

Developing Mathematical Reasoning Skills on CER Framework of Grade 8 Students in Opportunity Expansion Schools through Mathematical Argumentation Activities on the Pythagorean Theorem

Nitjarin Kutpun¹ and Wanintorn Poonpaiboonpipat^{2,*}

¹*Master of Education Program in Mathematics Education, Faculty of Education, Naresuan University*

²*Faculty of Education, Naresuan University*

**Email: wanintorns@nu.ac.th*

Received <24 Apr. 2026>; Revised <26 May 2026>; Accepted <26 May 2026>

Abstract

This study is action research aimed to 1) investigating approaches to developing mathematical reasoning skills on CER framework through mathematical argumentation-based learning activities, and 2) enhancing the mathematical reasoning skills on CER framework of Grade 8 students on the topic of the Pythagorean Theorem. The participants consisted of 9 students from a small-sized opportunity expansion school. The research instruments included 1) 4 lesson plans, with one lesson plan implemented in each action research cycle, totaling 4 action research cycles 2) reflective journals on learning activity implementation 3) activity worksheets, and 4) an assessment of mathematical reasoning skills based on the Claim–Evidence–Reasoning (CER) framework. Qualitative data were analyzed through content analysis of students' worksheets and the mathematical reasoning assessment based on the CER framework, while descriptive statistics were used to analyze quantitative data. The findings of this research were as follows 1. The learning management approach for developing mathematical reasoning skills based on the CER framework through mathematical argumentation highlights important roles of both teachers and students. Key emphases include 1) teachers selecting open-ended problem situations or situations with multiple possible solutions, using language that students could easily understand before gradually extending to more complex problems. 2) teachers preparing students with the prerequisite knowledge and mathematical content necessary for mathematical reasoning. Consequently, foundational content was introduced during Action Cycles 1–2, while the concepts of the Pythagorean Theorem and its converse were emphasized in Action Cycles 3–4. and 3) teachers encouraging students to engage in analytical thinking, leading to the presentation and refinement of claims relevant to the given situations, supported by appropriate reasoning, while enabling students to organize their mathematical thinking systematically and logically. 2. The results of the development of mathematical reasoning skills, based on the CER framework assessment, indicated that students achieved Level 3 in Claim (C), Level 3 in Evidence (E), and Level 2 in Reasoning (R). Overall, students' mathematical reasoning skills in all CER components improved and reached Level 3. These findings demonstrate that the learning management approach implemented in the context of an opportunity expansion school was effective in developing students' mathematical reasoning skills.

Keywords: Mathematical Reasoning Skills; CER Framework; Mathematical Argumentation; Pythagorean Theorem

การพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา โดยกิจกรรม การเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

นิจจริญ กัดพันธุ์¹ และ วณินทร พูนไพบูลย์พิพัฒน์^{2,*}

¹หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิตสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์

²คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์

*Email: wanintorns@nu.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อศึกษาแนวทางการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER โดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ และ 2) เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ผู้เข้าร่วมวิจัยมีจำนวน 9 คน เป็นนักเรียนโรงเรียนขยายโอกาสขนาดเล็ก มีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 4 แผน ซึ่ง 1 แผนต่อ 1 วงจรปฏิบัติการ รวมทั้งสิ้น 4 วงจรปฏิบัติการ 2) แบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3) ใบกิจกรรม และ 4) แบบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER และวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยการวิเคราะห์เนื้อหาจากใบกิจกรรม และแบบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER และใช้สถิติเชิงพรรณนาสำหรับข้อมูลเชิงตัวเลข ผลการวิจัยพบว่า 1. แนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER โดยการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ มีประเด็นบทบาทครูและบทบาทนักเรียนที่ควรเน้นคือ 1) ครูเลือกสถานการณ์ปัญหาที่เป็นปัญหาปลายเปิด หรือสถานการณ์ที่มีทางเลือก สถานการณ์ควรใช้คำที่นักเรียนเข้าใจได้ง่าย ก่อนที่จะขยายปัญหาที่ซับซ้อนเพิ่มขึ้น 2) ครูควรเตรียมความพร้อมของนักเรียนในด้านเนื้อหาและความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จึงมีการปูเนื้อหาในวงจรปฏิบัติการที่ 1 – 2 และเข้าเนื้อหาเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัสในวงจรปฏิบัติการที่ 3 – 4 และ 3) ครูกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการวิเคราะห์ ไปสู่การนำเสนอและปรับปรุงข้อกล่าวอ้างให้เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ โดยมีเหตุผลมารองรับ และนักเรียนสามารถลำดับความคิดทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง 2. ผลการวิจัยจากแบบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER พบว่า นักเรียนสามารถสร้างข้อกล่าวอ้าง (C) อยู่ในระดับ 3 การอ้างอิงหลักฐาน (E) อยู่ในระดับ 3 และการอธิบายเหตุผลและประเมินความสมเหตุสมผล (R) อยู่ในระดับ 2 ดังนั้นนักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ในภาพรวมทุกองค์ประกอบดีขึ้น และอยู่ในระดับ 3 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าแนวทางการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนในบริบทโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษาดังกล่าวมีประสิทธิภาพในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คำสำคัญ: ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์; กรอบแนวคิด CER; การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์; ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์สำคัญที่ส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ (Ministry of Education, 2017) ซึ่งสอดคล้องกับเป้าหมายการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST), 2017) โดยเฉพาะทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (mathematical reasoning) ซึ่งถือเป็นองค์ประกอบสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในระดับนานาชาติ เช่น การประเมินของ PISA ที่เน้นทักษะการอธิบายเหตุผลอย่างมีตรรกะและเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริง (OECD, 2017) ทั้งนี้ งานวิจัยที่ผ่านมาได้ชี้ให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการโต้แย้งและการให้เหตุผล เช่น แนวคิดของ National Council of Teachers of Mathematics (1989) และ Baroody (1998) แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลมีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้และการใช้งานคณิตศาสตร์ และการดำรงชีวิตของมนุษย์ นอกจากนี้ ในทางปฏิบัติพบว่านักเรียนยังมีข้อจำกัดในการอธิบายเหตุผลและการเชื่อมโยงหลักฐานกับข้อสรุปอย่างเป็นระบบ โดยเฉพาะในเนื้อหาที่ต้องใช้การคิดเชิงตรรกะในทางคณิตศาสตร์ สะท้อนให้เห็นช่องว่างของการจัดการเรียนรู้ที่ยังไม่สามารถพัฒนาทักษะการให้เหตุผลได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้น การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่มีรูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ จึงเป็นแนวทางในการเติมเต็มช่องว่างดังกล่าวและยกระดับทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้อย่างชัดเจน

สภาพปัจจุบันการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังเป็นปัญหาสำหรับครูและนักเรียนมาโดยตลอด โดยเฉพาะด้านผลสัมฤทธิ์และทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน จากผลการทดสอบระดับชาติ O-NET ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2567 พบว่าคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์อยู่เพียงร้อยละ 26.53 ซึ่งต่ำที่สุดเมื่อเทียบกับกลุ่มสาระอื่น อีกทั้งสาระการวัดและเรขาคณิตมีคะแนนเฉลี่ยเพียง 19.00 สะท้อนถึงข้อจำกัดด้านความเข้าใจแนวคิดและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน (National Institute of Educational Testing Service (Public Organization), 2024) สอดคล้องกับผลการประเมิน PISA 2022 ที่พบว่านักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยด้านคณิตศาสตร์ 394 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD และมีแนวโน้มลดลง โดยเฉพาะในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษาที่มีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่ากลุ่มโรงเรียนอื่นอย่างชัดเจน (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology, 2023) สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษายังขาดความเข้าใจพื้นฐานและทักษะกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

บริบทของโรงเรียนบ้านสวนเมี่ยง ซึ่งเป็นโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีคะแนน Pre-PISA ด้านคณิตศาสตร์เฉลี่ยเพียง 37.30 จากคะแนนเต็ม 120 คะแนน ต่ำกว่าร้อยละ 50 และจากการสังเกตของผู้วิจัยในฐานะครูผู้สอน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถอธิบายเหตุผลหรือแสดงที่มาของคำตอบได้อย่างเป็นระบบ อีกทั้งยังไม่กล้าแสดงความคิดเห็นหรือโต้แย้งเชิงเหตุผล เนื่องจากคุ้นชินกับการเรียนแบบท่องจำมากกว่าการสร้างความเข้าใจเชิงแนวคิด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Sema and Thamsuan (2017) ที่พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษายังมีข้อจำกัดด้านทักษะในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการอธิบายแนวคิดและการแสดงเหตุผลอย่างเป็นระบบ จึงจำเป็นต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และสร้างองค์ความรู้ร่วมกัน ดังนั้น จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งในการพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการมีส่วนร่วม การอภิปราย และการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เพื่อยกระดับทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในบริบทดังกล่าวอย่างเป็นรูปธรรม

การศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง สรุปได้ว่า การพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถดำเนินการได้ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการมีส่วนร่วมของผู้เรียน เช่น การเรียนรู้แบบร่วมมือ การใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ซึ่งช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนได้แสดงแนวคิด อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และสร้างข้อกล่าวอ้างอย่างมีเหตุผล งานวิจัยภายในประเทศต่างชี้ให้เห็นว่าการจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันคิด วิเคราะห์ และอภิปราย สามารถพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่มีขั้นตอนชัดเจน ช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างข้อกล่าวอ้าง อธิบายเหตุผล และสรุปผลได้ส่วนงานวิจัยต่างประเทศมีการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งและการใช้กรอบแนวคิด Claim Evidence Reasoning (CER) มีส่วนช่วยพัฒนาความเข้าใจเชิงมีนทัศน์ ทักษะการให้เหตุผล และการมีส่วนร่วมของผู้เรียน

ผู้วิจัยจึงมุ่งพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ร่วมกับกรอบแนวคิด Claim–Evidence–Reasoning (CER) McNeill and Krajcik (2011) ซึ่งได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้ในบริบทของประเทศไทยแล้ว จากงานวิจัยของ Jaroenphon and Kitkuakul (2023) ที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง รูปสามเหลี่ยม โดยการจัดการเรียนรู้แบบการโต้แย้งคณิตศาสตร์ โดยการวัดอาจไม่ได้ตามกรอบ CER โดยตรงแต่มีองค์ประกอบที่คล้าย 2 ด้าน ได้แก่ ด้านการหา

ข้อสรุปของปัญหา และด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป ซึ่งผลการวิจัยยืนยันว่ากรอบ CER ที่ประกอบด้วย การสร้างข้อกล่าวอ้าง การอ้างอิงหลักฐาน และการอธิบายความเชื่อมโยงระหว่างหลักฐานกับข้อสรุป สามารถพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีนัยสำคัญ สามารถนำมาพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER เพื่อให้นักเรียนได้มีการโต้แย้งและมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมในชั้นเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของ Knudsen *et al.* (2018) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ การสร้างกรณี การคาดเดา การแสดงเหตุผล และการสรุป โดยบูรณาการกรอบ CER เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนสามารถสร้างข้อกล่าวอ้าง อ้างอิงหลักฐาน และอธิบายเหตุผลได้อย่างเป็นระบบ โดยใช้บริบทของเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เอื้อต่อการโต้แย้งในเรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ซึ่งผู้เรียนสามารถใช้เป็นฐานในการฝึกฝน การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ ในส่วนขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ครูทำหน้าที่ออกแบบกิจกรรมเป็นลำดับขั้นเพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนโดยขั้นการสร้างกรณี (Generating Cases) ที่นักเรียนวิเคราะห์กับปัญหาหรือสถานการณ์ และฝึกการระบุ Claim เบื้องต้น จากข้อมูลที่รวบรวมได้ ต่อมาในขั้นการคาดเดา (Conjecturing) นักเรียนได้สร้างสมมติฐานและแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ซึ่งเป็นการเชื่อมโยง Claim กับ Evidence ที่ปรากฏ จากนั้นในขั้นการแสดงผล (Justifying) นักเรียนต้องพิสูจน์ อธิบาย และอภิปรายอย่างมีตรรกะ ซึ่งเป็นการพัฒนาทักษะ Reasoning ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น และสุดท้ายขั้นการสรุป (Concluding) นักเรียนได้สะท้อน ปรับปรุง พัฒนาทักษะการให้เหตุผลตามกรอบแนวคิด CER อย่างมีประสิทธิภาพ โดยคาดหวังว่าการวิจัยนี้จะช่วยเสริมสร้างรูปแบบการสอนที่เหมาะสมกับนักเรียน และส่งเสริมการเรียนรู้เชิงลึกทางคณิตศาสตร์ในระยะยาว

ดังนั้น การวิจัยครั้งนี้มุ่งพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนในบริบทโรงเรียนขยายโอกาส โดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เพื่อเติมเต็มช่องว่างความรู้ของนักเรียน และเป็นแนวทางในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษาแนวทางการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา โดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
2. เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา โดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

วิธีดำเนินการวิจัย

ผู้เข้าร่วมวิจัย

ผู้เข้าร่วมวิจัยในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2568 โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่งในจังหวัดพิษณุโลก จำนวน 9 คน ที่ได้จากการเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling)

รูปแบบการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนตามแบบของ Kemmis (Kitkuekul, 2014) ซึ่งดำเนินการเป็นวงจรปฏิบัติการที่ต่อเนื่องกัน แต่ละวงจรประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติการ (Act) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) ตามลำดับ โดยผู้วิจัยดำเนินการวิจัยเพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา โดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ทั้งหมด 4 วงจรปฏิบัติการ เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้มาถึงขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ ผู้วิจัยจะนำข้อมูลที่ได้จากขั้นนี้มาสรุปเป็นแนวทางการออกแบบการจัดการเรียนรู้ในขั้นวางแผนของวงจรปฏิบัติการถัดไปจนครบทั้งหมด 4 วงจร

เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย มี 4 ชนิด ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ละ 3 ชั่วโมง รวมทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง มีการจัดการเรียนรู้จำนวน 4 วงจรปฏิบัติการตามแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละแผนประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การสร้างกรณี 2) การคาดเดา 3) การแสดงผล และ 4) การสรุป Knudsen *et al.* (2018) ประเมินจากความตรงเชิงเนื้อหา โดยผู้เชี่ยวชาญ ใช้แบบประเมินความเหมาะสมแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ แล้วนำไปเทียบกับเกณฑ์การแปลความหมาย เกณฑ์การตัดสินผลการประเมินใช้เกณฑ์

ค่าเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 3.50 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 ถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม พบว่า มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.54 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 0.51 ซึ่งถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวมีความเหมาะสมมากที่สุดและสามารถนำไปใช้ได้

2. แบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นเครื่องมือที่ใช้บันทึกผลหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อสะท้อนผลการจัดการเรียนการสอน ปัญหา และแนวทางพัฒนา โดยผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตเป็นผู้บันทึก ซึ่งประเมินจากความตรงเชิงเนื้อหาและความสอดคล้องของข้อมูลทั้งของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกต เพื่อจะได้นำมาปรับปรุงแก้ไขการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการต่อไป

3. ใบกิจกรรม ประกอบด้วย ใบกิจกรรมโครงหลังคา ใบกิจกรรมเส้นทางลัดในสนามในโรงเรียน ใบกิจกรรมเสาไฟฟ้า โรงเรียน และใบกิจกรรมงานเด็กช่าง แต่ละกิจกรรมนักเรียนได้แสดงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER โดยผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะและปรับปรุงแก้ไขแล้ว คือ ข้อคำถามให้มีความชัดเจน และเพิ่มข้อคำถามให้ครอบคลุมในการวัดองค์ประกอบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ซึ่งเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนมีคะแนน 3 ระดับ ที่ปรับปรุงจากงานวิจัยของ McNeill and Krajcik (2011) แสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 การวิเคราะห์ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียน

ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER	ระดับ	พฤติกรรมที่แสดงออก
การสร้างข้อกล่าวอ้าง (C)	3	สามารถสร้างข้อกล่าวอ้างที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องและสมบูรณ์ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส
	2	สามารถสร้างข้อกล่าวอ้างที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์
	1	สามารถสร้างข้อกล่าวอ้างที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่สามารถสร้างข้อกล่าวอ้างที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหาได้
การอ้างอิงหลักฐาน (E)	3	สามารถแสดงหลักฐานหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กับข้อกล่าวอ้างและสนับสนุนข้อกล่าวอ้างอย่างเหมาะสมและเพียงพอ
	2	สามารถแสดงหลักฐานหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กับข้อกล่าวอ้างแต่ไม่เพียงพอในการสนับสนุนข้อกล่าวอ้างหรืออาจจะมีหลักฐานบางอย่างไม่เหมาะสม
	1	ไม่สามารถให้หลักฐานที่สนับสนุนข้อกล่าวอ้างถึงเหตุผลทางคณิตศาสตร์หรือใช้หลักฐานที่ไม่เหมาะสม
การอธิบายเหตุผลและประเมินความสมเหตุสมผล (R)	3	แสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกับหลักฐานทางคณิตศาสตร์ มีการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องและเพียงพอ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส
	2	แสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกับหลักฐานทางคณิตศาสตร์ มีการแสดงแนวคิดทางเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัสที่ถูกต้อง แต่ไม่เพียงพอ
	1	ไม่แสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์หรือแสดงเหตุผลที่ไม่มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกับหลักฐานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

4. แบบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ใช้ประเมินความทักษะการให้เหตุผลของผู้เรียน โดยพิจารณาจากการสร้างข้อกล่าวอ้าง การอ้างอิงหลักฐาน และการอธิบายเหตุผลและประเมินความสมเหตุสมผล โดยใช้ข้อคำถามแบบอัตนัย จำนวน 4 สถานการณ์ สถานการณ์ละ 3 ข้อพิจารณาข้อมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป พบว่า มีค่า IOC เท่ากับ 1.00 ทุกข้อคำถาม ซึ่งผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะและปรับปรุงแก้ไขแล้ว คือ ปรับแก้ข้อคำถามให้ตรงกับเนื้อหาพีทาโกรัส

ซึ่งถือว่าแบบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และสามารถนำไปใช้ได้ และนำไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างย่อย จำนวน 5 คน ที่เรียนอยู่ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นนักเรียนคนละกลุ่มกับผู้เข้าร่วมวิจัย เพื่อตรวจสอบความชัดเจนของข้อคำถามของแบบวัดทักษะ โดยวิเคราะห์หาค่าความสอดคล้องระหว่างผู้ประเมิน (Rater Agreement Index: RAI) (Meechan, 2004) พบว่า มีค่า RAI เท่ากับ 0.98 ซึ่งค่าเข้าใกล้ 1 แสดงว่าผู้ประเมินสามารถให้คะแนนได้อย่างสอดคล้องกันสูงมาก และนำแบบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ไปวิเคราะห์การพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายบุคคล

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บข้อมูลจากการจัดการเรียนรู้ โดยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. ชี้แจงจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียนที่มีส่วนร่วมวิจัยทราบเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
2. ดำเนินการจัดการเรียนรู้ โดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ตามชั่วโมงปกติของโรงเรียน คาบเรียนละ 60 นาที จัดการเรียนรู้จำนวน 4 วงจรปฏิบัติการ วงจรปฏิบัติการละ 3 ชั่วโมง โดยใช้เวลาทั้งหมด 12 ชั่วโมง
3. ในระหว่างทำกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนแต่ละกลุ่มจะร่วมกันศึกษาและเขียนคำตอบหรือแสดงวิธีคิดลงในใบกิจกรรม พร้อมทั้งมีการนำเสนอ ผู้วิจัยจะสังเกตและจดบันทึกการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ลงในแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
4. เมื่อเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยจะนำผลที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดทำการสะท้อนผล เพื่อนำผลที่ได้ไปปรับปรุงวงจรปฏิบัติการในครั้งต่อไป
5. เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง
6. นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. เพื่อศึกษาแนวทางการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา โดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพและเป็นข้อมูลที่ได้จากผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการและวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดอีกครั้งเมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ มีรายละเอียดดังนี้

1.1 ผู้วิจัยจัดระเบียบเนื้อหาของข้อมูล เพื่อนำผลการวิเคราะห์และตีความข้อมูลไปปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการถัดไป ในประเด็นต่อไปนี้

1.1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER อย่างไร

1.1.2 ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละขั้นตอน มีอะไรบ้าง

1.1.3 แนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหาสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการต่อไปควรทำอย่างไร

1.2 ผู้วิจัยวิเคราะห์เชิงเนื้อหา โดยนำข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จากผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตมาจัดกลุ่มข้อมูล เพื่อให้สะดวกต่อการวิเคราะห์และอภิปรายผล

1.3 ดำเนินการวิจัยใน 4 ขั้นตอน ได้แก่

1.3.1 ขั้ววางแผน เป็นการรายงานรายละเอียดที่ผู้วิจัยได้วางแผนและเตรียมการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ

1.3.2 ขั้วปฏิบัติการ เป็นการรายงานขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี ขั้นที่ 2 การคาดเดา ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล และขั้นที่ 4 การสรุป

1.3.3 ขั้วสังเกตการณ์ เป็นการรายงานผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้จากการจัดระเบียบข้อมูล โดยเขียนรายงานเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนปฏิบัติในชั้นเรียน

1.3.4 ขั้นสะท้อนผล เป็นการรายงานแนวทางการปรับปรุงแก้ไข เพื่อนำไปปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการถัดไปให้ดียิ่งขึ้น

1.4 ผู้วิจัยนำแบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้จากตัวผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งเป็นครูผู้สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ในทุกคาบเรียนมาดำเนินการตรวจสอบข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยวิธีการสามเส้า (Triangulation) โดยการใช้แหล่งข้อมูลมากกว่า 1 แหล่ง (Resource Triangulation) (Kitkuekul, 2014) เพื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์และพิจารณาผลการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ว่าให้ข้อมูลในประเด็นที่สอดคล้องและเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่อย่างไร

2. เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา โดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ในการวิเคราะห์นั้น ผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ ใบกิจกรรม แบบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ซึ่งจะทำการวิเคราะห์เมื่อสิ้นสุดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และจะวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดเมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจร จากนั้นนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลทั้ง 2 แหล่งมาเปรียบเทียบกันเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของผลวิเคราะห์ข้อมูล โดยมีรายละเอียดการวิเคราะห์ ดังนี้

2.1 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงเนื้อหา (Content Analysis) โดยการจัดกลุ่มคำตอบของนักเรียน กำหนดรหัสข้อมูล ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 องค์ประกอบ องค์ประกอบละ 3 ระดับ ได้แก่ C1 – 3, E1 – 3 และ R1 – 3 โดยนับจำนวนนักเรียนและหาค่าร้อยละของนักเรียนในแต่ละระดับ

2.2 ผู้วิจัยเปรียบเทียบผลการจัดระดับของทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ในแต่ละวงจรแล้วรายงานในรูปของร้อยละและความเรียง เพื่อที่จะทราบถึงผลการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนเมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยนับจำนวนนักเรียนและเปรียบเทียบค่าร้อยละของนักเรียนในแต่ละระดับ

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

ตอนที่ 1 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER จำแนกตามบทบาทครูและบทบาทของนักเรียนในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)

ครูมีบทบาทในการอธิบายสถานการณ์ปัญหาแบบปลายเปิด และเข้าใจได้ง่าย หรือสถานการณ์ปัญหาที่มีทางเลือกเหมาะกับนักเรียนที่เริ่มต้นการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ดังสถานการณ์เส้นทางลัดในสนามโรงเรียน โดยให้นักเรียนพิจารณาเลือกเส้นทางเดินควรเดินเส้นทาง ก หรือ เส้นทาง ข ที่มีระยะทางที่สั้นกว่ากัน และทบทวนความรู้ทางคณิตศาสตร์เดิมให้กับนักเรียนเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก ทั้งใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนวิเคราะห์สถานการณ์ เปรียบเทียบ และสร้างข้อกล่าวอ้างของตนเองได้ เช่น “โจทย์กล่าวอย่างไร” หรือ “ข้อมูลที่มีคืออะไรบ้าง” หรือ “มีใครคิดต่างกันหรือไม่” ขั้นนี้ครูไม่ต้องเร่งรีบให้นักเรียนอภิปรายเป็นกลุ่ม ควรให้นักเรียนได้ลองคิดและเสนอข้อกล่าวอ้างของตนเองก่อน และครูสร้างบรรยากาศที่ให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นของตนเอง ส่วนนักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อกล่าวอ้างจากสถานการณ์ปัญหาในมุมมองของตนเอง รับฟังเพื่อนร่วมชั้นในมุมมองที่แตกต่าง และนักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติมกับนักเรียนคนอื่นที่ถูกสุ่มออกมานำเสนอ และอภิปรายภายในชั้นเรียนเกี่ยวกับสิ่งที่เหมือนหรือแตกต่างจากความคิดของตนเอง

ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)

ครูมีบทบาทในการนำเสนอข้อกล่าวอ้างของนักเรียน และกระตุ้นนักเรียนอภิปรายแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่ม นำไปสู่การนำเสนอและปรับปรุงข้อกล่าวอ้างของแต่ละกลุ่ม และครูใช้คำถามกระตุ้นว่าข้อกล่าวอ้างของแต่ละกลุ่มต้องมีเหตุผลมารองรับ เช่น “รู้ได้อย่างไรว่าข้อกล่าวอ้างนี้เป็นจริงและใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ใดสนับสนุน” โดยให้อิสระนักเรียนในการคิด แต่ครูต้องดูแลความคิดของนักเรียน เพื่อแนะนำการคิดของนักเรียนได้ทันที เช่น “เราควรเพิ่มเติมข้อมูลอะไรเพื่อให้ข้อกล่าวอ้างเรามีความน่าเชื่อถือ” ส่วนนักเรียนนำข้อกล่าวอ้างที่ได้จากการวิเคราะห์สถานการณ์ และหาเหตุผลรองรับข้อกล่าวอ้างของกลุ่มเกี่ยวกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และในวงจรปฏิบัติการที่ 1 – 2 มีการปูเนื้อหาพื้นฐานที่ทำให้ให้นักเรียนสร้างข้อกล่าวอ้าง และหาเหตุผลมาสนับสนุนข้อกล่าวอ้างเกี่ยวกับเรื่อง รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และความด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก ส่วนวงจรปฏิบัติการที่ 3 – 4 เนื้อหาเกี่ยวกับทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส นักเรียนสร้างข้อกล่าวอ้างจากเนื้อหาบทวงจรปฏิบัติการที่ 1 และ 2

ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)

ครูมีบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายเหตุผลและหลักฐานที่ใช้สนับสนุน ส่งเสริมให้นักเรียนอภิปรายและโต้แย้งภายในกลุ่มกันอย่างมีเหตุผล ใช้คำถามเจาะลึกในสิ่งที่นักเรียนอธิบายเป็นสิ่งสำคัญ เช่น “สรุปว่าเหตุผลที่นำเสนอเชื่อมโยงกับข้อกล่าวอ้างหรือไม่” และ “ข้อมูลมีความน่าเชื่อถือหรือไม่” ครูเปิดกว้างให้แสดงความคิดเห็นอย่างหลากหลาย โดยไม่ขึ้นกับความคิด แต่ถ้าขั้นนี้มีการแสดงเหตุผลเพียงแค่ 1 เหตุผล จนไม่สามารถอภิปรายโต้แย้งกันได้ ครูควรถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลและการประเมินความสมเหตุสมผลให้ได้มากที่สุด เช่น “ทำไมสถานการณ์นี้ถึงใช้สูตรนี้ได้” หรือ “สถานการณ์นี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ เพราะอะไร” และถ้านักเรียนไม่มีหลักฐานจะทำให้นักเรียนไม่สามารถเรียบเรียงสรุปเกี่ยวกับข้อกล่าวอ้างได้ ส่วนนักเรียนอธิบายเหตุผลที่สนับสนุนข้อกล่าวอ้างของตนเองทั้งโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นโดยใช้เหตุผลเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องและปรับปรุงหลักฐานการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)

ครูมีบทบาทในการให้นักเรียนสะท้อนความคิดภายในกลุ่มและเปรียบเทียบแนวคิดของตนเองกับเพื่อน เช่น “แต่ละกลุ่มมีความคิดเห็นเกี่ยวกับการสรุปของกลุ่มเพื่อนอย่างไรบ้าง” หรือ “ข้อสรุปของกลุ่มใดมีความสมเหตุสมผลมากที่สุด เพราะอะไร” ครูควรมีรูปแบบในการสรุปเป็นแนวทางจากสถานการณ์ใกล้เคียง เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจว่าต้องนำเสนอความคิดอย่างไรได้ และครูจัดลำดับความคิดและความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ถูกต้อง พร้อมทั้งเชื่อมโยงความรู้ที่ได้กับสถานการณ์จริง ส่วนนักเรียนอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากสถานการณ์ปัญหา ทั้งเรียบเรียงข้อกล่าวอ้างและเหตุผลประกอบเชื่อมโยงไปสู่ข้อเท็จจริงเกี่ยวกับข้อกล่าวอ้าง นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปราย แสดงความคิดเห็น และเขียนตอบคำถามในใบกิจกรรม “ใช้ความสัมพันธ์ $a^2 + b^2 = c^2$ จากสถานการณ์ก่อนหน้ามาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ เพื่อหาความยาวด้านที่เหลือ”

ตอนที่ 2 ผลพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา โดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ตั้งแต่วงจรปฏิบัติการที่ 1 ถึง วงจรปฏิบัติการที่ 4 มีการพัฒนาของทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER สูงขึ้นตามลำดับ ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER จากใบกิจกรรม 4 กิจกรรมและแบบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บข้อมูล	ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER	จำนวนของนักเรียนจำแนกตามระดับทักษะ (ร้อยละ)		
		ระดับ 3	ระดับ 2	ระดับ 1
ใบกิจกรรมที่ 1	การสร้างข้อกล่าวอ้าง (C)	0 (0.00)	5 (55.56)	4 (44.44)
	การแสดงหลักฐาน (E)	0 (0.00)	4 (44.44)	5 (55.56)
	ประเมินความสมเหตุสมผล (R)	0 (0.00)	4 (44.44)	5 (55.56)
ใบกิจกรรมที่ 2	การสร้างข้อกล่าวอ้าง (C)	1 (11.11)	4 (44.44)	4 (44.44)
	การแสดงหลักฐาน (E)	1 (11.11)	6 (66.67)	2 (22.22)
	ประเมินความสมเหตุสมผล (R)	1 (11.11)	6 (66.67)	2 (22.22)
ใบกิจกรรมที่ 3	การสร้างข้อกล่าวอ้าง (C)	4 (44.44)	5 (55.56)	0 (0.00)
	การแสดงหลักฐาน (E)	4 (44.44)	5 (55.56)	0 (0.00)
	ประเมินความสมเหตุสมผล (R)	3 (33.33)	6 (66.67)	0 (0.00)
ใบกิจกรรมที่ 4	การสร้างข้อกล่าวอ้าง (C)	8 (88.89)	1 (11.11)	0 (0.00)
	การแสดงหลักฐาน (E)	6 (66.67)	3 (33.33)	0 (0.00)
	ประเมินความสมเหตุสมผล (R)	6 (66.67)	3 (33.33)	0 (0.00)
แบบวัดทักษะ	การสร้างข้อกล่าวอ้าง (C)	7 (77.78)	2 (22.22)	0 (0.00)
	การแสดงหลักฐาน (E)	6 (66.67)	3 (33.33)	0 (0.00)
	ประเมินความสมเหตุสมผล (R)	2 (22.22)	7 (77.78)	0 (0.00)

ตารางที่ 2 แสดงจำนวนนักเรียนและคำร้อยละตามระดับทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังจากการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส พบว่า นักเรียนสามารถสร้างข้อกล่าวอ้าง (C) ระดับ 3 นักเรียนสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในส่วนของการอ้างอิงหลักฐาน (E) นักเรียนอยู่ในระดับ 2 และในส่วนของอธิบายเหตุผลและประเมินความสมเหตุสมผล (R) นักเรียนสามารถเชื่อมโยงหลักฐานและข้อกล่าวอ้างได้อยู่ในระดับ 2 เนื่องจากนักเรียนสามารถอธิบายถึงเหตุผลและความเชื่อมโยงกันของหลักฐานและประเมินความสมเหตุสมผลได้ และภาพรวมทั้ง 3 องค์ประกอบของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมของนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับ 2 และแบบวัดทักษะการให้เหตุผลตามกรอบแนวคิด CER พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการสร้างข้อกล่าวอ้าง (C) อยู่ในระดับ 3 ร้อยละ 77.78 โดยที่นักเรียนมีการสร้างข้อกล่าวอ้างเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และนำความรู้พื้นฐานและหลักการทางคณิตศาสตร์มาสร้างข้อกล่าวอ้าง นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการอ้างอิงหลักฐาน (E) อยู่ในระดับ 3 ร้อยละ 66.67 โดยที่นักเรียนเชื่อมโยงข้อกล่าวอ้างและหลักฐานทางคณิตศาสตร์ไปในแนวทางเดียวกัน และนักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ด้านการอธิบายเหตุผลและประเมินความสมเหตุสมผล (R) อยู่ในระดับ 2 ร้อยละ 77.78 โดยที่นักเรียนประเมินความสมเหตุสมผลเกี่ยวกับสถานการณ์ได้ การอธิบายเหตุผลและการประเมินความสมเหตุสมผลได้ถูกต้องบางส่วน และนักเรียนมีระดับทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER รวมทุกองค์ประกอบ อยู่ในระดับ 3

ภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนในใบกิจกรรมที่มีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การสร้างข้อกล่าวอ้าง (C) การอ้างอิงหลักฐาน (E) และการอธิบายเหตุผลและประเมินความสมเหตุสมผล (R) ดังภาพที่ 1 – 3

สถานการณ์ปัญหา

ถ้าเราต้องสร้างทางลาดสำหรับรถเข็นที่อาคารเรียน ช่างได้ตัดไม้โครงเหล็ก 3 ด้านเป็นรูปสามเหลี่ยม เพื่อใช้เป็นแนวทางลาด แต่ยังไม่แน่ว่าทางลาดนี้ เป็นมุมฉากหรือไม่ (เพื่อให้ปลอดภัย และลาดเอียงถูกต้อง)

ช่วงวัดความยาวได้ดังนี้

- เส้นแนวตั้งด้านหนึ่งสูง 12 เมตร
- ระยะจากปลายเสาถึงจุดเริ่มต้นทางลาดบนพื้น 16 เมตร
- ความยาวแนวทางลาดที่ตัดได้ 20 เมตร

การคาดเดา

1) ถ้าทางลาดทำไม่ตรงมุมฉาก รถเข็นอาจอันตราย เราจะรู้ได้อย่างไรเป็นมุมฉากหรือไม่ เราไม่มีเครื่องมือวัดมุม จะใช้วิธีอื่นได้ไหม แล้วถ้าวัดแค่ความยาว 3 ด้าน จะตรวจสอบได้หรือไม่ (Claims)

เราจะตรวจสอบได้ โดยวัดความยาวด้านทั้งสาม แล้วนำมาคำนวณดู

ใช้หลักการพีทาโกรัส $a^2 + b^2 = c^2$ เราจะได้

$12^2 + 16^2 = 20^2$

ได้ผลว่า $144 + 256 = 400$

$400 = 400$

ภาพที่ 1 แสดงตัวอย่างใบกิจกรรมงานเด็กช่าง การสร้างข้อกล่าวอ้าง (C)

ภาพที่ 1 เป็นการเขียนข้อกล่าวอ้างของใบกิจกรรมงานเด็กช่าง จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถเขียนข้อกล่าวอ้างโดยมีการความสัมพันธ์ของความยาวทั้งสามด้านของรูปสามเหลี่ยม มีการอธิบายได้อย่างชัดเจน เช่น “ด้านตั้ง² + ด้านฐาน² = ด้านเอียง²” อีกทั้งยังเขียนวิธีคิดประกอบข้อกล่าวอ้างด้วย แสดงถึงการมีทักษะการให้เหตุผลตามกรอบแนวคิด CER การสร้างข้อกล่าวอ้างอยู่ในระดับ 3

การอ้างอิงหลักฐาน

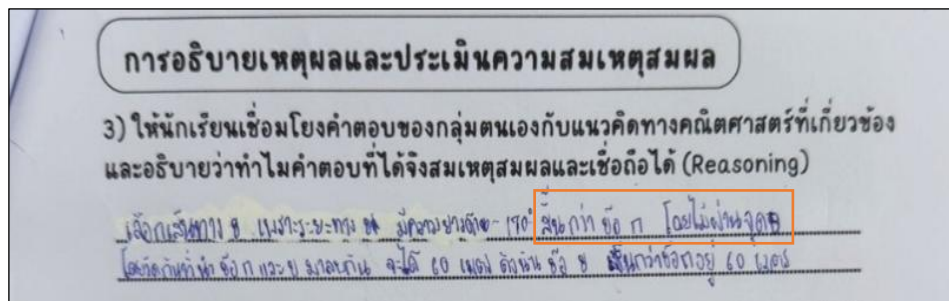
2) จากข้อ 1.1) - 1.2) นักเรียนมีข้อมูลอะไรจากสถานการณ์ที่ใช้เป็นหลักฐานเพื่อหาค่าดังกล่าว ให้แสดงขั้นตอนการคำนวณที่ใช้เป็นหลักฐานสนับสนุนคำตอบของคุณจากการวาดรูปภาพประกอบสามารถช่วยเป็นหลักฐานได้อย่างไร (Evidence)

จากบทความข้างต้นจะเห็นว่าช่างไม้ไม่ได้วัดด้านทั้งสามด้าน แต่จะวัดทางยาวและเส้นทาง ก. ที่มีความยาว 12 เมตร จ. มาลบกับเส้นที่ 20-120 ทำได้

ได้คำตอบคือ 60 เมตร

ภาพที่ 2 แสดงตัวอย่างใบกิจกรรมเส้นทางลัดในสนามโรงเรียน การอ้างอิงหลักฐาน (E)

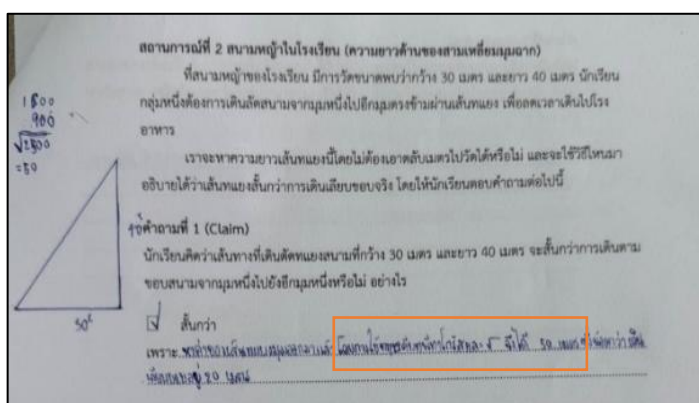
ภาพที่ 2 เป็นการเขียนการอ้างอิงหลักฐานของใบกิจกรรมเส้นทางลัดในสนามโรงเรียน จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถเขียนการอ้างอิงหลักฐานกล่าวถึงระยะทาง ก. ยาวกว่าระยะทาง ข. อยู่ 60 เมตร และหาระยะทางจากความยาวของสนาม โดยไม่ได้กล่าวว่ำนความยาวเท่าใดบ้าง เพื่อนำมาหาความยาวเส้นทาง ข. จึงมีทักษะการให้เหตุผลตามกรอบแนวคิด CER การเขียนการอ้างอิงหลักฐานอยู่ในระดับ 2



ภาพที่ 3 แสดงตัวอย่างใบกิจกรรมเส้นทางลัดในสนามโรงเรียน การอธิบายเหตุผลและประเมินความสมเหตุสมผล (R)

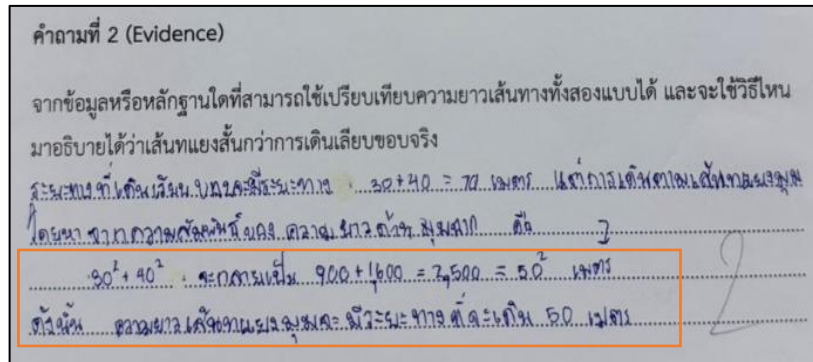
ภาพที่ 3 เป็นการอธิบายเหตุผลและประเมินความสมเหตุสมผลของใบกิจกรรมเส้นทางลัดในสนามโรงเรียน จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถเขียนการอธิบายเหตุผลได้คือเลือกเส้นทางที่ถูกต้อง และยังกล่าวถึงระยะทางที่ต่างกันได้ แต่ไม่กล่าวถึงเส้นทาง ก. ว่ามีความยาว 230 เมตร โดยนำเส้นทางมารวมกัน จึงมีทักษะการให้เหตุผลตามกรอบแนวคิด CER การอธิบายเหตุผลและประเมินความสมเหตุสมผล (R) อยู่ในระดับ 2

ภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนในแบบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER การสร้างข้อกล่าวอ้าง (C) การอ้างอิงหลักฐาน (E) และการอธิบายเหตุผลและประเมินความสมเหตุสมผล (R) ดังภาพที่ 4 – 6



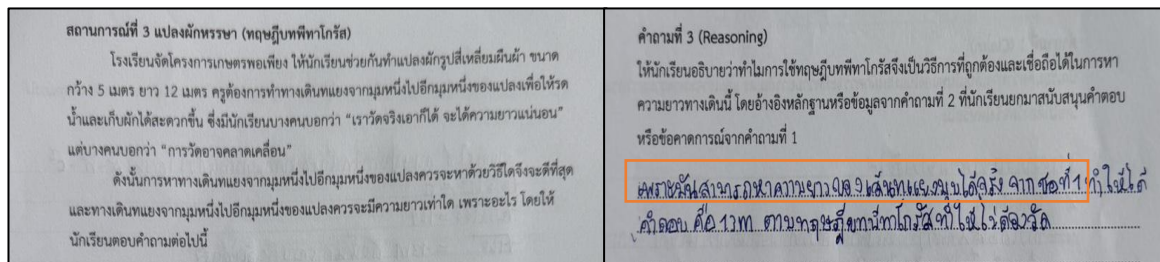
ภาพที่ 4 การสร้างข้อกล่าวอ้าง (C) เกี่ยวกับสถานการณ์สนามหญ้าในโรงเรียนของนักเรียน

ภาพที่ 4 นักเรียนมีการสร้างข้อกล่าวอ้างเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์ มีการกล่าวถึงข้อกล่าวอ้างที่มีทิศทางเดียวกับสถานการณ์ กล่าวว่ “มีระยะทางที่สั้นกว่า เพราะใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะได้ความยาว 50 เมตร” อีกทั้งยังวาดรูปประกอบสถานการณ์ได้ถูกต้อง จึงมีทักษะการให้เหตุผลตามกรอบแนวคิด CER ในการสร้างข้อกล่าวอ้างอยู่ในระดับ 3



ภาพที่ 5 การอ้างอิงหลักฐาน (E) เกี่ยวกับสถานการณ์สนามหญ้าในโรงเรียนของนักเรียน

ภาพที่ 5 นักเรียนมีการอ้างอิงหลักฐานเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง สามารถนำเนื้อหาความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนข้อกล่าวอ้างของตนเองที่เกี่ยวกับสถานการณ์ได้ถูกต้องสมบูรณ์ เช่น “ความสัมพันธ์ คือ $30^2 + 40^2$ เป็น $900 + 1,600 = 2,500 = 50^2$ เส้นทแยงมุมมีระยะทางที่จะเดิน 50 เมตร” จึงมีทักษะการให้เหตุผลตามกรอบแนวคิด CER ในการอ้างอิงหลักฐานอยู่ในระดับ 3



ภาพที่ 6 การอธิบายเหตุผลและประเมินความสมเหตุสมผล (R) เกี่ยวกับสถานการณ์แปลงผักพรา

ภาพที่ 6 นักเรียนมีการอธิบายเหตุผลและประเมินความสมเหตุสมผลเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง สามารถเรียบเรียงข้อกล่าวอ้าง การอ้างอิงหลักฐานเพื่อนำมาสนับสนุนการสรุปได้และมีความเกี่ยวกับสถานการณ์ได้ถูกต้องบางส่วน โดยนักเรียนกล่าวว่าหาความยาวของเส้นทแยงมุมได้คือ 13 เมตร แต่ไม่เชื่อมโยงถึงความสัมพันธ์ของความด้านที่เหลือ และยังประเมินไม่ชัดเจน จึงมีทักษะการให้เหตุผลตามกรอบแนวคิด CER ในการอธิบายเหตุผลและประเมินความสมเหตุสมผลอยู่ในระดับ 2

อภิปรายผลการวิจัย

งานวิจัยนี้พบว่า แนวทางการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา โดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนนั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส โดยเป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการผู้วิจัยได้สำรวจและวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ทำให้เข้าใจถึงสภาพปัญหาในชั้นเรียน

ขั้นที่ 1 การสร้างกรณี (Generating Cases)

การออกแบบสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และเตรียมความพร้อมของนักเรียนโดยการทบทวนความรู้พื้นฐาน เพื่อเป็นฐานในการสร้างความเข้าใจในลำดับต่อไป จากการจัดกิจกรรมทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการพบว่า การใช้สถานการณ์ปัญหาที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง เช่น สถานการณ์ใกล้ตัวของนักเรียน ช่วยกระตุ้นความสนใจและส่งเสริมการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Gravemeijer and Doorman (1999) ที่เสนอว่าการใช้บริบทจริงเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถสร้างความหมายทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้การจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สังเกต ทดลอง และสำรวจ เช่น การวาดภาพหรือสร้างแบบจำลอง จะช่วยส่งเสริมกระบวนการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดการเรียนรู้แบบสร้างองค์ความรู้ของ Fosnot (2005) จากการ

สังเกตพบว่านักเรียนบางส่วนยังมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในแนวคิดพื้นฐาน ดังนั้นครูควรตรวจสอบและปรับความเข้าใจเบื้องต้นก่อน เพื่อให้การเรียนรู้ในขั้นต่อไปมีความถูกต้องและมีประสิทธิภาพ

ขั้นที่ 2 การคาดเดา (Conjecturing)

การส่งเสริมการสร้างข้อกล่าวอ้าง (C) และนำไปสู่การอ้างอิงหลักฐาน (E) โดยการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย เพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและพัฒนาแนวคิดร่วมกัน จากการดำเนินกิจกรรม พบว่า การอภิปรายภายในกลุ่มและการนำเสนอระหว่างกลุ่มช่วยให้เกิดข้อกล่าวอ้างที่หลากหลาย และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปรับปรุงแนวคิดของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Yackel and Cobb (1996) ที่เน้นบทบาทของการปฏิสัมพันธ์ทางสังคมในการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ครูควรใช้คำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นการคิด เช่น มีวิธีอื่นหรือไม่ หรือเพราะเหตุใดจึงคิดเช่นนั้น เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาการสร้างข้อกล่าวอ้าง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Hiebert (1997) ที่กล่าวว่าการตั้งคำถามที่ท้าทายช่วยส่งเสริมการคิดเชิงลึกของผู้เรียน ทั้งนี้ จากการสังเกตพบว่านักเรียนบางส่วนยังไม่มั่นใจในการแสดงความคิดเห็น ครูจึงควรสร้างบรรยากาศที่ปลอดภัยทางความคิด เพื่อให้นักเรียนกล้าแสดงออกและยอมรับความหลากหลายของแนวคิด

ขั้นที่ 3 การแสดงเหตุผล (Justifying)

การกระตุ้นการทำงานกลุ่มและการโต้แย้งของนักเรียน เนื่องจากนักเรียนต้องใช้หลักฐานและเหตุผลในการสนับสนุนข้อกล่าวอ้างของตนเองตามกรอบแนวคิด CER ซึ่งมุ่งเน้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อกล่าวอ้าง หลักฐาน และเหตุผลอย่างเป็นระบบ จากการจัดกิจกรรมในช่วงแรก พบว่านักเรียนบางคนยังไม่สามารถอธิบายเหตุผลได้อย่างชัดเจน และมีส่วนร่วมในการอภิปรายไม่ทั่วถึง ดังนั้นครูควรปรับกลยุทธ์โดยให้ผู้เรียนคิดและเขียนเหตุผลเป็นรายบุคคลก่อน แล้วจึงนำมารวมเป็นข้อสรุปของกลุ่ม เพื่อส่งเสริมการมีส่วนร่วมของนักเรียนทุกคน การใช้คำถามกระตุ้น เช่น เพราะอะไร หรืออธิบายเพิ่มเติมได้หรือไม่ ช่วยให้นักเรียนขยายความคิดและพัฒนาเหตุผลของตนเองให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Stylianides (2008) ที่เน้นความสำคัญของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในห้องเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ การเปิดโอกาสให้นักเรียนโต้แย้งและตรวจสอบแนวคิดของกันและกัน จะช่วยพัฒนาทักษะการให้เหตุผลเชิงวิพากษ์ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Toulmin (2003) เกี่ยวกับโครงสร้างของการโต้แย้ง จากการดำเนินกิจกรรมในวงจรหลัง ๆ พบว่านักเรียนมีพัฒนาการในการใช้หลักฐานและการอธิบายเหตุผลอย่างชัดเจนมากขึ้น สามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ได้อย่างเหมาะสม

ขั้นที่ 4 การสรุป (Concluding)

การรวบรวมและสังเคราะห์องค์ความรู้จากการโต้แย้ง โดยให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาและสรุปแนวคิดที่ถูกต้องและมีความสมเหตุสมผลมากที่สุด ครูควรใช้คำถามกระตุ้น เช่น ข้อสรุปใดเหมาะสมที่สุด หรือมีหลักฐานใดสนับสนุนข้อสรุปนี้ เพื่อให้ นักเรียนได้ใช้เหตุผลในการตัดสินใจ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Kilpatrick, Swafford and Findell (2001) ที่เน้นการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลและการตัดสินใจทางคณิตศาสตร์ จากการจัดกิจกรรม พบว่า การให้นักเรียนเขียนสรุปและนำเสนอหน้าชั้นเรียน ช่วยให้นักเรียนสามารถจัดระบบความคิดของตนเอง และพัฒนาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Niss (2003) ที่กล่าวถึงความสำคัญของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และการสะท้อนผลการเรียนรู้และการให้ข้อเสนอแนะจากครู จะช่วยให้นักเรียนสามารถปรับปรุงแนวคิดของตนเอง และพัฒนาทักษะการให้เหตุผลได้อย่างต่อเนื่อง

ส่วนการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษา โดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เมื่อพิจารณาระดับทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER จากใบกิจกรรมและแบบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ดังนี้

การจัดการเรียนรู้โดยรูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า พัฒนาการในการวิเคราะห์สถานการณ์และนำเสนอข้อกล่าวอ้างของตนเองดีขึ้นเรื่อย ๆ ซึ่งผู้วิจัยคิดว่าเป็นผลมาจากการตั้งคำถามกระตุ้นนักเรียน และการจัดบรรยากาศชั้นเรียนให้เอื้อต่อการเสนอคำตอบแต่ละวงจรปฏิบัติการ รวมไปถึงการอภิปรายข้อกล่าวอ้างที่แตกต่างกันในชั้นเรียนและต่อยอดไปสู่การหาเหตุผลมาประกอบข้อกล่าวอ้าง โดยมาจากประสบการณ์เดิมหรือการแลกเปลี่ยนร่วมกันของนักเรียน พร้อมทั้งให้นักเรียนสะท้อนผลถึงคำตอบ ไม่ว่าจะเป็นรายบุคคลหรือในภาพรวม ซึ่งทำให้นักเรียนได้เรียนรู้จุดที่ผิดพลาดหรือที่ต้องปรับปรุงของตนเองสะท้อนออกมาจากผลงาน ซึ่งสอดคล้องกับ Knudsen *et al.* (2018) กล่าวว่าแนวทางการใช้กรอบการเรียนรู้ CER เพื่อให้นักเรียนอธิบายข้อสรุปด้วยหลักฐานและเหตุผล ซึ่งพัฒนาทักษะผ่านการสร้างข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

เมื่อพิจารณาในองค์ประกอบย่อยของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการสร้างข้อกล่าวอ้างที่ดีในทุกวงจรปฏิบัติการ กล่าวคือ นักเรียนสามารถเสนอข้อกล่าวอ้าง เกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้องและหลากหลายมากขึ้น โดยเฉพาะในวงจรปฏิบัติการที่ 4 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นอย่าง

อิสระ ซึ่งช่วยกระตุ้นให้นักเรียนสามารถสร้างข้อกล่าวอ้างได้ สอดคล้องกับแนวคิดของ Stein *et al.* (2000) กล่าวว่าแนวทางการใช้โจทย์คณิตศาสตร์ที่มีความท้าทายทางความคิด เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ส่วนการอ้างอิงหลักฐาน นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นเรื่อย ๆ โดยสามารถเลือกใช้หลักฐานทางคณิตศาสตร์ เพื่อสนับสนุนข้อาคดาของตนเอง อย่างไรก็ตามการแสดงผลหลักฐานยังไม่หลากหลายในบางวงจร ทั้งนี้ นักเรียนยังมีประสบการณ์ในการเลือกเชื่อมโยงหลักฐานอย่างจำกัด มีการนำเสนอแนวคิดไม่หลากหลาย ส่งผลให้การโต้แย้งและการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นน้อย เมื่อมีการส่งเสริมให้อภิปรายร่วมกัน นักเรียนสามารถพัฒนาการแสดงผลหลักฐานได้ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Lesh and Doerr (2003) ที่กล่าวว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายช่วยส่งเสริมความเข้าใจและการให้เหตุผลของผู้เรียน การอธิบายเหตุผลและการประเมินความสมเหตุสมผล ซึ่งเป็นการเชื่อมโยงข้อกล่าวอ้างและหลักฐาน พบว่านักเรียนมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง เนื่องจากการอธิบายเหตุผลต้องอาศัยทักษะการคิดเชิงตรรกะที่เป็นระบบ นักเรียนบางส่วนยังไม่สามารถอธิบายได้อย่างชัดเจน แต่เมื่อได้รับการฝึกฝนผ่านการโต้แย้ง การอภิปราย นักเรียนสามารถพัฒนาการอธิบายเหตุผลที่มีความสมเหตุสมผลและเป็นลำดับขั้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Ball and Bass (2003) ที่กล่าวว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรมุ่งให้ผู้เรียนสามารถอธิบายเหตุผลและทำให้แนวคิดทางคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผล โดยการอธิบายเหตุผลถือเป็นสิ่งสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะจากการวิจัย

1. **ก่อนการจัดการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์** ผู้สอนควรมีการวางแผนและเตรียมความพร้อมทั้งในด้านเนื้อหา กิจกรรม และการกระตุ้นความสนใจของนักเรียน เพื่อให้การเรียนรู้สามารถนำไปสู่การพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ได้ ควรเลือกหรือออกแบบสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะเป็นปัญหาแบบเปิดมีหลายทางเลือก และเชื่อมโยงกับชีวิตจริงหรือประสบการณ์ของผู้เรียน เช่น สถานการณ์เส้นทางลัดในสนามโรงเรียน สถานการณ์จะมีเส้นทางให้เลือกว่าควรเดินเส้นทางใด เพื่อกระตุ้นให้เกิดการตั้งข้อกล่าวอ้างที่หลากหลาย แต่พึงระวังการใช้คำที่ชี้นำนักเรียน เช่น เส้นทาง ข เป็นทางลัด นักเรียนส่วนใหญ่ก็จะเลือกเส้นทาง ข และทบทวนความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่จะเรียน เช่น ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิต หรือความสัมพันธ์ของตัวแปร เพื่อให้ นักเรียนสามารถนำความรู้เดิมมาใช้เป็นหลักฐานในการสนับสนุนข้อกล่าวอ้างได้อย่างเหมาะสม เช่น ให้ด้าน a และ b เป็นด้านประกอบมุมฉาก และด้าน c เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

2. **ระหว่างการจัดการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์** ผู้สอนควรสังเกตพฤติกรรมนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้สามารถจัดการเรียนรู้และแก้ไขปัญหาที่พบในชั้นเรียนได้ทันที เพื่อให้เกิดการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER อย่างต่อเนื่อง จากการจัดการเรียนรู้ในขั้นที่ 1 การสร้างกรณี ผู้สอนควรเน้นให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอย่างแท้จริงก่อน และใช้คำถามกระตุ้น เช่น “โจทย์กล่าวอย่างไร” หรือ “ข้อมูลที่มีคืออะไรบ้าง” หรือ “มีใครคิดต่างไหม” เพื่อให้ นักเรียนได้วิเคราะห์และสามารถสร้างข้อกล่าวอ้างที่มีความสอดคล้องกับสถานการณ์ได้ ในสถานการณ์ที่ 3 เสาไฟฟ้าโรงเรียน นักเรียนสามารถอ่านและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาแล้ว ซึ่งในขั้นที่ 2 การคาดเดา นักเรียนสร้างข้อกล่าวอ้างได้ว่าต้องใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส แสดงให้เห็นว่าสถานการณ์ดังกล่าวทำให้นักเรียนสามารถสร้างข้อกล่าวอ้างได้ ส่วนการจัดการเรียนรู้ในขั้นที่ 3 การแสดงผล และขั้นที่ 4 การสรุป ผู้สอนควรใช้คำถามชี้นำ เช่น “มีหลักฐานอะไรสนับสนุน” หรือ “เพราะอะไรจึงคิดเช่นนั้น” เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงระหว่างข้อกล่าวอ้าง พร้อมทั้งแสดงหลักฐาน และเหตุผลได้ หรือการอภิปรายภายในกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนหลักฐานทางคณิตศาสตร์ ในส่วนนี้ทำให้นักเรียนมีความมั่นใจในหลักฐานมากขึ้น ดังนั้นผู้สอนควรเตรียมสถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่มาอย่างต่อเนื่องให้กับนักเรียนในชั้นเรียน ภายหลังจากที่นักเรียนทุกกลุ่มนำเสนอของตนเองแล้ว เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้และเกิดแนวคิดทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริงมากขึ้น และควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มอย่างสม่ำเสมอ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ชักถาม และโต้แย้งกันโดยใช้หลักฐานและเหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจากการสังเกตพบว่า นักเรียนที่มีส่วนร่วมในการอภิปรายและโต้แย้งภายในกลุ่มอย่างแท้จริง จะสามารถพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ได้ดีขึ้น ผู้สอนควรจัดบรรยากาศให้นักเรียนมีความตื่นตัวตลอดเวลา เช่น การใช้คำถามโต้ตอบกันภายในชั้นเรียน เพื่อไม่ให้นักเรียนรู้สึกว่าการเรียนรู้ไม่น่าสนใจ และเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กันภายในกลุ่มและภายในชั้นเรียน และทำกิจกรรมกลุ่มร่วมกันเสมอ

3. หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรสรุปผลและสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ รวมถึงสะท้อนผลคะแนนจากการตรวจให้คะแนนใบกิจกรรม เพื่อให้ให้นักเรียนทราบข้อดีและข้อบกพร่องที่จะนำไปพัฒนาการเรียนรู้นักเรียนโดยผู้สอนควรสะท้อนผลระดับของทักษะจากการตรวจให้ใบกิจกรรมของนักเรียนเป็นรายบุคคล เพื่อให้ นักเรียนทราบถึงระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบ คำตอบส่วนที่ดี และคำตอบส่วนที่ต้องปรับปรุง รวมถึง แนวทางการตอบคำถามให้ตรงประเด็นและเชื่อมโยงกับหลักฐานทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนทราบข้อบกพร่องและ สามารถนำไปปรับปรุงและพัฒนาการตอบคำถามมากยิ่งขึ้น

การพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโรงเรียน ขยายโอกาสทางการศึกษา โดยกิจกรรมการเรียนรู้แบบการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ผู้วิจัยได้พิจารณา ความสอดคล้องของระดับทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER จากใบกิจกรรม และแบบวัดทักษะการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการให้การสร้างข้อกล่าวอ้างจากใบกิจกรรมทั้ง 4 วงจร ปฏิบัติการอยู่ในระดับ 3 การอ้างอิงหลักฐานในใบกิจกรรมทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการอยู่ในระดับ 2 และการอธิบายเหตุผลและ ประเมินความสมเหตุสมผลทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการอยู่ในระดับ 2 ซึ่งนักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลทุกองค์ประกอบภาพรวมอยู่ใน ระดับ 2 และจากแบบวัดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด CER หลังการเรียนรู้รูปแบบการโต้แย้งทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส พบว่านักเรียนมีการสร้างข้อกล่าวอ้างอยู่ในระดับ 3 การอ้างอิงหลักฐานอยู่ในระดับ 3 และการอธิบายเหตุผลและประเมินความสมเหตุสมผลอยู่ในระดับ 2 ซึ่งเห็นได้ว่านักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทุกองค์ประกอบ อยู่ในระดับ 3

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้จัดการเรียนรู้

1. ครูควรออกแบบสถานการณ์ปัญหาที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริงของนักเรียน ใช้สถานการณ์ปัญหาที่เข้าใจง่าย และมี ทางเลือกที่หลากหลาย ไม่ยากและไม่ง่ายเกินไป เพื่อกระตุ้นความสนใจและส่งเสริมการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่หลากหลาย เช่น สถานการณ์ทางลัดในสนามโรงเรียน ซึ่งเป็นสถานการณ์ให้นักเรียนได้วิเคราะห์ว่าควรเลือกเส้นทางเดินใดที่จะมีระยะทาง สั้นกว่ากัน

2. ครูควรใช้คำถามกระตุ้นอย่างต่อเนื่อง เช่น “นักเรียนคิดว่าสถานการณ์นี้ต้องการอะไร” หรือ “มีการสร้าง ข้อกล่าวอ้างที่แตกต่างหรือไม่” หรือ “นักเรียนคิดเห็นอย่างไรกับเหตุผลของเพื่อน” หรือ “เพื่อนควรเพิ่มเติมอะไรบ้าง” เพื่อช่วย ให้นักเรียนสามารถอธิบายเหตุผลได้มากขึ้น ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีการให้กำลังใจนักเรียน และบอกกล่าวกับ นักเรียนว่าการตอบไม่มีถูกมีผิดเราสามารถนำเสนอสิ่งที่เราคิดออกมาได้เสมอ

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

ควรศึกษาการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่สามารถพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์การคิด สร้างสรรค์ เนื่องจากการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดที่หลากหลาย ซึ่งส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิด ความคิดริเริ่ม ความคิดความคล่องแคล่ว และความคิดยืดหยุ่น ซึ่งเป็นองค์ประกอบสำคัญของการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

จริยธรรมการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ได้ขอความยินยอมโดยใช้การสอบถามจากผู้เข้าร่วมวิจัยอย่างถูกต้องตามหลักจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ หลักความเคารพในบุคคล (Respect for person) หลักคุณประโยชน์ ไม่ก่ออันตราย (Beneficence) และหลักความยุติธรรม (Justice) เป็นต้น

การใช้เครื่องมือปัญญาประดิษฐ์

ผู้เขียนได้มีการใช้เครื่องมือ AI เพื่อสนับสนุนการทำวิจัยและการเขียนบทความในส่วน การช่วยตรวจสอบความถูกต้อง ทางภาษา การปรับปรุงสำนวนภาษา และการจัดเรียงโครงสร้างของเนื้อหาเบื้องต้น ทั้งนี้ ผู้เขียนเป็นผู้ตรวจสอบ แก้ไข และ รับผิดชอบความถูกต้องของเนื้อหาทั้งหมดด้วยตนเอง และในการอ้างอิงเอกสาร ผู้เขียนได้สืบค้นจากฐานข้อมูลวารสารวิชาการที่ น่าเชื่อถือ และตรวจสอบความถูกต้องของแหล่งอ้างอิงทุกฉบับด้วยตนเอง โดยไม่ได้ใช้ AI ในการสร้างหรืออ้างอิงแหล่งข้อมูลที่ไม่ สามารถตรวจสอบได้

References

- Ball, D. L. and Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. In W. G. J. Kilpatrick, **A research companion to Principles and Standards for School Mathematics** (pp. 27-44). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Baroody, A. J. (1998). **Fostering Children's Mathematical Power: An Investigative Approach to K-8 Mathematics Instruction**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Fosnot, C. T. (2005). **Constructivism: Theory, perspectives, and practice (2nd ed.)**. New York: Teachers College Press.
- Gravemeijer, K. and Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. **Educational studies in mathematics**, 39(1), 111-129.
- Hiebert, J. (1997). **Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding**. Portsmouth: Heinemann.
- Jaroenphon, K. and Kitkuakul, S. (2023). Enhancing mathematical reasoning and communication abilities of Grade 6 students on triangles through mathematical argumentation-based learning (in Thai). **Journal of Roi Kaensarn Academi**, 8(8), 187-202.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. and Findell, B. (2001). **Adding it up: Helping children learn mathematics**. Washington: National Academies Press.
- Kitkuekul, S. (2014). **Science learning management: Directions for teachers in the 21st century** (in Thai). Phetchabun: Juladis Printing.
- Knudsen, J., Stevens, H. S., Lara-Meloy, T., Kim, H. J., Schechtman, N. and Shechtman, N. (2017). **Mathematical Argumentation in Middle School-The What, Why, and How: A Step-by-Step Guide With Activities, Games, and Lesson Planning Tools**. Corwin Press.
- Lesh, R. A. and Doerr, H. M. (2003). **Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- McNeill, K. L. and Krajcik, J. S. (2011). **Supporting Grade 5-8 Students in Constructing Explanations in Science: The Claim, Evidence, and Reasoning Framework for Talk and Writing**. Pearson.
- Meechan, S. (2004). Rater Agreement Index (RAI) (in Thai). **Journal of Education, Prince of Songkla University**, 67-75.
- Ministry of Education. (2017). **Basic Education Core Curriculum 2008 (Revised Edition 2017)** (in Thai). Bangkok: The Agricultural Cooperative Federation of Thailand Printing House.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). **Curriculum and evaluation standards for school mathematics**. Reston.
- National Institute of Educational Testing Service (Public Organization). (2024). Ordinary National Educational Test (O-NET) results report for Grade 9, academic year 2024 (in Thai). Retrieved 21 May 2025, from **niets**: file:///C:/Users/asus/Downloads/Basic_Stat_BY_Grade_25
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In A. Gagatsis and S. Papastavridis (Eds.). **3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education** (pp. 115-124). Athens: Hellenic Mathematical Society.
- OECD. (2017). **PISA 2015 assessment and analytical framework: Science, reading, mathematics, financial literacy**. Paris: OECD Publishing.
- Sema, P. and Thamsuan, J. (2017). Effects of organizing mathematics learning activities using inquiry-cooperation model on mathematical reasoning and communication abilities of eighth grade students (in Thai). **An Online Journal of Education**, 12(4), 666-680.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. and Silver, E. A. (2000). **Implementing Standards-Based Mathematics Instruction**. Teachers College Press.

Stylianides, A. J. (2008). The role of conceptual analysis in teaching and learning proof. **For the Learning of Mathematics**, 2-8.

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST). (2017). **Basic Education Core Curriculum: Mathematics Learning Area (Revised Edition B.E. 2560)** (in Thai). Bangkok: Office of the Basic Education Commission.

The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2022). Mathematical literacy framework (in Thai). Retrieved 23 May 2025, from **pisathailand**:
https://pisathailand.ipst.ac.th/aboutpisa/mathematical_literacy_framework/

Toulmin, S. (2003). **The uses of argument (Updated ed.)**. Cambridge: Cambridge University Press.

Yackel, E. and Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. **Journal for research in mathematics education**, 27(4), 458-477.