่องมือที่จะใช้ในการผลิตได้ ด้านอุตสาหกรรมเฟอร์นิเจอร์ มีการใช้ AR แอปพลิเคชันในการแสดงตัวอย่างสินค้า โดยลูกค้าสามารถเห็นการจัดวางของเฟอร์นิเจอร์ในห้องหรือสถานที่ที่ต้องการก่อนการตัดสินใจซื้อจริง ด้านอุตสาหกรรมสื่อโทรทัศน์ รายการต่าง ๆ มีรูปแบบที่รองรับระบบ AR บนโทรทัศน์เพิ่มมากขึ้น ซึ่งผู้รับชมจะได้รับชมมุมมองภาพแบบ 3 มิติและสามารถมีปฏิสัมพันธ์ในการโต้ตอบกับส่วนใดส่วนหนึ่งของเนื้อหาในรายการได้ รวมไปถึงเทคโนโลยี AR ในด้านการศึกษา ซึ่งพบว่าสามารถนำมาประยุกต์ใช้ร่วมกับเทคโนโลยีอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น การนำข้อมูลสาระไปผูกติดกับพิกัดทางภูมิศาสตร์จริงหรืออุปกรณ์เซนเซอร์ในโลกจริงเพื่อให้ข้อมูลสาระด้านการศึกษากับผู้เรียน (Chutosri *et al.*, 2019; Unjanam and Roungrong, 2022; Chujitarom and Piriyaasurawong, 2017) หรือแม้กระทั่งในเรื่องของเวกเตอร์ (Langer, Lietze and Krizek, 2020) โดยผู้เรียนจะได้สัมผัสประสบการณ์ใหม่ในมิติที่เสมือนจริง (Wittayakhom and Piriyaasurawong, 2020) ได้เรียนรู้ผ่านการปฏิบัติกิจกรรม การสาธิต การสนทนาและได้รับประสบการณ์ที่มากขึ้นโดยการเชื่อมโยงเนื้อหาที่เรารู้กับสถานที่หรือวัตถุที่เฉพาะเจาะจงเหมาะสมกับการเรียนรู้ด้วยสื่อ 3 มิติ เป็นการขยายหรือย้ายการเรียนรู้สู่นอกห้องเรียนมากขึ้น ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้และเข้าใจในสิ่งที่ต้องการเรียนรู้ได้อย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้น

ดังนั้น หากมีการประยุกต์ใช้สื่อเทคโนโลยี AR 3 มิติในเรื่องของเวกเตอร์ โดยเฉพาะในส่วนของเวกเตอร์ 3 มิติ ที่เป็นเนื้อหาที่ยากและท้าทาย ซึ่งในหนังสือหรือบทเรียนจะนำเสนอสื่อการสอนหรือรูปภาพในลักษณะ 2 มิติ และผู้เรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถจินตนาการรูปภาพหรือแบบจำลอง 3 มิติได้ เนื่องจากรูปภาพหรือสัญลักษณ์ที่แสดงมีลักษณะที่เป็นนามธรรมมาก การประยุกต์ใช้สื่อเทคโนโลยีเสมือนจริง 3 มิติในเรื่องนี้ ก็จะช่วยให้ผู้เรียนจะได้รับประสบการณ์ในการเรียนที่เสมือนจริง โดยได้เรียนรู้ผ่านการปฏิบัติกิจกรรม การสาธิตและได้เชื่อมโยงเนื้อหาที่เรารู้กับสื่อ 3 มิติ ทำให้สามารถเรียนรู้และเข้าใจเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ ได้ดียิ่งขึ้น

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ
2. เพื่อพัฒนาชุดสื่อ 3 มิติ ด้วยเทคโนโลยีเสมือนจริง เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ
3. เพื่อศึกษาประสิทธิผลของชุดสื่อ 3 มิติ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ

วิธีดำเนินการวิจัย

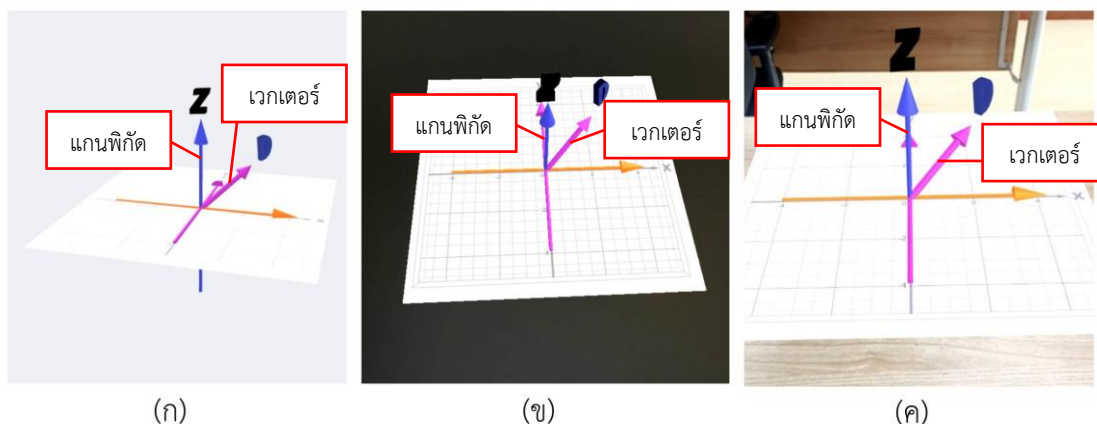
ขอบเขตของการวิจัย

1. เนื้อหาในการวิจัย ประกอบด้วย ระบบพิกัดฉาก 3 มิติ การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ
2. กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและพัฒนาแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ ประกอบด้วย นักเรียน นักศึกษา ครู อาจารย์หรือบุคคลทั่วไปที่มีอายุไม่น้อยกว่า 18 ปี บริบูรณ์ และสนใจเข้าร่วมกิจกรรม ซึ่งคัดเลือกโดยการสุ่มอย่างง่ายจากเครื่องมือสุ่มออนไลน์ (wheel of name) จำนวน 47 คน จากจำนวนผู้ที่สนใจเข้าร่วมกิจกรรมทั้งสิ้น จำนวน 50 คน
3. กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษาประสิทธิผลของชุดสื่อ 3 มิติในการพัฒนามโนทัศน์ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ ประกอบด้วย นักเรียน นักศึกษา ครู อาจารย์หรือบุคคลทั่วไปที่มีอายุไม่น้อยกว่า 18 ปี บริบูรณ์ และสนใจเข้าร่วมกิจกรรม ซึ่งคัดเลือกโดยการสุ่มอย่างง่ายจากเครื่องมือสุ่มออนไลน์ จำนวน 34 คน จากจำนวนผู้ที่สนใจเข้าร่วมกิจกรรมทั้งสิ้น จำนวน 76 คน โดยมีการรับสมัครแยกกันกับกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและพัฒนาแบบทดสอบวัดมโนทัศน์
4. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย 1) ตัวแปรในการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้แก่ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ และ 2) ตัวแปรในการศึกษาประสิทธิผลของชุดสื่อ 3 มิติ มี 2 ประเภท คือ ตัวแปรต้น ได้แก่ ชุดสื่อ 3 มิติ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ และตัวแปรตาม ได้แก่ ประสิทธิผลของชุดสื่อ 3 มิติ ในการพัฒนามโนทัศน์ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ

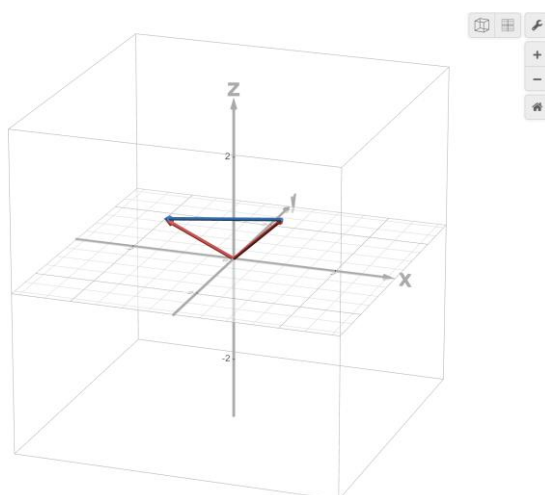
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แบบสอบถาม เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ ซึ่งเป็นแบบสอบถามปลายเปิด (open-ended question) ที่พัฒนาจากข้อค้นพบเกี่ยวกับความเข้าใจคลาดเคลื่อนของผู้เรียน เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ (Wutchana, Bunrangsri and Emarat, 2019) จำนวน 6 ข้อ ตัวอย่างเช่น คำถามข้อ 2) $\vec{D}$ เป็นเวกเตอร์ 3 มิติ จงแสดงขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ $\vec{D}$ เมื่อ $\vec{D} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$ โดยการวาดรูป โดยมีผู้เชี่ยวชาญ 3 คน ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา (content validity) การใช้ภาษา ความเป็นไปได้และความสอดคล้องเชิงโครงสร้าง (construct validity) ของแบบสอบถาม โดยใช้มาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ พบว่าค่าเฉลี่ยของความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญเท่ากับ 4.6 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.6
2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ มีจำนวน 20 ข้อ แบ่งเป็นข้อสอบปรนัย จำนวน 17 ข้อ และอัตนัย จำนวน 3 ข้อ พัฒนาขึ้นจากผลการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ โดยมีผู้เชี่ยวชาญ 3 คน ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา การใช้ภาษา (face validity) ความเป็นไปได้และความสอดคล้องเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ โดยใช้มาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ พบว่าค่าเฉลี่ยของความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญเท่ากับ 4.5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.5 แล้วนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ไปทดลองใช้ (Try out) กับกลุ่มที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โดยวิเคราะห์ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) และค่าความยากง่าย (Difficulty index) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์รายข้อ แล้วหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทั้งฉบับ โดยมีค่าความยากง่ายระหว่าง 0.2 – 0.8 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทั้งฉบับ เท่ากับ 0.92
3. ชุดสื่อ 3 มิติ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ ประกอบด้วย 1) แผนการสอน จำนวน 1 แผน 2) สื่อ AR 3 มิติ จำนวน 3 ชิ้น และสื่อ 3 มิติ จำนวน 7 ชิ้น พัฒนาขึ้นตามผลจากการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ โดยใช้โปรแกรม Assembler ดังภาพที่ 1 ซึ่งเป็นโปรแกรมที่เน้นการสร้างโมเดล 3 มิติและการโต้ตอบ และโปรแกรม Desmos ดังภาพที่ 2 ซึ่งเป็นโปรแกรมที่เน้นการแสดงผลกราฟิก โดยนำมาใช้ในการ 1) แสดงภาพเวกเตอร์ ซึ่งสามารถกำหนดเวกเตอร์ด้วยการระบุจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุด หรือกำหนดเวกเตอร์ในรูปขององค์ประกอบ (components) แล้วแสดงเป็นลูกศรในระบบพิกัดฉาก 2 มิติ และ 3 มิติได้ และ 2) แสดงการบวกและลบเวกเตอร์ โดยแสดงผลลัพธ์ของการบวกเวกเตอร์แบบหางต่อหัว (head-to-tail) หรือแบบขนานกัน (parallelogram law) และการลบเวกเตอร์ในลักษณะของการบวกด้วยเวกเตอร์ที่ตรงข้ามกัน โดยมีผู้เชี่ยวชาญ 3 คน พิจารณาตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสม

ความเป็นไปได้และความสอดคล้องเชิงโครงสร้างของชุดสื่อ 3 มิติ โดยใช้มาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ พบว่าค่าเฉลี่ยของความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญเท่ากับ 4.8 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.3



ภาพที่ 1 ตัวอย่างสื่อ AR 3 มิติ จากโปรแกรม Assembler (ก) แบบ 3 มิติ (ข) แบบสแกน Marker และ (ค) แบบวางบนพื้นผิว



ภาพที่ 2 ตัวอย่างสื่อ 3 มิติ จากโปรแกรม Desmos

การเก็บรวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูล

1. ศึกษาโน้ตสนที่คลาดเคลื่อน เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ ของกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 47 คน โดยใช้แบบสอบถาม เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ
2. วิเคราะห์ข้อมูลจากการศึกษาโน้ตสนที่คลาดเคลื่อน เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ โดยใช้เทคนิคการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative Data Analysis Technique) คือ การจำแนกหรือการจัดกลุ่มข้อมูล (Typological Analysis) โดยการวิเคราะห์คำหลัก (Domain Analysis) และการวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis)
3. ใช้แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ เก็บข้อมูลก่อนการจัดการเรียนการสอนกับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 34 คน ใช้เวลา 40 นาที
4. จัดการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์เพื่อพัฒนามโนทัศน์ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ โดยใช้ชุดสื่อ 3 มิติ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ กับกลุ่มตัวอย่าง ใช้เวลา 120 นาที ดังนี้
 - ก. การเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ โดยเริ่มต้นด้วยการทบทวนความรู้เกี่ยวกับระบบพิกัดฉากสองมิติ ก่อนที่จะเข้าสู่ระบบพิกัดฉากสามมิติ มีการใช้ตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น การระบุจุดบนแผนที่ หรือเกมคอมพิวเตอร์สามมิติ ที่ช่วยให้ผู้เรียนเชื่อมโยงความรู้กับประสบการณ์จริงได้ง่ายขึ้น

ข. การใช้สื่อการสอนที่หลากหลาย โดยเน้นการใช้สื่อ 3 มิติ และสื่อ AR 3 มิติ เพื่อให้ผู้เรียนเห็นภาพและเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับระบบพิกัดฉาก 3 มิติและเวกเตอร์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น โดยใช้ใบกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติและตรวจสอบความเข้าใจของตนเอง

ค. การเน้นการปฏิบัติและการประยุกต์ใช้ โดยให้ผู้เรียนได้วาดรูป ระบุพิกัด แสดงเวกเตอร์ และคำนวณการบวกและการลบเวกเตอร์ ซึ่งเป็นการเน้นการเรียนรู้แบบลงมือปฏิบัติ การให้ผู้เรียนเปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับสื่อ 3 มิติ และสื่อ AR 3 มิติ ช่วยให้ผู้เรียนได้รับข้อมูลย้อนกลับและปรับปรุงความเข้าใจของตนเอง

5. ใช้แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ เก็บข้อมูลหลังการจัดการเรียนการสอนกับกลุ่มตัวอย่าง ใช้เวลา 40 นาที

6. วิเคราะห์ข้อมูลจากการศึกษาประสิทธิภาพของชุดสื่อ 3 มิติ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก 3 มิติ โดยการหาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่า normalized change โดยค่า Normalized change คำนวณได้จากสัดส่วนระหว่างผลต่างของคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียนกับผลต่างของคะแนนเต็มและคะแนนสอบก่อนเรียน ซึ่งเสนอโดย Marx and Cummings (2006) ดังแสดงในสมการที่ 1

$$c = \begin{cases} \frac{post-pre}{100-pre} & post > pre \\ drop & post = pre = 100 = 0 \\ 0 & post = pre \\ \frac{post-pre}{pre} & post < pre \end{cases} \quad (1)$$

โดยกำหนดเงื่อนไขของสมการ normalized change ในการคำนวณ ดังนี้

กรณีที่ 1 เมื่อคะแนนสอบหลังเรียนมีค่ามากกว่าคะแนนสอบก่อนเรียน Normalized change คัดจากผลคะแนนที่เพิ่มขึ้นเทียบกับโอกาสสูงสุดของคะแนนที่จะเพิ่มขึ้นได้

กรณีที่ 2 เมื่อคะแนนสอบหลังเรียนมีค่าเท่ากับคะแนนสอบก่อนเรียนและเท่ากับ 0 หรือเท่ากับคะแนนเต็ม จะไม่นำผลคะแนนมาคิด Normalized change เนื่องจากความสามารถของผู้เรียนนั้น อยู่นอกเหนือขอบเขตของเครื่องมือวัด

กรณีที่ 3 เมื่อคะแนนสอบหลังเรียนมีค่าเท่ากับคะแนนสอบก่อนเรียน Normalized change มีค่าเท่ากับ 0

กรณีที่ 4 เมื่อคะแนนสอบหลังเรียนมีค่าน้อยกว่าคะแนนสอบก่อนเรียน Normalized change คัดจากผลคะแนนที่ลดลงเทียบกับโอกาสสูงสุดของคะแนนที่จะลดลงได้หรือคะแนนสอบก่อนเรียน

โดยค่า Normalized change เพื่อพิจารณาผลการเรียนรู้โดยภาพรวม เป็นการคำนวณค่า Normalized change รวม ($\langle c \rangle$) จากค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียนและคะแนนหลังเรียนของทั้งชั้นเรียน และคำนวณค่า Normalized change เฉลี่ย (c_{ave}) จากค่าเฉลี่ยของค่า Normalized change รายบุคคล (c_i)

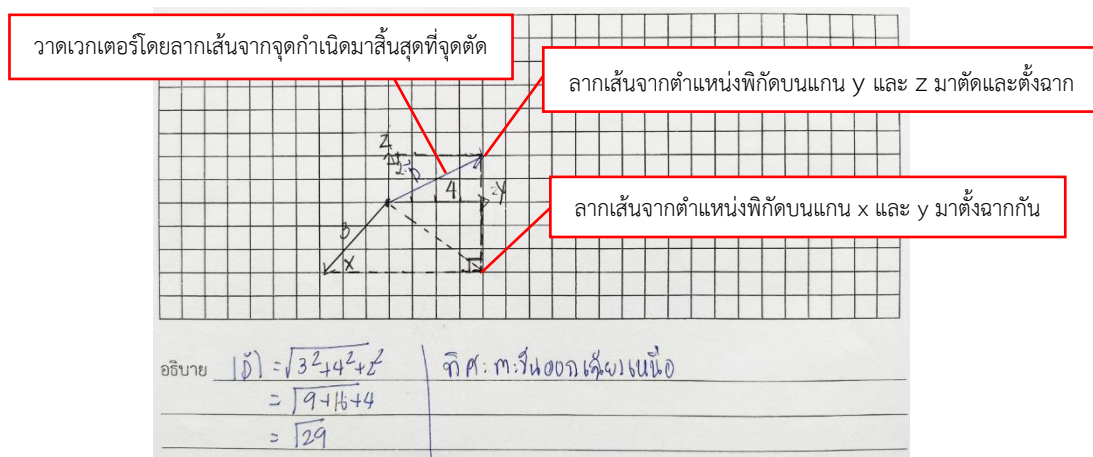
ผลการวิจัย

ผลการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยการจำแนกหรือการจัดกลุ่มข้อมูลด้วยการวิเคราะห์คำหลักและการวิเคราะห์เนื้อหาจากคำตอบของผู้เรียน จำนวน 47 คน แสดงถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจัดเป็น 5 กลุ่มหลัก ที่แตกต่างกันจากผลคำตอบที่ได้จากผู้เรียน ดังนี้

- มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับแกนพิกัด x , y , z คิดเป็นร้อยละ 65.95 ของคำตอบประกอบด้วย
 - การวางตัวหรือการวาดรูปแกนพิกัดฉาก 3 มิติ ที่ไม่ตั้งฉากกัน
 - การกำหนดทิศทางบวกและลบในแกนพิกัดที่ไม่ถูกต้อง หรือการไม่ระบุทิศทางของแกนบวกและลบที่ชัดเจน
- มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการแสดงเวกเตอร์ 3 มิติ คิดเป็นร้อยละ 23.40 ของคำตอบประกอบด้วย
 - การกำหนดสัญลักษณ์ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่ใช้ในการสื่อสารทิศทางตามแนวแกน x , y , z สลับกัน ทำให้กำหนดขนาดขององค์ประกอบเวกเตอร์บนแกนต่าง ๆ สลับกัน
 - การกำหนดทิศทางขององค์ประกอบเวกเตอร์ (ระบุด้วยเครื่องหมายบวกและลบ) ตามแนวแกน x , y , z ที่ไม่ถูกต้อง
 - การกำหนดขนาดองค์ประกอบของเวกเตอร์ด้วยระยะห่างจากจุดกำเนิดที่ไม่ถูกต้อง
 - การกำหนดพิกัดเป็นการแสดงเวกเตอร์แบบ 3 มิติ

- การกำหนดมาตราส่วนบนแกนพิกัด และการวาดรูปพิกัดฉาก 3 มิติ ที่ไม่แสดงสัดส่วนที่ถูกต้อง ทำให้ไม่สามารถสื่อสารด้วยรูปวาดแบบ 3 มิติ
- การอ่านค่าบนแกนพิกัดที่แสดงในรูปแบบ 3 มิติ ที่ไม่ถูกต้อง
- การวาดรูปแสดงทิศทางขององค์ประกอบเวกเตอร์ที่เป็นลบตามแนวแกน x, y, z ที่ไม่ถูกต้อง
- การวาดรูปแสดงองค์ประกอบของเวกเตอร์บนแกน z โดยวัดจากตำแหน่งของจุดกำเนิดบนรูป แทนที่จะวัดจากพิกัด (x, y) หรือจุดตัดระหว่าง x และ y บนระนาบ xy
- การวาดรูปแสดงเวกเตอร์ 3 มิติ โดยการลากเส้นจากตำแหน่งพิกัดบนแกน x และ y ไปตั้งฉากกัน แล้วลากเส้นจากตำแหน่งพิกัดบนแกน y และ z มาตัดและตั้งฉากกัน แล้ววาดเวกเตอร์โดยลากเส้นจากจุดกำเนิดมาสิ้นสุดที่จุดตัดดังกล่าว (ภาพที่ 3)
- การลากเส้น (ส่วนของเส้นตรง) หรือลูกศรเชื่อมจุดพิกัดสองจุดเพื่อแสดงเวกเตอร์
- การแสดงขนาดของเวกเตอร์ โดยการลากลูกศรที่แสดงเวกเตอร์จากจุดกำเนิดมายังจุดพิกัดโดยไม่เข้าใจว่าความยาวของลูกศรนั้นแทนขนาดของเวกเตอร์



ภาพที่ 3 การวาดรูปแสดงเวกเตอร์ 3 มิติ โดยการลากเส้นจากตำแหน่งพิกัดบนแกน x และ y ไปตั้งฉากกัน แล้วลากเส้นจากตำแหน่งพิกัดบนแกน y และ z มาตัดและตั้งฉากกัน แล้ววาดเวกเตอร์โดยลากเส้นจากจุดกำเนิดมาสิ้นสุดที่จุดตัด

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการระบุพิกัด 3 มิติ คิดเป็นร้อยละ 22.98 ของคำตอบประกอบด้วย
 - การกำหนดพิกัดหรือระยะห่างจากจุดกำเนิดถึงจุดพิกัดบนแกนไม่ตรงกับค่าที่กำหนด หรือกำหนดพิกัดสลับกันระหว่างระยะห่างจากจุดกำเนิดถึงจุดพิกัดบนแกน x, y หรือ z
 - การกำหนดพิกัดที่เป็นลบตามแนวแกน x, y, z บนรูปวาด 3 มิติ โดยแสดงพิกัดเช่นเดียวกันกับพิกัดที่เป็นบวก
 - การวาดรูปแสดงพิกัดบนแกน z โดยวัดจากตำแหน่งของจุดกำเนิดบนรูป แทนที่จะวัดจากพิกัด (x, y) หรือจุดตัดระหว่าง x และ y บนระนาบ xy
 - การวาดรูปแสดงระยะห่างจากจุดกำเนิดบนแกนพิกัดต่าง ๆ แต่ไม่แสดงพิกัด
 - การวาดรูปแสดงพิกัด โดยลากเส้นจากตำแหน่งพิกัดบนแกน x และ y ไปตั้งฉากกัน แล้วลากเส้นจากตำแหน่งพิกัดบนแกน y และ z มาตัดและตั้งฉากกัน
4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกระบวนการบวกเวกเตอร์ 3 มิติ คิดเป็นร้อยละ 10.64 ของคำตอบประกอบด้วย
 - การบวกเวกเตอร์โดยเปลี่ยนเครื่องหมายหรือทิศทางขององค์ประกอบของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ที่เป็นลบให้เป็นบวก แล้วนำมาบวกกัน
 - การบวกเวกเตอร์โดยคำนวณหาขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ แล้วนำขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ มาบวกกัน
 - การกำหนดหัวลูกศรหรือทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์ โดยวาดลูกศรแสดงทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์จากพิกัดสุดท้ายไปยังจุดกำเนิด

5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกระบวนการลบเวกเตอร์ 3 มิติ คิดเป็นร้อยละ 6.38 ของคำตอบประกอบด้วย
- นิเสธของเวกเตอร์เป็นเวกเตอร์ที่มีเครื่องหมายตรงกันข้ามกับเวกเตอร์ที่กำหนดให้เฉพาะพจน์แรกหรือองค์ประกอบแรกเท่านั้น
 - นิเสธเวกเตอร์คือองค์ประกอบของเวกเตอร์ที่มีค่าหรือทิศทางเป็นลบเท่านั้น
 - การลบเวกเตอร์ โดยคำนวณหาขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ แล้วนำขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ มาลบกัน

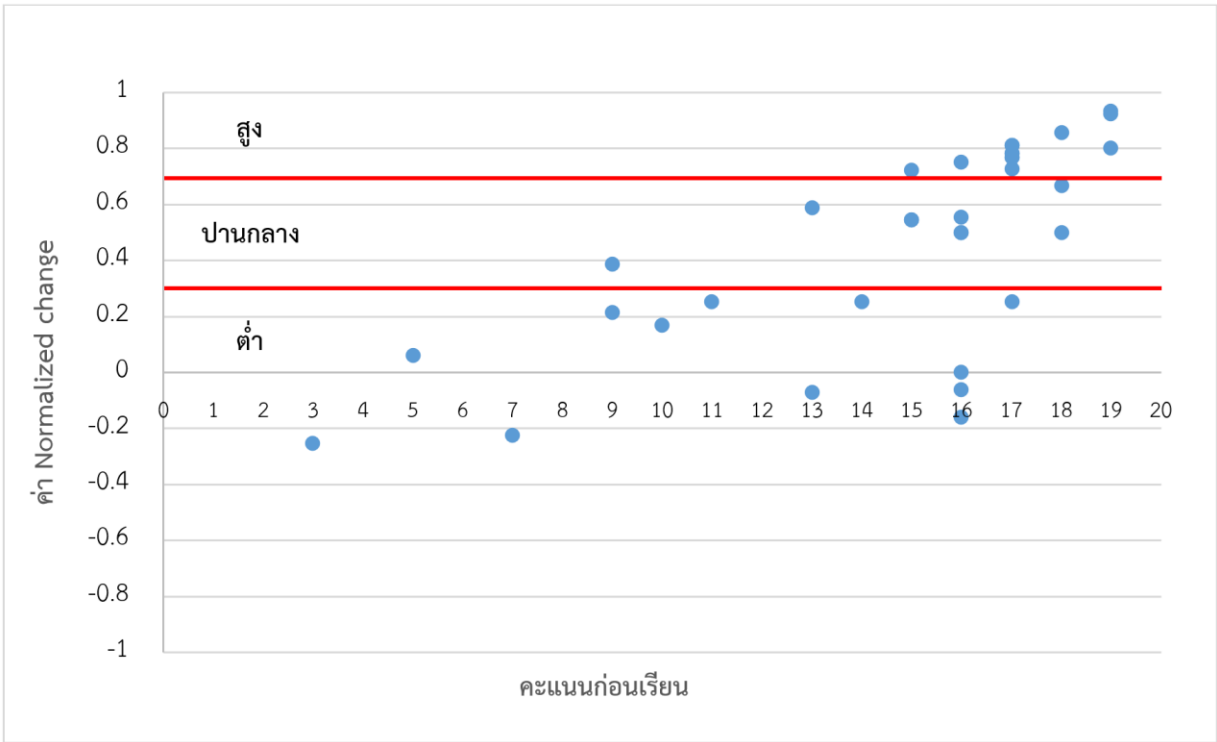
ผลการศึกษาประสิทธิภาพชุดสื่อ 3 มิติ

ประสิทธิภาพของชุดสื่อ 3 มิติคำนวณจากค่า normalized change รวม (Normalized change of the average) หรือค่า $\langle c \rangle$ ซึ่งคำนวณจากค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียนและคะแนนหลังเรียน และค่า normalized change เฉลี่ย (average of the individual normalized changes) หรือค่า c_{ave} ซึ่งคำนวณจากค่าเฉลี่ยของค่า normalized change รายบุคคล หรือค่า c_i

ตารางที่ 1 ค่า Normalized change รวม ($\langle c \rangle$) ของทั้งชั้นเรียน

จำนวน (คน)	คะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน	คะแนนเฉลี่ยหลังเรียน	$\langle c \rangle$
34	9	15	0.55

ตารางที่ 1 แสดงค่า normalized change รวม โดยคำนวณจากสัดส่วนระหว่างผลต่างของคะแนนเฉลี่ยก่อนและหลังเรียน กับผลต่างของคะแนนเต็ม (20 คะแนน) และคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนของผู้เรียน จำนวน 34 คน ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนเท่ากับ 9 คะแนน คะแนนเฉลี่ยหลังเรียนเท่ากับ 15 คะแนน และค่า normalized change รวม เท่ากับ 0.55



ภาพที่ 4 แสดงค่า normalized change ของผู้เรียนรายบุคคล

ภาพที่ 4 แสดงค่า normalized change ของผู้เรียนรายบุคคล (c_i) จำนวน 34 คน โดยคำนวณจากสัดส่วนระหว่างผลต่างของคะแนนก่อนและหลังเรียนกับผลต่างของคะแนนเต็มและคะแนนก่อนเรียนของผู้เรียนแต่ละคน ซึ่งพบว่ามีผู้เรียนที่มีค่า normalized change รายบุคคล เป็นบวกจำนวน 28 คน คิดเป็นร้อยละ 82 ผู้เรียนที่มีค่า normalized change เป็นลบจำนวน 5 คน คิดเป็นร้อยละ 15 ผู้เรียนที่มีค่า normalized change สูงกว่า 0.30 จำนวน 22 คน คิดเป็นร้อยละ 65 ผู้เรียนที่มีค่า normalized change สูงกว่า 0.70 จำนวน 13 คน คิดเป็นร้อยละ 38 และค่า normalized change เฉลี่ย (c_{ave}) ซึ่งคำนวณจากค่าเฉลี่ยของ normalized change รายบุคคลเท่ากับ 0.46

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้งหมดนี้มีทั้งมโนทัศน์ที่สอดคล้องกับการงานวิจัยก่อนหน้านี้ เช่น การสื่อสารรูปวาดแบบ 3 มิติและการระบุพิกัต (Hinrichs, 2010; Nishizawa *et al.*, 2013) การใช้สัญลักษณ์เวกเตอร์หนึ่งหน่วยและเวกเตอร์องค์ประกอบ (Bani-Salameh *et al.*, 2020) และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนซึ่งพบใหม่เพิ่มเติมในงานวิจัยนี้ เช่น การบวกเวกเตอร์โดยเปลี่ยนเครื่องหมายหรือทิศทางองค์ประกอบของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ที่เป็นลบให้เป็นบวก แล้วนำมาบวกกัน การบวกและลบเวกเตอร์โดยคำนวณหาขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ แล้วนำขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ มาบวกหรือลบกัน การเข้าใจว่านิเสธของเวกเตอร์คือเวกเตอร์ที่มีเครื่องหมายตรงกันข้ามกับเวกเตอร์ที่กำหนดให้เฉพาะองค์ประกอบแรก และการเข้าใจว่านิเสธของเวกเตอร์คือองค์ประกอบของเวกเตอร์ที่มีค่าหรือทิศทางเป็นลบเท่านั้น

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับแกนพิกัต x, y, z แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนอาจไม่ตระหนักหรือไม่เข้าใจการสื่อสารหรือการวาดรูปแบบ 3 มิติ ทำให้วาดรูปแกนพิกัตฉาก 3 มิติ ที่ไม่ตั้งฉากกันและกำหนดมาตราส่วนที่ไม่แสดงสัดส่วนที่ถูกต้อง และอาจสับสนเกี่ยวกับการกำหนดทิศทางบวกและลบบนแกนพิกัต เมื่อแกนพิกัตวางตัวในลักษณะอื่นที่แตกต่างจากประสบการณ์เดิม

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการระบุพิกัต 3 มิติแสดงให้เห็นว่าผู้เรียนไม่เข้าใจว่าตัวเลขแสดงพิกัตคือระยะห่างจากจุดกำเนิดถึงจุดพิกัตบนแกนพิกัต x, y, z ตามลำดับ จึงไม่สามารถกำหนดพิกัตหรือกำหนดพิกัตสลับกันระหว่างระยะห่างจากจุดกำเนิดถึงจุดพิกัตบนแกน x, y หรือ z และถึงแม้ว่าผู้เรียนจะมีความเข้าใจเกี่ยวกับระยะห่างจากจุดกำเนิดบนแกน แต่ก็ไม่สามารถสื่อสารหรือแสดงพิกัตด้วยรูปวาดแบบ 3 มิติได้ถูกต้อง เนื่องจากขาดความเข้าใจในการวาดรูปแบบ 3 มิติ โดยจะเห็นได้จากการแสดงพิกัตบนแกน z ที่ผิดพลาดและการวาดรูปแสดงระยะห่างจากจุดกำเนิดบนแกนพิกัตแต่ไม่แสดงพิกัต โดยเฉพาะการกำหนดพิกัตที่เป็นลบซึ่งเกี่ยวข้องกับการกำหนดทิศทางบวกและลบบนแกนพิกัต

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการแสดงเวกเตอร์ 3 มิติแสดงให้เห็นว่าผู้เรียนสับสนเกี่ยวกับสัญลักษณ์เวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ ตลอดจนเครื่องหมายบวกและลบที่ใช้แทนทิศทางขององค์ประกอบเวกเตอร์ตามแกนพิกัต x, y, z จึงทำให้กำหนดขนาดของเวกเตอร์องค์ประกอบบนแกนต่าง ๆ สลับกัน รวมถึงการอ่านค่าของเวกเตอร์บนแกนพิกัตและการแสดงเวกเตอร์ด้วยรูปวาดแบบ 3 มิติ

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการบวกเวกเตอร์ 3 มิติจะเกี่ยวเนื่องกับแกนพิกัต x, y, z การระบุพิกัต 3 มิติและการแสดงเวกเตอร์ 3 มิติแทบทั้งสิ้น โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เฉพาะในกระบวนการบวกเวกเตอร์ 3 มิติ คือ การบวกเวกเตอร์โดยเปลี่ยนเครื่องหมายหรือทิศทางองค์ประกอบของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ ที่เป็นลบให้เป็นบวก แล้วนำมาบวกกัน การบวกเวกเตอร์โดยคำนวณหาขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ แล้วนำขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ มาบวกกัน และการกำหนดหัวลูกศรหรือทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์ โดยวาดลูกศรแสดงทิศทางของเวกเตอร์ลัพธ์จากพิกัตสุดท้ายไปยังจุดกำเนิด ซึ่งเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนลักษณะเดียวกันกับที่พบในการบวกและลบเวกเตอร์ 2 มิติ

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกระบวนการลบเวกเตอร์ 3 มิติจะคล้ายคลึงกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกระบวนการบวกเวกเตอร์ 3 มิติ คือ การลบเวกเตอร์โดยคำนวณหาขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ แล้วนำขนาดของเวกเตอร์ $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ มาลบกัน และเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับนิเสธของเวกเตอร์ คือ เข้าใจว่านิเสธของเวกเตอร์คือเวกเตอร์ที่มีเครื่องหมายตรงกันข้ามกับเวกเตอร์ที่กำหนดให้เฉพาะพจน์แรกหรือองค์ประกอบแรกเท่านั้น หรือเข้าใจว่านิเสธเวกเตอร์คือองค์ประกอบของเวกเตอร์ที่มีค่าหรือทิศทางเป็นลบเท่านั้น และปัญหาที่พบบนอกเหนือจากความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการลบเวกเตอร์ คือ ปัญหาการลบตัวเลขที่เป็นจำนวนเต็มลบที่ส่งผลให้การหาผลลัพธ์จากการลบเวกเตอร์ผิดพลาด

การพัฒนาและการศึกษาประสิทธิภาพชุดสื่อ 3 มิติ

ชุดสื่อ 3 มิติ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัตฉาก 3 มิติ ซึ่งพัฒนาขึ้นตามผลจากการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัตฉาก 3 มิติ สามารถช่วยแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ โดยจากการทดสอบประสิทธิภาพของชุดสื่อ 3 มิติ เรื่อง การบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัตฉาก 3 มิติ พบว่ามีค่า normalized change รวมเท่ากับ 0.55 แสดงให้เห็นว่าชุดสื่อ 3 มิติมีประสิทธิภาพในการพัฒนามโนทัศน์เรื่องการบวกและลบเวกเตอร์ในระบบพิกัตฉาก 3 มิติในระดับปานกลางถึงสูง สอดคล้องกับหลากหลายงานวิจัยที่พบว่า การนำเทคโนโลยี 3 มิติมาใช้ช่วยส่งเสริมความเข้าใจและทักษะของผู้เรียน (Ibibi *et al.*, 2020) โดยการเพิ่มสื่อ 3 มิติเข้าไปในกระบวนการสอนจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจและเห็นภาพปริภูมิ 3 มิติชัดเจนขึ้น (Herrera, Pérez and Ordóñez, 2019; Campos, Hidrogo and Zavala, 2022) ตลอดจนช่วยเพิ่มการเรียนรู้แบบนำตนเองของผู้เรียน (Langer, Lietze and Krizek, 2020) และความคงทนของความรู้ (Gargish *et al.*, 2021) อย่างไรก็ตาม การที่ค่า normalized change เฉลี่ยเท่ากับ 0.46 อาจบ่งชี้ถึงความแตกต่างในประสิทธิภาพของชุดสื่อ 3 มิติต่อผู้เรียนแต่ละคน โดยค่า normalized change รวมคำนวณจากค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนและหลังเรียน ในขณะที่ค่า

normalized change เฉลี่ย คำนวณจากค่าเฉลี่ยของ normalized change รายบุคคล การหาค่า normalized change รวมสูงกว่าค่า normalized change เฉลี่ย แสดงให้เห็นว่ามีผู้เรียนจำนวนหนึ่งที่มีคะแนนก่อนเรียนต่ำและผู้เรียนจำนวนหนึ่งที่มีคะแนนหลังเรียนสูงแต่อาจเป็นผู้เรียนคนละคนกัน (Marx and Cummings, 2006) ส่งผลให้ค่า normalized change ที่คิดจากค่าเฉลี่ยของคะแนนสูงกว่าค่าเฉลี่ยที่คิดจาก normalized change รายบุคคล และการที่ร้อยละ 65 ของผู้เรียนมีค่า normalized change สูงกว่า 0.30 และร้อยละ 38 สูงกว่า 0.70 แสดงว่าชุดสื่อมีศักยภาพในการส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียนส่วนใหญ่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ข้อเสนอแนะจากการวิจัย

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปประยุกต์ใช้

จากผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าผู้สอนต้องระวังและต้องตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียนให้ชัดเจนก่อนการสอนหลักการหรือเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับเวกเตอร์ 3 มิติในระดับที่สูงขึ้นว่าผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับแกนพิกัด x, y, z การระบุพิกัด 3 มิติ การแสดงเวกเตอร์ 3 มิติ การบวกและลบเวกเตอร์ 3 มิติ หรือไม่ และควรแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องเวกเตอร์ก่อนการสอน โดยสามารถนำแนวทางการพัฒนาสื่อ 3 มิติ ในงานวิจัยนี้ไปประยุกต์ใช้ได้ เพื่อลดความเข้าใจคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นและช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจหลักการนั้น ๆ ได้ง่ายขึ้น

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ผู้สอนสามารถออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนสร้างหรือออกแบบสื่อ AR 3 มิติ หรือสื่อ 3 มิติด้วยตนเองเพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนและถูกต้องยิ่งขึ้น

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ คณะอาจารย์ นักศึกษา ครู นักเรียนและบุคคลทั่วไปที่ให้ความอนุเคราะห์และให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการรวบรวมข้อมูลการวิจัย และงานวิจัยนี้ได้รับงบประมาณอุดหนุนการวิจัยจากงบประมาณรายจ่ายจากรายได้ มหาวิทยาลัยรามคำแหง โดยสถาบันวิจัยและพัฒนา งบประมาณประจำปี 2567 ขอขอบคุณที่สนับสนุนงบประมาณในการทำวิจัยครั้งนี้

จริยธรรมการวิจัย

โครงการวิจัยนี้ได้ผ่านการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมนุษย์ จากคณะกรรมการจริยธรรมและจรรยาบรรณการวิจัย มหาวิทยาลัยรามคำแหง หมายเลขใบรับรอง RU-HRE 67/0059 ลงวันที่ 20 มิถุนายน 2568

การใช้เครื่องมือปัญญาประดิษฐ์

ผู้วิจัยขอแจ้งให้ทราบว่ามีการใช้เทคโนโลยีปัญญาประดิษฐ์ (AI) ในกระบวนการจัดทำบทความนี้ โดยจำกัดบทบาทเฉพาะในส่วนของการสนับสนุนด้านภาษาและการจัดรูปแบบเอกสาร ดังนี้

(1) ใช้ตรวจสอบการสะกด ไวยากรณ์และขัดเกลาสำนวนเพื่อเพิ่มความชัดเจนและกระชับของภาษาในส่วนของบริษัทย่อกภาษาอังกฤษ

(2) ใช้ในการจัดรูปแบบบรรณานุกรม ตามมาตรฐานที่กำหนด

ทั้งนี้ AI ไม่ได้ถูกนำมาใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล การสรุปผลการวิจัย หรือการสร้างเนื้อหาที่เป็นสาระสำคัญของบทความ โดยผู้วิจัยยังคงรับผิดชอบต่อความถูกต้องและเนื้อหาทั้งหมดของบทความนี้แต่เพียงผู้เดียว

References

- Bani-Salameh, H. N., Alkofahi, K. A., Al-Khateeb, H. M. and Alharbi, S. H. (2020). Investigating the knowledge of vector concepts of first year medical students. *Health Professions Education*, 6(3), 428-433.
- Barniol, P. and Zavala, G. (2010). Vector addition: Effect of the context and position of the vectors. *AIP Conference Proceedings*, 1289(1), 73-76.
- Barniol, P. and Zavala, G. (2012). Students' difficulties with unit vectors and scalar multiplication of a vector. *AIP Conference Proceedings*, 1413(1), 115-118.
- Barniol, P. and Zavala, G. (2014). Test of understanding of vectors: A reliable multiple-choice vector concept test. *Physical Review Special Topics-Physics Education Research*, 10(1), 010121.

- Barniol, P. and Zavala, G. (2009). Investigation of students' preconceptions and difficulties with the vector direction concept at a Mexican University. **AIP Conference Proceedings**, 1179(1), 85-88.
- Bollen, E., Van Kampen, P., Baily, C., Kelly, M. and Cock, M. D. (2017). Student difficulties regarding symbolic and graphical representations of vector fields. **Physical Review Special Topics-Physics Education Research**, 13(2), 020109.
- Campos, E., Hidrogo, I. and Zavala, G. (2022). Impact of virtual reality use on the teaching and learning of vectors. **Frontiers in Education**, 7, 965640.
- Chalermdit, J., Wittayakhom, N. and Jeerungsuwan, N. (2018). Challenges on augmented reality for education 4.0 (in Thai). **Journal of Education Naresuan University**, 20(2), 266-279.
- Chujitarom, W. and Piriyastrawong, P. (2017). Animation augmented reality book model (AAR book model) to enhance teamwork. **International Education Studies**, 10(7), 59-64.
- Chutosri, T., Uipanith, T., Intarapoo, A., Jankaweekool, P., Linjee, I. and Yenrayub, L. (2019). Augmented reality technology development in the science on digestive system for grade 4 students (in Thai). **Journal of Education Naresuan University**, 23(3), 103-117.
- Flores, S., Kanim, S. E. and Kautz, C. H. (2004). Student use of vectors in introductory mechanics. **American Journal of Physics**, 72(4), 460-468.
- Flores-García, S., Alfaro-Avena, L. L., Dena-Ornelas, O. and González-Quezada, M. D. (2008). Students' understanding of vectors in the context of forces. **Revista Mexicana de Física E**, 54(1), 7-14.
- Gargish, S., Kaur, D. P., Mantri, A., Singh, G. and Sharma, B. (2021). Measuring effectiveness of augmented reality-based geometry learning assistant on memory retention abilities of the students in 3D geometry. **Computer Applications in Engineering Education**, 29(6), 1811-1824.
- Heckler, A. F. and Scaife, T. M. (2015). Adding and subtracting vectors: The problem with the arrow representation. **Physical Review Special Topics-Physics Education Research**, 11(1), 010101.
- Herrera, L. M., Pérez, J. C. and Ordóñez, S. J. (2019). Developing spatial mathematical skills through 3D tools: Augmented reality, virtual environments and 3D printing. **International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)**, 13(4), 1385-1399.
- Hinrichs, B. E. (2010). Writing position vectors in 3-d space: A student difficulty with spherical unit vectors in intermediate E & M. **Journal of Physics: Conference Series**, 1289, 173.
- Ibili, E., Çat, M., Resnyansky, D., Şahin, S. and Billingham, M. (2020). An assessment of geometry teaching supported with augmented reality teaching materials to enhance students' 3D geometry thinking skills. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 51(2), 224-246.
- Knight, R. D. (1995). The vector knowledge of beginning physics students. **The Physics Teacher**, 33(2), 74-77.
- Langer, K., Lietze, S. and Krizek, G. C. (2020). Vector AR3-APP – A good-practice example of learning with augmented reality. **European Journal of Open, Distance and e-Learning**, 23(2), 51-64.
- Marx, J. D. and Cummings, K. (2007). Normalized change. **American Journal of Physics**, 75(1), 87-91.
- Nguyen, N. and Meltzer, D. E. (2003). Initial understanding of vector concepts among students in introductory physics course. **American Journal of Physics**, 71(6), 630-638.
- Nguyen, N. and Meltzer, D. E. (2005). Visualization tool for 3-D relationships and the right-hand rule. **The Physics Teacher**, 43(3), 155-157.
- Nishizawa, H., Shimada, K., Ohno, W. and Yoshioka, T. (2013). Increasing reality and educational merits of a virtual game. **Procedia Computer Science**, 25, 32-40.
- Pakorn, J. (2018). AR (Augmented Reality) virtual world technology combined with the real world (in Thai). Retrieved November 21 2022, from **SciMath Knowledge Repository**: <https://www.scimath.org/article-technology/item/7755-ar-augmented-reality>

- Pale, J. W. (2018). Students' learning difficulties in secondary mathematics classroom in Bungoma County and pedagogical remedies by the teachers to help students overcome these difficulties. **Journal of Education and Practice**, 9(27), 116-125.
- Saraçoğlu, H. and Kol, Ö. (2018). Evaluation of teacher candidates' knowledge about vectors. **Asia-Pacific Forum on Science Learning and Teaching**, 19(2).
- Shaffer, P. S. and McDermott, L. C. (2005). A research-based approach to improving student understanding of the vector nature of kinematical concepts. **American Journal of Physics**, 73(10), 921-931.
- Srifar, D. (2018). The Virtual World Brings Aesthetic Experience (in Thai). **Siam Communication Review**, 17(22), 74-78.
- Unjanam, W. and Roungrong, P. (2022). Development of augmented reality technology on knotting for scouts (in Thai). **Journal of Education Naresuan University**, 24(2), 222-231.
- Wittayakhom, N. and Piriyasurawong, P. (2020). Learning management STEAM model on massive open online courses using augmented reality to enhance creativity and innovation. **Higher Education Studies**, 10(4), 44-53.
- Wunderlich, F. J., Hones, M. J. and Shaw, D. E. (1976). Three-dimensional vector demonstrator. **The Physics Teacher**, 14(4), 232-233.
- Wutchana, U. and Emarat, N. (2011). Students' understanding of graphical vector addition in one and two dimensions. **Eurasian Journal of Physics and Chemistry**, 3(2), 102-111.
- Wutchana, U., Bunrangsri, K. and Emarat, N. (2019). Paper pop-ups demonstrating 3D vectors in Cartesian coordinates. **Physics Education**, 54(5), 053004.