

การแปลงข้อมูลเพื่อแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากัน สำหรับแผนแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

ญาดาภา โชติติก* และ พาณิชนัด ศิริพานิช**

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถของวิธีการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันด้วยวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์และวิธีการถ่วงน้ำหนัก โดยจำลองข้อมูลในแผนแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ กำหนดปัจจัยการทดลองคงตัวและจำนวนซ้ำในแต่ละวิธีทดลองเท่ากัน โดยกำหนดจำนวนทรีตเมนต์ (k) และจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์ (n) เป็นดังนี้ $(k, n) = (3, 5), (3, 10), (5, 10), (5, 12), (5, 20)$ กำหนดค่าความแปรปรวนแตกต่างกัน 3 ระดับ คือ ความแปรปรวนแตกต่างกันน้อย (ไม่เกิน 2 เท่าของค่าความแปรปรวนน้อยที่สุด) แตกต่างกัณปานกลาง (ไม่เกิน 5 เท่าของค่าความแปรปรวนน้อยที่สุด) และแตกต่างกันมาก (ไม่เกิน 10 เท่าของค่าความแปรปรวนน้อยที่สุด) กำหนดการแจกแจงของตัวแปรตอบสนองเป็นการแจกแจงปกติและการแจกแจงลิกอนอร์มอล กระทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์เป็นจำนวน 1,000 รอบ เภณทในการเปรียบเทียบความสามารถของวิธีการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากัน พิจารณาจากสัดส่วนความสำเร็จจากการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนด้วยสถิติทดสอบเลวีน นอกจากนี้ ยังทำการทดสอบการแจกแจงปกติของตัวแปรตอบสนองทั้งก่อนและหลังการแปลงข้อมูลด้วยสถิติทดสอบชาฟิโร-วิลด์ ผลการศึกษา พบว่าวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ทั้งแบบดั้งเดิมและแบบที่ปรับปรุงแล้วสามารถแก้ปัญหาการแจกแจงที่มีลักษณะอื่นให้มีการแจกแจงปกติได้ แต่ไม่สามารถแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันได้ วิธีการแปลงข้อมูลโดยใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักสามารถแก้ปัญหาความแปรปรวน

* นักศึกษาปริญญาโท คณะสถิติประยุกต์ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์
ถนนเสรีไทย คลองจั่น บางกะปิ กรุงเทพมหานคร 10240
เมล: amdayawa02@hotmail.com

** รองศาสตราจารย์ คณะบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิตย์
110/1-4 ถนนประชาชื่น หลักสี่ กรุงเทพมหานคร 10210
เมล: oui52@as.nida.ac.th

ไม่เท่ากันได้ แต่ไม่สามารถแก้ปัญหาการแจกแจงที่มีลักษณะอื่นให้มีการแจกแจงปกติได้ ดังนั้นวิธีที่เหมาะสม คือ วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แบบดั้งเดิมร่วมกับวิธีการถ่วงน้ำหนัก ซึ่งเป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันและช่วยให้ข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

คำสำคัญ: การแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ วิธีการถ่วงน้ำหนัก แผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ ความแปรปรวนไม่เท่ากัน

The Data Transformation on CRD with Unequal Variance

Yadapa Chotedelok* and Pachitjanut Siripanich**

Abstract

The objective of this research is to compare the ability of some methods based on Box-Cox and/or weighted transformation, to cope with the problem on heterogeneity of variances. The data are simulated under CRD with the fixed effect model and balanced design. Number of treatments (k) and replications (n) are as follows : $(k,n) = (3, 5), (3, 10), (5, 10), (5, 12), (5, 20)$. Normal and lognormal distribution are considered. The degree of heterogeneity of variance are set at 3 levels, small (less than 2 times of least variance), medium (less than 5 times of least variance), and large (less than 10 times of least variance). Each situation are replicated 1,000 times to compare the ability of those methods, Levene's test is used to test for homogeneity of variance and Shapiro-Wilk's test is used to test for normality. Results of this study revealed that the original Box-Cox transformation and modified Box-Cox transformation can solve the non-normality problem but not the unequal variance problem. On the other hand, weighted method can solve the unequal variance problem but not the normality problem. Findings exhibit the more appropriate way which is applying Box-Cox transformation together with weighted method.

Keywords: Box-Cox Transformation, Weighted Method, CRD, Unequal Variance

* School of Applied Statistics, National Institute of Development Administration .
118 Sereethai Road, Khlong Chan, Bangkok 10240, THAILAND.
E-mail: amdayawa02@hotmail.com

** Associate Professor, Faculty of Business Administration, Dhurakij Pundit University
110/1-4 Prachachuen Road, Lakki, Bangkok 10210, THAILAND.
E-mail: oui52@as.nida.ac.th

1. บทนำ

แผนแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ (Completely Randomized Design: CRD) เป็นแผนแบบการทดลองที่ง่ายที่สุด หน่วยทดลองทุกหน่วยมีโอกาสหรือความน่าจะเป็นเท่า ๆ กันในการได้รับหรือไม่ได้ได้รับสารใด ๆ หนึ่ง ข้อดีของแผนแบบการทดลองนี้ คือ การวิเคราะห์ข้อมูลมีความยืดหยุ่นสูง จำนวนซ้ำมีขนาดเท่ากันหรือไม่ก็ได้ หรือแม้จะมีค่าสูญหายเกิดขึ้นการวิเคราะห์ข้อมูลยังคงทำได้โดยง่าย และมีผลกระทบน้อยกว่าแผนแบบการทดลองอื่น ๆ (Cochran and Cox, 1957: 95) อีกทั้งยังเหมาะสมกับกรณีที่หน่วยทดลอง (Experimental Unit) มีลักษณะเอกพันธ์ (Homogenous) หรือคล้ายคลึงกันมากที่สุด โดยการวิเคราะห์ข้อมูลในแผนแบบการทดลองนี้ควรใช้เทคนิคการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance: ANOVA) ซึ่งมีข้อสมมติเบื้องต้นที่จำเป็น คือ ตัวแปรตอบสนอง (Response Variable) เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ และเป็นอิสระต่อกัน และความแปรปรวนของข้อมูลที่ได้รับหรือไม่ได้ได้รับสารใด ๆ หนึ่งมีความคงตัวเท่ากันทุกกรณี (Scheffé, 1959: 55; Johnson and Bhattacharyya, 1987, p. 582) แต่ในทางปฏิบัติแล้ว ข้อมูลจากการทดลองที่วัด (Measure) มาได้นั้น เมื่อตรวจสอบแล้วอาจพบว่าข้อมูลไม่เป็นไปตามข้อสมมติเบื้องต้นดังกล่าว ซึ่งส่งผลกระทบต่อระดับนัยสำคัญของการทดสอบและความไวของสถิติทดสอบ (Cochran and Cox, 1957, p. 91) ดังนั้น นักวิจัยไม่ควรฝ่าฝืนนำข้อมูลนั้นมาวิเคราะห์ แต่ควรหาแนวทางแก้ไขเพื่อให้ได้ข้อมูลที่เป็นไปตามข้อสมมติเบื้องต้น หรือใช้วิธีการวิเคราะห์อื่นที่เหมาะสม

ข้อสมมติเบื้องต้นประการหนึ่งที่หากผู้วิจัยฝ่าฝืนจะส่งผลกระทบต่อวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติและการสรุปผล คือ ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากัน (Kempthorne, 1952, p. 156) และเมื่อพิจารณาถึงวิธีการแก้ไขปัญหาดังกล่าว พบว่า มีนักวิจัยหลายท่านได้ทำการศึกษาไว้หลากหลายวิธี เช่น การเพิ่มขนาดตัวอย่าง การใช้สถิติไม่อิงพารามิเตอร์ (Nonparametric Statistic) และการแปลงข้อมูล ผลงานวิจัยของ Wilcox (1987a, pp. 29-60) พบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ผลกระทบจากความแปรปรวนไม่เท่ากันจะลดลง ดังนั้น เมื่อสถิติทดสอบไม่เหมาะสม Maxwell and Delaney (2004, p. 117) และนักสถิติอื่น ๆ จึงแนะนำให้ใช้สถิติไม่อิงพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์ข้อมูล อย่างไรก็ตาม ถ้าข้อมูลมีลักษณะเป็นข้อมูลต่อเนื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ความถี่หรือลำดับที่ของข้อมูลอาจทำให้สูญเสียสาระสำคัญหรือรายละเอียดของข้อมูล และในทางสถิติก็พิสูจน์ทราบโดยทั่วกันแล้วว่า ถ้าข้อมูลมีลักษณะสอดคล้องกับข้อตกลงของการใช้สถิติอิงพารามิเตอร์ (Parametric Statistic) แล้ว หากใช้สถิติไม่อิงพารามิเตอร์วิเคราะห์ข้อมูลจะทำให้มีอำนาจการทดสอบ (Power of The Test) ต่ำกว่าการใช้สถิติอิงพารามิเตอร์ (Hollander and Wolfe, 1973) นอกจากนี้ยังพบว่า ถึงแม้การทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์จะเป็นวิธีที่ง่ายในการแก้ปัญหาแต่มีข้อเสีย คือ การทดสอบเหล่านั้นจะมีอำนาจการทดสอบต่ำ มีความเชื่อถือได้น้อย (มัลลิกา บุณนา, 2539, p. 216) ดังนั้น วิธีหนึ่งที่ได้รับคามนิยมมากกว่าจึงเป็นวิธีการแปลงข้อมูล (Data Transformation) และ

วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (Box and Cox, 1964) ก็เป็นวิธีการแปลงข้อมูลที่ได้รับ ความนิยมและใช้กันอย่างแพร่หลายมากที่สุดวิธีหนึ่ง รวมไปถึงวิธีการถ่วงน้ำหนัก (Weighted Method) ซึ่งวิธีการนี้จะพบได้มากในการแก้ปัญหาค่าความแปรปรวนไม่เท่ากันในเรื่องการวิเคราะห์ การถดถอย

การแปลงข้อมูลเป็นการเปลี่ยนมาตรา (Scale) ของข้อมูล ช่วยให้ข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจง ปกติมีลักษณะเข้าใกล้การแจกแจงปกติ และช่วยลดขนาดของความแปรปรวนลงได้ (Myers and Well, 2003: 223-224; Maxwell and Delaney, 2004: 117) ซึ่งจะทำให้ได้ผลการวิเคราะห์ ที่แม่นยำและน่าเชื่อถือ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (Box-Cox Transformation) และวิธีการถ่วงน้ำหนัก (Weighted Method) ซึ่งเป็นวิธีการที่มีรูปแบบ ไม่ยุ่งยากและค่อนข้างสะดวกต่อการคำนวณ เพื่อให้สามารถนำมาปรับใช้ในการแก้ปัญหาค่าความ ไม่เท่ากันของความแปรปรวนได้อย่างเหมาะสมควบคู่ไปกับการรักษาความเป็นปกติ (Normality) ของข้อมูล

2. ทฤษฎีและเทคนิคที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาครั้งนี้ มีทฤษฎีและเทคนิคที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

2.1 แผนแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ที่ปัจจัยการทดลองมีผลกระทบแบบตรึง (Fixed-Effect) และมีจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์เท่ากัน (Balanced Design) มีตัวแบบ ดังนี้

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} ; i = 1, 2, \dots, k, j = 1, 2, \dots, n$$

y_{ij} คือ ตัวแปรตอบสนองของหน่วยทดลองที่ j ที่ได้รับทรีตเมนต์ที่ i

μ คือ พารามิเตอร์ แทนค่าเฉลี่ยรวม

τ_i คือ พารามิเตอร์ แทนอิทธิพลจากปัจจัยทดลองที่ i โดยที่ $\sum \tau_i = 0$

ε_{ij} คือ ค่าความคลาดเคลื่อนของหน่วยทดลองที่ j ที่ได้รับทรีตเมนต์ที่ i

k คือ จำนวนทรีตเมนต์

n คือ จำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์

ข้อสมมติ คือ ความคลาดเคลื่อน (ε_{ij}) เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติและเป็นอิสระกัน โดยมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 ความแปรปรวนเป็น σ_i^2 นั่นคือ $\varepsilon_{ij} \sim NID(0, \sigma_i^2)$ เมื่อ $i = 1, 2, \dots, k$, $j = 1, 2, \dots, n$ หรือในแต่ละทรีตเมนต์ $y_{ij} \sim NID(\mu + \tau_i, \sigma_i^2)$

2.2 วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (BC_N) เป็นวิธีที่นำเสนอโดยบ็อกซ์และค็อกซ์ ในปี 1964 ใช้สำหรับการแก้ปัญหาค่าตัวแปรตอบสนองไม่มีการแจกแจงปกติให้มีลักษณะการแจกแจง ปกติ มีรูปแบบ ดังนี้ (Box and Cox, 1964)

$$y_{N_{ij}} = y_{ij}^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{(y_{ij}^\lambda - 1)}{\lambda} & ; \quad \lambda \neq 0 \\ \log y_{ij} & ; \quad \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

เมื่อ λ คือ ค่าคงตัวที่ทำให้ $y_{N_{ij}}$ มีสมบัติตามข้อสมมติเบื้องต้นที่กำหนด ซึ่งมีความแปรปรวนคงตัว และค่าของ λ สามารถประมาณได้ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Method) ดังนี้

$$L_{\max}(\lambda) = -\frac{1}{2}n \log \hat{\sigma}^2(\lambda) + (\lambda - 1)\Sigma \Sigma \log y_{ij}$$

เมื่อ $\hat{\sigma}^2$ คือ ความแปรปรวนที่มีค่าคงตัวเท่ากันทุกหริตเมนต์

2.3 วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) เป็นวิธีที่นำเสนอโดยบ็อกซ์และค็อกซ์พร้อมกันกับวิธีการแปลงข้อมูลแบบ BC_N ในปี 1964 วิธีนี้เป็นวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับสำหรับกรณีความแปรปรวนไม่เท่ากัน ใช้สำหรับแก้ปัญหาทั้งในกรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีความแปรปรวนไม่เท่ากันและไม่มีการแจกแจงปกติ โดยมีรูปแบบการแปลง ดังนี้ (Box and Cox, 1964)

$$\begin{aligned} \text{จาก (2.1) เมื่อ } ; \lambda \neq 0; \quad J &= \prod_{j=1}^n \prod_{i=1}^k \left| \frac{dy_{ij}^{(\lambda)}}{dy_{ij}} \right| = \prod_{j=1}^n \prod_{i=1}^k \left| \frac{d}{dy_{ij}} \left(\frac{y_{ij}^\lambda - 1}{\lambda} \right) \right| \\ &= \prod_{j=1}^n \prod_{i=1}^k |y_{ij}^{\lambda-1}| = \left(\prod_{j=1}^n \prod_{i=1}^k y_{ij} \right)^{\lambda-1} = (\hat{y})^{n(\lambda-1)} \\ J^{\frac{1}{n}} &= (\hat{y})^{\lambda-1} \\ \text{เมื่อ } \lambda = 0; \quad J &= \prod_{j=1}^n \prod_{i=1}^k \left| \frac{dy_{ij}^{(\lambda)}}{dy_{ij}} \right| = \prod_{j=1}^n \prod_{i=1}^k \left| \frac{d}{dy_{ij}} \log y_{ij} \right| \\ &= \prod_{j=1}^n \prod_{i=1}^k \left(\frac{1}{y_{ij}} \right) = \frac{1}{\prod_{j=1}^n \prod_{i=1}^k y_{ij}} = \frac{1}{\hat{y}^n} \\ J^{\frac{1}{n}} &= \frac{1}{\hat{y}} \end{aligned}$$

โดยที่ $\hat{y}$ คือ ค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของ y_{ij}

$$\text{ให้ } z_{ij}^{(\lambda)} = \frac{y_{ij}^{(\lambda)}}{J^{\frac{1}{n}}}$$

$$y_{\text{NH}_{ij}} = z_{ij}^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{(y_{ij}^\lambda - 1)}{\lambda \hat{y}^{\lambda-1}} & ; \lambda \neq 0 \\ \hat{y} \log y_{ij} & ; \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

เมื่อ λ คือ ค่าคงตัวที่ทำให้ $y_{\text{NH}_{ij}}$ มีสมบัติตามข้อสมมติเบื้องต้นที่กำหนด ซึ่งมีความแปรปรวนคงตัว และค่าของ λ สามารถประมาณได้ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ดังนี้

$$L_{\max}(\lambda | H, N) = -\frac{1}{2} \sum n_i \log(S^{(i)}(\lambda, \mathbf{z}) / n_i) + \log \left[\frac{\prod \{S^{(i)}(\lambda, \mathbf{z}) / n_i\}^{\frac{1}{2}n_i}}{\{S_v(\lambda, \mathbf{z}) / n\}^{\frac{1}{2}n}} \right]$$

เมื่อ $S^{(k)}(\lambda, \mathbf{z}) = \sum_j (z_{ij} - \bar{z})^2$ และ $S_v(\lambda, \mathbf{z}) = \sum_i \sum_j (z_{ij} - \bar{z}_i)^2$ และ $\mathbf{z}$ คือ เวกเตอร์ของ z_{ij}

2.4 วิธีการถ่วงน้ำหนัก (W) เป็นวิธีการแปลงข้อมูลรูปแบบหนึ่ง โดยทำการถ่วงน้ำหนักด้วยส่วนกลับของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแต่ละทรีตเมนต์ เพื่อให้ตัวแปรตอบสนองในแต่ละทรีตเมนต์มีความแปรปรวนใกล้เคียงกัน (Bowerman, O'Connell and Dickey, 1986: 586-588) การแปลงดังกล่าวมีรูปแบบ ดังนี้

$$y_{W_{ij}} = \frac{y_{ij}}{s_i} \quad (2.3)$$

เมื่อ s_i คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรตอบสนองในแต่ละทรีตเมนต์

2.5 สถิติทดสอบเลวีน (Levene's Test) เสนอโดยเลวีนในปี 1960 ใช้ทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวน k ทรีตเมนต์ โดยไม่กำหนดลักษณะการแจกแจงของตัวแปรตอบสนอง มีสมมติฐาน ดังนี้ (Levene, 1960)

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$$

$$H_1 : \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2 \text{ โดยที่ } i \neq j \text{ อย่างน้อย 1 คู่}$$

ให้ W แทนสถิติทดสอบ มีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$W = \frac{(N-k) \sum_{i=1}^k n (\bar{Z}_i - \bar{Z}_{..})^2}{(k-1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (Z_{ij} - \bar{Z}_i)^2} \quad (2.4)$$

เมื่อ k คือ จำนวนทรีตเมนต์
 N คือ จำนวนซ้ำของหน่วยทดลองทั้งหมด
 n คือ จำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์
 y_{ij} คือ ตัวแปรตอบสนองของหน่วยทดลองที่ j ที่ได้รับทรีตเมนต์ที่ i
 $Z_{ij} = |y_{ij} - \bar{y}_{i.}|$ หรือ $|y_{ij} - \tilde{y}_{i.}|$
 โดยที่ $\bar{y}_{i.}$ คือ ตัวแปรตอบสนองเฉลี่ยของทรีตเมนต์ที่ i
 $\tilde{y}_{i.}$ คือ ค่ามัธยฐานของตัวแปรตอบสนองทรีตเมนต์ที่ i

$$\bar{Z}_{..} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n Z_{ij} \text{ คือ ค่าเฉลี่ยทั้งหมดของ } Z_{ij}$$

$$\bar{Z}_{i.} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Z_{ij} \text{ คือ ค่าเฉลี่ยของ } Z_{ij} \text{ ของทรีตเมนต์ที่ } i$$

ปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อ $W > F_{\alpha, (k-1)(N-k)}$ หรือ เมื่อค่า p - value ของสถิติทดสอบที่ได้มีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด

2.6 สถิติทดสอบชาปิโร-วิลค์ (Shapiro-Wilk's Test) เสนอโดยชาปิโรและวิลค์ในปี 1965 เป็นสถิติทดสอบที่ใช้ทดสอบการแจกแจงปกติของตัวแปรตอบสนองในกรณีที่ไม่ทราบหรือไม่ทราบค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของประชากรก็ได้ แต่ตัวอย่างต้องมีขนาดไม่เกิน 50 หน่วย มีสมมติฐานดังนี้ (Shapiro and Wilk, 1965)

H_0 : ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติ

H_1 : ตัวแปรตอบสนองไม่มีการแจกแจงปกติ

ใช้ SW แทนสถิติทดสอบ มีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$SW = \frac{\left\{ \sum_{l=1}^m a_{n+1-l} (y_{n+1-l} - y_{(l)}) \right\}^2}{\sum_{l=1}^n (y_{(l)} - \bar{y})^2} \quad (2.5)$$

เมื่อ n คือ จำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์

$$m = \frac{n}{2} \text{ เมื่อ } n \text{ เป็นเลขคู่}$$

$$= \frac{n-1}{2} \text{ เมื่อ } n \text{ เป็นเลขคี่}$$

a_l คือ ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากตารางของชาปิโร-วิลค์ เมื่อ $l = 1, 2, \dots, m$

$y_{(l)}$ คือ ตัวแปรตอบสนองลำดับ (Order Response Variable)

ปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อค่าของสถิติทดสอบ SW มากกว่าค่าวิกฤติ หรือค่า p -value ของสถิติทดสอบที่ได้มีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด

2.7 การทดสอบเปรียบเทียบสัดส่วนความสำเร็จ (Proportion of Success) ของวิธีที่นำเสนอกับวิธีอื่น ๆ ใช้การทดสอบแซด (z -test) ซึ่งมีสมมติฐานการทดสอบ ดังนี้

$$H_0 : p_1 = p_2$$

$$H_1 : p_1 < p_2 \text{ หรือ } p_1 > p_2$$

ให้ z แทนสถิติทดสอบ มีสูตรการคำนวณ ดังนี้

$$z = \frac{|\hat{p}_1 - \hat{p}_2|}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})(2/1000)}} \quad (2.6)$$

เมื่อ $\hat{p}_1$ คือ ค่าสัดส่วนความสำเร็จของวิธีการแปลงข้อมูลที่น่าเสนอ

$\hat{p}_2$ คือ ค่าสัดส่วนความสำเร็จของวิธีการแปลงข้อมูลอื่นที่ไม่ใช่วิธีที่น่าเสนอ

$\hat{p}$ คือ ค่าสัดส่วนความสำเร็จเฉลี่ยของ 2 วิธี หาได้จาก

$$\hat{p} = \frac{\hat{p}_1 + \hat{p}_2}{2000}$$

ปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อค่าของสถิติทดสอบ z ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า 1.645

3. วิธีดำเนินการศึกษา

การดำเนินการศึกษาในงานวิจัยนี้จะดำเนินการภายใต้สมมติฐานของการวิจัย 2 ประการ คือ วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (BC_N) ตามสูตรในสมการ (2.1) เพื่อแก้ปัญหาการแจกแจงปกติ ไม่สามารถแก้ปัญหาความแปรปรวนได้ในเวลาเดียวกัน สมมติฐานของการวิจัยประการที่ 2 คือ วิธีการถ่วงน้ำหนักตามสูตรในสมการ (2.3) อาจแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันได้ แต่ถ้าตัวแปรตอบสนองมาจากประชากรที่มีการแจกแจงอื่นที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติแล้ว ปัญหาการแจกแจงปกติก็ยังคงอยู่ และส่งผลให้การวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้เทคนิคการวิเคราะห์ความแปรปรวนไม่มีประสิทธิภาพ ดังนั้น การศึกษาในครั้งนี้ จึงเป็นการประยุกต์ใช้วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ ควบคู่ไปกับวิธีการถ่วงน้ำหนัก เพื่อแก้ปัญหาทั้ง 2 ประการพร้อม ๆ กัน โดยนำเสนอวิธีการแปลงข้อมูล 2 วิธี ดังนี้

1) วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว ($W + BC_N$) ซึ่งมีรูปแบบการแปลงข้อมูล ดังนี้

$$y_{wN_{ij}} = \begin{cases} \frac{(y_{w_{ij}}^\lambda - 1)}{\lambda} & ; \lambda \neq 0 \\ \log y_{w_{ij}} & ; \lambda = 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

โดยที่ y_{wij} คือ ค่า y_{ij} ที่ทำการถ่วงน้ำหนักตามสมการ (2.3) แล้วจากนั้นนำมาแปลงข้อมูลโดยใช้การแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ ตามสมการ (2.1)

2) วิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว (BC_N+W) ซึ่งมีรูปแบบการแปลงข้อมูล ดังนี้

$$y_{NW_{ij}} = \frac{y_{N_{ij}}}{s_i} \quad (3.2)$$

โดยที่ $y_{N_{ij}}$ คือ ค่า y_{ij} ที่ได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ตามสมการ (2.1) แล้วจากนั้นนำไปถ่วงน้ำหนักตามสมการ (2.3)

ในการศึกษาใช้การจำลองเป็นเครื่องมือหนึ่งในการพิจารณาความสามารถของวิธีการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันและการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติ โดยใช้โปรแกรมทางสถิติ SAS ในการจำลองข้อมูล โดยกำหนดแผนแบบการทดลองให้เป็นแผนแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ กำหนดจำนวนทรีตเมนต์ (k) และจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์ (n) ดังนี้ (k, n) = (3, 5), (3, 10), (5, 10), (5, 12), (5, 20) สร้างอิทธิพลของทรีตเมนต์ให้มีความแตกต่างกัน กำหนดค่าความแปรปรวนแตกต่างกัน 3 ระดับ คือ ความแปรปรวนแตกต่างกันน้อย หมายถึง ที่ k = 3 ความแปรปรวนของกลุ่มที่ได้รับทรีตเมนต์ต่างกันมีอัตราส่วน เป็น 1: 1: 2 และที่ k = 5 ความแปรปรวนของกลุ่มที่ได้รับทรีตเมนต์ต่างกันมีอัตราส่วนเป็น 1: 1: 1: 2: 2 ความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลาง หมายถึง ที่ k = 3 ความแปรปรวนของกลุ่มที่ได้รับทรีตเมนต์ต่างกันมีอัตราส่วนเป็น 1: 2: 3 และที่ k = 5 ความแปรปรวนของกลุ่มที่ได้รับทรีตเมนต์ต่างกันมีอัตราส่วนเป็น 1: 1: 2: 2: 5 และความแปรปรวนแตกต่างกันมาก หมายถึง ที่ k = 3 ความแปรปรวนของกลุ่มที่ได้รับทรีตเมนต์ต่างกันมีอัตราส่วนเป็น 1: 3: 6 และที่ k = 5 ความแปรปรวนของกลุ่มที่ได้รับทรีตเมนต์ต่างกันมีอัตราส่วนเป็น 1: 1: 2: 2: 10 โดยกำหนดให้ความแปรปรวนน้อยที่สุดมีค่า 0.25 กำหนดค่าเฉลี่ยรวมคงที่เท่ากับ 3 กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบเป็น 0.05 นอกจากนี้ ยังกำหนดการแจกแจงของตัวแปรตอบสนองเป็นการแจกแจงปกติและล็อก นอร์มอล กระทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์จำนวน 1,000 รอบ จากนั้นนำข้อมูลที่จำลองได้ไปแปลงโดยวิธีการแปลงข้อมูลตามสมการ (2.1), (2.2), (2.3), (3.1) และ (3.2) เกณฑ์ที่ใช้พิจารณา คือ สัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันจากการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนด้วยสถิติทดสอบเลวิน สัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาจากการแจกแจงปกติของตัวแปรตอบสนองจากการทดสอบการแจกแจงปกติด้วยสถิติทดสอบชาฟโร-วิลด์ และการทดสอบเปรียบเทียบสัดส่วนความสำเร็จของวิธีที่นำเสนอกับวิธีอื่น ๆ โดยใช้การทดสอบเขต

4. ผลการศึกษา

งานวิจัยนี้ต้องการศึกษาเปรียบเทียบความสามารถของวิธีการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันด้วยวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ และวิธีการถ่วงน้ำหนัก โดยจำลองข้อมูลในสถานการณ์ต่าง ๆ ตามที่กำหนด ได้ผลการศึกษา ดังต่อไปนี้

4.1 ระดับความแปรปรวนแตกต่างกันน้อย

1) การแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากัน

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติ วิธีการแปลงข้อมูลโดยการถ่วงน้ำหนัก (W) และวิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว ($BC_N + W$) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จเป็นร้อยละ 100 ทุกกรณี วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (BC_N) และวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 80 เกือบทุกกรณี ยกเว้นเมื่อจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์เป็น 20 มีค่าสัดส่วนความสำเร็จลดลงเป็นร้อยละ 69.3 และ 61.2 ตามลำดับ วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว ($W + BC_N$) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 90 ทุกกรณี

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล วิธีการแปลงข้อมูลโดยการถ่วงน้ำหนัก (W) และวิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว ($BC_N + W$) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จเป็นร้อยละ 100 ทุกกรณี วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (BC_N) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 80 ทุกกรณี วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 70 เมื่อจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์เป็น 5 และ 10 ส่วนในกรณีอื่น ๆ วิธีการแปลงข้อมูลนี้ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จน้อยกว่าร้อยละ 60 วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว ($W + BC_N$) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 70 ทุกกรณี

2) การแก้ปัญหการแจกแจงปกติ

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติ ทุกวิธีการแปลงข้อมูลให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 90 ทุกกรณี

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (BC_N) และวิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว ($BC_N + W$) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 90 ทุกกรณี สำหรับวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 70 ทุกกรณี วิธีการถ่วงน้ำหนัก (W) ส่วนใหญ่จะให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 70 เมื่อจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์เป็น 5 และ 10 วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วง

น้ำหนักแล้ว ($W + BC_N$) ส่วนใหญ่จะให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 70 เกือบทุกกรณี ยกเว้นเมื่อจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์เป็น 20

3) การทดสอบเปรียบเทียบค่าสัดส่วนความสำเร็จ

กรณีในตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติ วิธีการแปลงข้อมูลที่ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันและค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติ สูงที่สุด คือ วิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว ($BC_N + W$) โดยเมื่อทำการทดสอบเปรียบเทียบค่าสัดส่วนความสำเร็จแล้วพบว่า วิธีการแปลงข้อมูลนี้ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จของการแก้ปัญหาทั้ง 2 ประการ แตกต่างจากค่าสัดส่วนความสำเร็จของวิธีการแปลงข้อมูลอื่น ๆ อย่างมีนัยสำคัญเกือบทุกกรณี

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล วิธีการแปลงข้อมูลที่ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันและค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติสูงสุด คือ วิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว ($BC_N + W$) โดยเมื่อทำการทดสอบเปรียบเทียบสัดส่วนความสำเร็จแล้ว พบว่า วิธีการแปลงข้อมูลนี้ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จของการแก้ปัญหาทั้ง 2 ประการ แตกต่างจากค่าสัดส่วนความสำเร็จของวิธีการแปลงข้อมูลอื่น ๆ อย่างมีนัยสำคัญเกือบทุกกรณี

คู่มือการศึกษาจากตารางที่ 1

ตารางที่ 1: สัดส่วนความสำเร็จ** ซึ่งเป็นผลจากการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนด้วยสถิติทดสอบเลวินและการทดสอบการแจกแจงปกติ ด้วยสถิติทดสอบชาวปีโร-วิลส์สำหรับวิธีการแปลงข้อมูลแต่ละวิธีเมื่อตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติและล็อกนอร์มอล และมีความแปรปรวนแตกต่างกันน้อย

จำนวนซ้ำ ในทรีตเมนต์	สมมติฐานการทดสอบ	การแจกแจงปกติ					การแจกแจงล็อกนอร์มอล				
		BC _N	BC _{NH}	W	W+BC _N	BC _N +W	BC _N	BC _{NH}	W	W+BC _N	BC _N +W
5	ความแปรปรวน ทุกทรีตเมนต์เท่ากัน	0.934	0.902	1.000*	0.910	1.000	0.927	0.800	1.000*	0.846	1.000
	ตัวแปรตอบสนอง ทรีตเมนต์ที่ 1	0.955*	0.951	0.941	0.945	0.955	0.949*	0.936	0.901	0.919	0.949
	ทรีตเมนต์ที่ 2	0.966*	0.962	0.954	0.960	0.966	0.957*	0.941	0.904	0.913	0.957
	มีการแจกแจงปกติ	0.963*	0.971	0.950	0.940	0.963	0.948*	0.924	0.839	0.890	0.948
	ความแปรปรวน ทุกทรีตเมนต์เท่ากัน	0.901	0.852	1.000*	0.945	1.000	0.919	0.715	1.000*	0.830	1.000
10	ตัวแปรตอบสนอง ทรีตเมนต์ที่ 1	0.958*	0.962	0.954	0.957*	0.958	0.966*	0.937	0.772	0.870	0.966
	ทรีตเมนต์ที่ 2	0.961*	0.961*	0.956	0.958	0.961	0.965*	0.922	0.763	0.833	0.965
	มีการแจกแจงปกติ	0.972*	0.966	0.952	0.962	0.972	0.963*	0.890	0.634	0.783	0.963
	ความแปรปรวน ทุกทรีตเมนต์เท่ากัน	0.878	0.807	1.000*	0.938	1.000	0.861	0.588	1.000*	0.779	1.000
	ตัวแปรตอบสนอง ทรีตเมนต์ที่ 1	0.954	0.954	0.954	0.936	0.951	0.967*	0.940	0.772	0.857	0.966
10	ทรีตเมนต์ที่ 2	0.955	0.958*	0.956	0.949	0.959	0.964*	0.923	0.763	0.839	0.962
	ทรีตเมนต์ที่ 3	0.944*	0.952	0.952	0.938	0.944	0.956*	0.923	0.776	0.837	0.957
	ทรีตเมนต์ที่ 4	0.956	0.960*	0.944	0.935	0.959	0.941*	0.864	0.600	0.696	0.941
	มีการแจกแจงปกติ	0.963	0.956*	0.942	0.940	0.958	0.952	0.871	0.617	0.763	0.946
	ทรีตเมนต์ที่ 5										

ตารางที่ 1: สัดส่วนความถี่ของข้อมูล ซึ่งเป็นการทดสอบความถี่ของข้อมูลแต่ละวิธีเมื่อตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติและล็อกนอร์มอล และมีความถี่ของข้อมูลต่างกันน้อย (ต่อ)

จำนวนซ้ำ ในปริมาตร	สมมติฐานการทดสอบ	การแจกแจงปกติ					การแจกแจงล็อกนอร์มอล				
		BC _N	BC _{NH}	W	W+BC _N	BC _N +W	BC _N	BC _{NH}	W	W+BC _N	BC _N +W
12	ความแปรปรวน	0.847	0.800	1.000*	0.948	1.000	0.865	0.565	1.000*	0.805	1.000
	ทุกปริมาตรเท่ากัน										
	ปริมาตรที่ 1	0.967*	0.962	0.955	0.952	0.968	0.969*	0.934	0.722	0.831	0.969
	ปริมาตรที่ 2	0.960	0.963*	0.957	0.955	0.964	0.967	0.892	0.678	0.780	0.964
	ตัวแปรตอบสนอง	0.953*	0.954*	0.946	0.947	0.953	0.958*	0.899	0.696	0.779	0.959
20	มีการแจกแจงปกติ	0.951	0.965	0.955	0.939	0.961	0.953	0.867	0.516	0.668	0.960
	ปริมาตรที่ 4	0.958*	0.964	0.958*	0.939	0.960	0.964	0.860	0.528	0.672	0.956
	ความแปรปรวน	0.693	0.612	1.000*	0.974	1.000	0.830	0.420	1.000*	0.747	1.000
	ทุกปริมาตรเท่ากัน										
	ปริมาตรที่ 1	0.950*	0.950*	0.949*	0.942	0.950	0.964*	0.868	0.477	0.666	0.964
20	ตัวแปรตอบสนอง	0.955*	0.958	0.951	0.951	0.955	0.971*	0.860	0.517	0.682	0.971
	มีการแจกแจงปกติ	0.950*	0.947	0.951*	0.945	0.950	0.959*	0.851	0.467	0.618	0.958
	ปริมาตรที่ 4	0.963*	0.966	0.952	0.936	0.963	0.953	0.786	0.268	0.473	0.949
	ปริมาตรที่ 5	0.979*	0.973	0.958	0.951	0.979	0.965	0.757	0.251	0.451	0.949

* ค่าสัดส่วนความถี่ของข้อมูลแต่ละวิธีไม่แตกต่างกันกับค่าสัดส่วนความถี่ของวิธี BC_N+W

** นับจำนวนการไม่ปฏิเสธสมมติฐานว่างทางด้วยจำนวนรอบ

4.2 ระดับความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลาง

1) การแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากัน

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติ วิธีการแปลงข้อมูลโดยการถ่วงน้ำหนัก (W) และวิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว ($BC_N + W$) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จเป็นร้อยละ 100 ทุกกรณี วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (BC_N) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 80 เกือบทุกกรณี ยกเว้นเมื่อจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในทรีตเมนต์เป็น 20 มีค่าสัดส่วนความสำเร็จลดลงเป็นร้อยละ 61.5 วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 70 เมื่อจำนวนทรีตเมนต์เป็น 3 และเมื่อจำนวนทรีตเมนต์เป็น 5 มีค่าสัดส่วนความสำเร็จน้อยกว่าร้อยละ 50 วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว ($W + BC_N$) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 90 ทุกกรณี

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล วิธีการแปลงข้อมูลโดยการถ่วงน้ำหนัก (W) และวิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว ($BC_N + W$) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จเป็นร้อยละ 100 ทุกกรณี วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (BC_N) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 90 เมื่อจำนวนทรีตเมนต์เป็น 3 และเมื่อจำนวนทรีตเมนต์เป็น 5 จะมีค่าสัดส่วนความสำเร็จน้อยกว่าร้อยละ 60 วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) ส่วนใหญ่จะให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จน้อยกว่าร้อยละ 50 วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว ($W + BC_N$) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 70 ทุกกรณี

2) การแก้ปัญหการแจกแจงปกติ

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติ ทุกวิธีการแปลงข้อมูลให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 90 ทุกกรณี

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (BC_N) และวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) ส่วนใหญ่จะให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 80 วิธีการแปลงข้อมูลโดยการถ่วงน้ำหนัก (W) และวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว ($W + BC_N$) ส่วนใหญ่จะให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 70 แต่เมื่อจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในทรีตเมนต์เป็น 20 ค่าสัดส่วนความสำเร็จจะน้อยกว่าร้อยละ 50 วิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว ($BC_N + W$) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 70 เกือบทุกกรณี

3) การทดสอบเปรียบเทียบค่าสัดส่วนความสำเร็จ

กรณีในตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติ วิธีการแปลงข้อมูลที่ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันและค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติได้ดี คือ วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว ($W + BC_N$) โดยเมื่อทำการทดสอบเปรียบเทียบค่าสัดส่วนความสำเร็จแล้ว พบว่า วิธีการแปลงข้อมูลนี้ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันแตกต่างจากวิธีการแปลงข้อมูลอื่นที่ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จสูงที่สุดอย่างมีนัยสำคัญทุกกรณี และมีค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติแตกต่างจากวิธีการแปลงข้อมูลอื่นที่ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จสูงที่สุดอย่างมีนัยสำคัญเกือบทุกกรณี

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล วิธีการแปลงข้อมูลที่ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันและค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติได้ดี คือ วิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว ($BC_N + W$) โดยเมื่อทำการทดสอบเปรียบเทียบสัดส่วนความสำเร็จแล้ว พบว่า วิธีการแปลงข้อมูลนี้ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันแตกต่างจากค่าสัดส่วนความสำเร็จของวิธีการแปลงข้อมูลอื่น ๆ อย่างมีนัยสำคัญทุกกรณี และส่วนใหญ่จะมีค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติแตกต่างจากวิธีการแปลงข้อมูลอื่นที่ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จสูงที่สุดอย่างมีนัยสำคัญ

ดูผลการศึกษาดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2: สัดส่วนความสำเ็จ” ซึ่งเป็นผลจากการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนด้วยสถิติทดสอบเลวินและการทดสอบการแจกแจงปกติ ด้วยสถิติทดสอบชาวฟีโร-วิลค์สำหรับวิธีการแปลงข้อมูลแต่ละวิธีเมื่อตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติและล็อกนอร์มอล และมีความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลาง

จำนวนซ้ำ ในทรีตเมนต์	สมมติฐานการทดสอบ	การแจกแจงปกติ					การแจกแจงล็อกนอร์มอล				
		BC _N	BC _{NH}	W	W+BC _N	BC _N +W _N	BC _N	BC _{NH}	W	W+BC _N	BC _N +W _N
5	ความแปรปรวน ทุกทรีตเมนต์เท่ากัน	0.955	0.866	1.000*	0.952	1.000	0.918	0.734	1.000*	0.895	1.000
	ทรีตเมนต์ที่ 1	0.945*	0.953	0.941	0.952	0.945	0.914*	0.944	0.901	0.919	0.914
	ทรีตเมนต์ที่ 2	0.960*	0.966	0.954	0.960*	0.960	0.914*	0.930	0.853	0.888	0.914
	ทรีตเมนต์ที่ 3	0.949*	0.964	0.950*	0.937	0.949	0.872*	0.901	0.793	0.874*	0.872
10	ความแปรปรวน ทุกทรีตเมนต์เท่ากัน	0.955	0.778	1.000*	0.983	1.000	0.911	0.560	1.000*	0.897	1.000
	ทรีตเมนต์ที่ 1	0.952*	0.954*	0.954*	0.963	0.952	0.919*	0.951	0.772	0.894	0.919
	ทรีตเมนต์ที่ 2	0.950*	0.962	0.956	0.967	0.950	0.864*	0.885	0.605	0.742	0.864
	ทรีตเมนต์ที่ 3	0.941*	0.964	0.952	0.953	0.941	0.801*	0.822	0.495	0.731	0.801
10	ความแปรปรวน ทุกทรีตเมนต์เท่ากัน	0.811	0.449	1.000*	0.940	1.000	0.592	0.270	1.000*	0.798	1.000
	ทรีตเมนต์ที่ 1	0.935	0.946	0.954	0.932*	0.932	0.920	0.962	0.772	0.871	0.914
	ทรีตเมนต์ที่ 2	0.942*	0.956	0.956	0.942*	0.940	0.900	0.939	0.763	0.833	0.882
	ทรีตเมนต์ที่ 3	0.936*	0.950	0.952	0.932	0.937	0.838	0.903	0.634	0.749	0.819
	ทรีตเมนต์ที่ 4	0.944*	0.951	0.944*	0.942	0.945	0.776	0.838	0.600	0.680	0.753
	ทรีตเมนต์ที่ 5	0.935*	0.958	0.942	0.934*	0.935	0.695	0.708	0.328	0.537	0.546

ตารางที่ 2: สัดส่วนความสำเร้ง** ซึ่งเป็นผลจากการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนด้วยสถิติทดสอบเลอวินและการทดสอบการแจกแจงปกติ ด้วยสถิติทดสอบชาวฟีโร-วิลคส์สำหรับวิธีการแปลงข้อมูลแต่ละวิธีเมื่อตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติและล็อกนอร์มอล และมีความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลาง (ต่อ)

จำนวนซ้ำ ในทริตเมนต์	สมมติฐานการทดสอบ	การแจกแจงปกติ					การแจกแจงล็อกนอร์มอล				
		BC _N	BC _{NH}	W	W+BC _N	BC _N +W	BC _N	BC _{NH}	W	W+BC _N	BC _N +W
12	ความแปรปรวน ทุกทริตเมนต์เท่ากัน	0.811	0.379	1.000*	0.955	1.000	0.533	0.216	1.000*	0.804	1.000
	ทริตเมนต์ที่ 1	0.941*	0.953	0.955	0.957	0.939	0.929	0.957	0.722	0.838	0.917
	ทริตเมนต์ที่ 2	0.950*	0.961	0.957	0.950*	0.952	0.875	0.915	0.678	0.779	0.857
	ตัวแปรตอบสนอง ทริตเมนต์ที่ 3	0.936*	0.956	0.946	0.955	0.935	0.821	0.873	0.508	0.636	0.779
	มีการแจกแจงปกติ ทริตเมนต์ที่ 4	0.939*	0.954	0.955	0.951	0.939	0.789	0.833	0.516	0.613	0.762
20	ทริตเมนต์ที่ 5	0.932*	0.969	0.958	0.938	0.932	0.690	0.659	0.242	0.438	0.525
	ความแปรปรวน ทุกทริตเมนต์เท่ากัน	0.615	0.134	1.000*	0.983	1.000	0.284	0.092	1.000*	0.798	1.000
	ทริตเมนต์ที่ 1	0.894*	0.944	0.949	0.945	0.894	0.916	0.923	0.477	0.636	0.894
	ทริตเมนต์ที่ 2	0.916*	0.948	0.951	0.950	0.916	0.890	0.889	0.517	0.631	0.868
	ตัวแปรตอบสนอง ทริตเมนต์ที่ 3	0.897*	0.948	0.951	0.945	0.897	0.782	0.779	0.252	0.376	0.736
	มีการแจกแจงปกติ ทริตเมนต์ที่ 4	0.904*	0.953	0.952	0.950	0.904	0.738	0.741	0.268	0.362	0.789
	ทริตเมนต์ที่ 5	0.921*	0.977	0.958	0.955	0.921	0.619	0.393	0.029	0.152	0.332

* ค่าสัดส่วนความสำเร้งของแต่ละวิธีการแปลงไม่แตกต่างกับค่าสัดส่วนความสำเร้งของวิธี BC_N+W

** นับจำนวนการไม่ปฏิเสธสมมติฐานว่างหารด้วยจำนวนรอบ

4.3 ระดับความแปรปรวนแตกต่างกันมาก

1) การแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากัน

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติ วิธีการแปลงข้อมูลโดยการถ่วงน้ำหนัก (W) และวิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว ($BC_N + W$) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จเป็นร้อยละ 100 ทุกกรณี วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (BC_N) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 70 เมื่อจำนวนทรีตเมนต์เป็น 3 และเมื่อจำนวนทรีตเมนต์เป็น 5 ค่าสัดส่วนความสำเร็จจะน้อยกว่าร้อยละ 50 วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 80 เมื่อจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์เป็น 5 และจำนวนทรีตเมนต์เป็น 3 ส่วนในกรณีอื่น ๆ จะมีค่าสัดส่วนความสำเร็จน้อยกว่าร้อยละ 50 วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว ($W + BC_N$) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 90 ทุกกรณี

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล วิธีการแปลงข้อมูลโดยการถ่วงน้ำหนัก (W) และวิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว ($BC_N + W$) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จเป็นร้อยละ 100 ทุกกรณี วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (BC_N) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 80 เมื่อจำนวนทรีตเมนต์เป็น 3 และเมื่อจำนวนทรีตเมนต์เป็น 5 ค่าสัดส่วนจะน้อยกว่าร้อยละ 50 วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จน้อยกว่าร้อยละ 50 เกือบทุกกรณี วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว ($W + BC_N$) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 60 ทุกกรณี

2) การแก้ปัญหการแจกแจงปกติ

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติ ทุกวิธีการแปลงข้อมูลให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 90 ทุกกรณี

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (BC_N) ส่วนใหญ่จะให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 70 ยกเว้นเมื่อจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์เป็น 20 ค่าสัดส่วนความสำเร็จจะน้อยกว่าร้อยละ 50 วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 80 วิธีการแปลงข้อมูลโดยการถ่วงน้ำหนัก (W) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จน้อยกว่าร้อยละ 50 เกือบทุกกรณี วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว ($W + BC_N$) และวิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว ($BC_N + W$) ส่วนใหญ่จะให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จมากกว่าร้อยละ 70 แต่เมื่อจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์เป็น 20 ค่าสัดส่วนความสำเร็จจะน้อยกว่าร้อยละ 50

3) การทดสอบเปรียบเทียบค่าสัดส่วนความสำเร็จ

กรณีในตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติ วิธีการแปลงข้อมูลที่ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันและค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหการแจกแจงปกติได้ดี คือ วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว ($W + BC_N$) โดยเมื่อทำการทดสอบเปรียบเทียบสัดส่วนความสำเร็จแล้ว พบว่า ส่วนใหญ่วิธีการแปลงข้อมูลนี้ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จของการแก้ปัญหาทั้ง 2 ประการ ไม่แตกต่างจากวิธีการแปลงข้อมูลอื่นที่ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จสูงที่สุด

กรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงล็อกนอร์มอล พบว่า ไม่มีวิธีการแปลงข้อมูลใดใน 5 วิธีที่ดำเนินการศึกษาในครั้งนี้ ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันและค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหการแจกแจงปกติได้

ดูผลการศึกษาจากตารางที่ 3

ตารางที่ 3: สัดส่วนความสำเร็จ** ซึ่งเป็นผลจากการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนด้วยสถิติทดสอบโลว์นและการทดสอบการแจกแจงปกติด้วยสถิติทดสอบชาปิโร-วิลค์สำหรับวิธีการแปลงข้อมูลแต่ละวิธีเมื่อตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติและล็อกนอร์มอล และมีความแปรปรวนแตกต่างกันมาก

จำนวนซ้ำ ในทรีตเมนต์	สมมติฐานการทดสอบ	การแจกแจงปกติ					การแจกแจงล็อกนอร์มอล				
		BC _N	BC _{NH}	W	W+BC _N	BC _N +W	BC _N	BC _{NH}	W	W+BC _N	BC _N +W
5	ความแปรปรวน ทุกทรีตเมนต์เท่ากัน	0.883	0.834	1.000*	0.971	1.000	0.878	0.568	1.000*	0.834	1.000
	ทรีตเมนต์ที่ 1	0.932*	0.985	0.941	0.932*	0.932	0.920*	0.899	0.901	0.935	0.920
	ทรีตเมนต์ที่ 2	0.953*	0.962	0.954*	0.953*	0.953	0.855*	0.924	0.810	0.862	0.855
	ทรีตเมนต์ที่ 3	0.952*	0.960	0.950*	0.933	0.952	0.754*	0.832	0.683	0.806	0.754
10	ความแปรปรวน ทุกทรีตเมนต์เท่ากัน	0.782	0.440	1.000*	0.972	1.000	0.903	0.316	1.000*	0.872	1.000
	ทรีตเมนต์ที่ 1	0.948*	0.947*	0.954	0.961	0.948	0.909*	0.955	0.772	0.933	0.909
	ทรีตเมนต์ที่ 2	0.937*	0.957	0.956	0.948	0.937	0.673*	0.863	0.482	0.700	0.673
	ทรีตเมนต์ที่ 3	0.938*	0.960	0.952	0.950	0.938	0.449*	0.665	0.288	0.541	0.449
10	ความแปรปรวน ทุกทรีตเมนต์เท่ากัน	0.317	0.187	1.000*	0.968	1.000	0.240	0.132	1.000*	0.615	1.000
	ทรีตเมนต์ที่ 1	0.810	0.819	0.954	0.810	0.780	0.912*	0.902	0.772	0.924	0.913
	ทรีตเมนต์ที่ 2	0.950	0.920	0.956	0.950	0.902	0.853	0.948	0.763	0.857	0.844
	ทรีตเมนต์ที่ 3	0.948	0.938	0.952	0.948	0.930	0.732	0.882	0.634	0.719*	0.719
	ทรีตเมนต์ที่ 4	0.942	0.944	0.944	0.942	0.937	0.669	0.789	0.600	0.655	0.665
	ทรีตเมนต์ที่ 5	0.939	0.956	0.942	0.941	0.922	0.275	0.454	0.142	0.342	0.216

ตารางที่ 3: สัดส่วนความสำเร็จ** ซึ่งเป็นผลจากการทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนด้วยสถิติทดสอบเลอวันและการทดสอบการแจกแจงปกติด้วยสถิติทดสอบชาปิโร-วิลค์สำหรับวิธีการแปลงข้อมูลแต่ละวิธีเมื่อได้แปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติและลือกนอร์มอล และมีความแปรปรวนแตกต่างกันมาก (ต่อ)

จำนวนซ้ำ ในพรีตเมนต์	สมมติฐานการทดสอบ	การแจกแจงปกติ					การแจกแจงลือกนอร์มอล				
		BC _N	BC _{NH}	W	W+BC _N	BC _N +W	BC _N	BC _{NH}	W	W+BC _N	BC _N +W
12	ความแปรปรวน	0.240	0.078	1.000*	0.962	1.000	0.204	0.079	1.000*	0.632	1.000
	ทุกพรีตเมนต์เท่ากัน										
	พรีตเมนต์ที่ 1	0.918*	0.949	0.955	0.918*	0.920	0.933	0.686	0.722	0.903	0.927
	พรีตเมนต์ที่ 2	0.938	0.933	0.957	0.938	0.930	0.815	0.948	0.678	0.806*	0.807
	พรีตเมนต์ที่ 3	0.947*	0.944	0.946*	0.947*	0.947	0.649	0.869	0.508	0.614	0.638
20	ตัวแปรตอบสนอง	0.954	0.938	0.955	0.954	0.950	0.624	0.800	0.516	0.583	0.616
	มีการแจกแจงปกติ										
	พรีตเมนต์ที่ 4	0.940	0.960	0.958	0.937*	0.937	0.218	0.428	0.103	0.219	0.164
	พรีตเมนต์ที่ 5										
	ความแปรปรวน	0.061	0.003	1.000*	0.917	1.000	0.053	0.060	1.000*	0.773	1.000
20	ทุกพรีตเมนต์เท่ากัน										
	พรีตเมนต์ที่ 1	0.925	0.936	0.949	0.929*	0.930	0.900	0.795	0.477	0.963	0.879
	พรีตเมนต์ที่ 2	0.932*	0.912	0.951	0.933	0.930	0.789	0.946	0.517	0.629	0.771
	ตัวแปรตอบสนอง	0.940	0.928	0.951	0.941	0.944	0.513	0.865	0.252	0.338	0.488
	มีการแจกแจงปกติ										
	พรีตเมนต์ที่ 4	0.947*	0.939	0.952	0.950	0.946	0.475	0.821	0.268	0.333	0.462
	พรีตเมนต์ที่ 5	0.948*	0.976	0.958	0.946*	0.947	0.056	0.444	0.008	0.029	0.020

* ค่าสัดส่วนความสำเร็จของแต่ละวิธีการแปลงไม่แตกต่างกับค่าสัดส่วนความสำเร็จของวิธี BC_N+W

** นับจำนวนการไม่ปฏิเสธสมมติฐานว่างหาด้วยจำนวนรอบ

5. สรุปและอภิปรายผล

จากการศึกษาเปรียบเทียบความสามารถของวิธีการแก้ปัญหาค่าความแปรปรวนไม่เท่ากันด้วยวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ และวิธีการถ่วงน้ำหนัก โดยจำลองข้อมูลในแผนแบบการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ ที่ปัจจัยการทดลองมีผลกระทบแบบตรง จำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์เท่ากัน โดยกำหนดจำนวนทรีตเมนต์ (k) และจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์ (n) เป็นดังนี้ $(k, n) = (3, 5), (3, 10), (5, 10), (5, 12), (5, 20)$ กำหนดค่าความแปรปรวนแตกต่างกัน 3 ระดับ คือ ความแปรปรวนแตกต่างกันน้อย แตกต่างปานกลาง และแตกต่างกันมาก โดยการแจกแจงของตัวแปรตอบสนองเป็นการแจกแจงปกติและการแจกแจงล็อกนอร์มอล กระทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์เป็นจำนวน 1,000 รอบ ใช้สัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาค่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาค่าการแจกแจงปกติ และการทดสอบเปรียบเทียบสัดส่วนความสำเร็จของวิธีที่นำเสนอกับวิธีอื่น ๆ โดยใช้การทดสอบซายด์ เป็นเกณฑ์ในการพิจารณาสามารถสรุปผลได้ ดังนี้

ในกรณีตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติที่มีความแปรปรวนแตกต่างกันน้อย และการแจกแจงล็อกนอร์มอลที่มีความแปรปรวนแตกต่างกันน้อยและปานกลาง พบว่า วิธีการแปลงข้อมูลที่สามารถแก้ปัญหาค่าความแปรปรวนไม่เท่ากันรวมกับการแก้ปัญหาค่าการแจกแจงปกติของข้อมูลได้ คือ วิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว $(BC_N + W)$ ในกรณีตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติที่มีความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลางและมาก พบว่า วิธีการแปลงข้อมูลที่สามารถแก้ปัญหาค่าความแปรปรวนไม่เท่ากันรวมกับการแก้ปัญหาค่าการแจกแจงปกติของข้อมูลได้ คือ วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว $(W + BC_N)$ สำหรับกรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลที่มีความแปรปรวนแตกต่างกันมาก พบว่า ไม่มีวิธีการแปลงข้อมูลใดใน 5 วิธีที่ทำการศึกษามีความเหมาะสมในการแก้ปัญหาค่าความแปรปรวนไม่เท่ากันรวมกับการแก้ปัญหาค่าการแจกแจงปกติของตัวแปรตอบสนอง

เมื่อพิจารณาค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาค่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน พบว่า เมื่อตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติและการแจกแจงล็อกนอร์มอล วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (BC_N) และวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) สามารถแก้ปัญหาค่าความแปรปรวนไม่เท่ากันได้เพียงบางกรณี โดยเมื่อจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์ จำนวนทรีตเมนต์ และความแตกต่างของความแปรปรวนเพิ่มมากขึ้น จะเห็นได้ว่า ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาค่าความแปรปรวนไม่เท่ากันจะลดลง ส่วนวิธีการถ่วงน้ำหนัก (W) สามารถแก้ปัญหาค่าความแปรปรวนได้ 100% ทุกกรณี โดยที่จำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์ จำนวนทรีตเมนต์ และความแตกต่างของความแปรปรวนไม่มีผลต่อค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาค่าความแปรปรวน สำหรับวิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์

แล้ว ($BC_N + W$) เป็นวิธีการแปลงข้อมูลที่สามารถแก้ปัญหาความแปรปรวนได้ 100% ทุกกรณี โดยที่จำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์ จำนวน ทรีตเมนต์ และความแตกต่างของความแปรปรวนไม่มีผลต่อค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาความแปรปรวนเช่นกัน และในส่วนของวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว ($W + BC_N$) พบว่าจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์ และจำนวนทรีตเมนต์ ไม่มีผลต่อค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาความแปรปรวน แต่เมื่อความแปรปรวนแตกต่างกันมากขึ้น ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาความแปรปรวนจะลดลง

เมื่อพิจารณาค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติ พบว่า เมื่อตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติ แต่ละวิธีการแปลงข้อมูลให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติสูงใกล้เคียงกัน โดยเมื่อพิจารณาในกรณีที่ความแปรปรวนแตกต่างกันน้อย วิธีการแปลงข้อมูลที่ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติมากที่สุดเป็นส่วนใหญ่ คือ วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (BC_N) และวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ร่วมกับวิธีการถ่วงน้ำหนัก ($BC_N + W$) เมื่อพิจารณาในกรณีที่ความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลาง วิธีการแปลงข้อมูลที่ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติมากที่สุดเป็นส่วนใหญ่ คือ วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) เมื่อพิจารณาในกรณีที่ความแปรปรวนแตกต่างกันมาก เมื่อจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์น้อยถึงปานกลาง และจำนวนทรีตเมนต์น้อย พบว่าวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติมากที่สุด และเมื่อจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์มีขนาดปานกลางถึงมาก จำนวนทรีตเมนต์มาก พบว่า วิธีการถ่วงน้ำหนัก (W) ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติมากที่สุดเป็นส่วนใหญ่ ในกรณีตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงล็อกนอร์มอลที่มีความแปรปรวนแตกต่างกันน้อย วิธีการแปลงข้อมูลที่ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติมากที่สุดเป็นส่วนใหญ่ คือ วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์รวมกันวิธีการถ่วงน้ำหนัก ($BC_N + W$) สำหรับความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลางถึงมาก วิธีการแปลงข้อมูลที่ให้ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติมากที่สุดเป็นส่วนใหญ่ คือ วิธีการแปลงแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) และโดยส่วนใหญ่ค่าสัดส่วนความสำเร็จในการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติมีแนวโน้มลดลงเมื่อจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์ จำนวนทรีตเมนต์ และความแตกต่างของความแปรปรวนเพิ่มมากขึ้น

จากผลงานวิจัยของบ็อกซ์-ค็อกซ์ (Box-Cox, 1964) พบว่า วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ (BC_N) เป็นวิธีการแปลงข้อมูลที่ใช้สำหรับการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติ และวิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ที่ปรับแล้ว (BC_{NH}) เป็นวิธีการแปลงข้อมูลที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาการความแปรปรวนไม่เท่ากันร่วมกับการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติได้ เมื่อพิจารณาจากผลการศึกษาในครั้งนี้ พบว่า ในกรณีการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติ วิธีการแปลงข้อมูลทั้ง 2 วิธีนี้

สามารถแก้ปัญหาการแจกแจงปกติได้เกือบทุกกรณี แต่ในกรณีของการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากัน วิธีการแปลงข้อมูลทั้ง 2 วิธีนี้ สามารถแก้ปัญหาได้เพียงบางกรณี ซึ่งสอดคล้องกับผลงานวิจัยของพรพล คงอิม (พรพล คงอิม, 2548) ที่สรุปได้ว่า การแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์สามารถแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันได้ในบางกรณี และเมื่อตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติ หากแปลงข้อมูลด้วย $\lambda = 0.5$ จะได้ตัวแปรตอบสนองที่ยังคงการแจกแจงปกติไว้ได้ เมื่อทำการเปรียบเทียบกับวิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว ($BC_N + W$) ซึ่งเป็นวิธีที่นำเสนอ พบว่า วิธีที่นำเสนอสามารถแก้ปัญหาทั้ง 2 ประการได้พร้อม ๆ กัน และค่อนข้างดีกว่าในเรื่องของการแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากัน ซึ่งสอดคล้องกับผลงานวิจัยของวรรณพร จันทโภาส (วรรณพร จันทโภาส, 2552) ที่สรุปได้ว่า วิธีการถ่วงน้ำหนักสามารถแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันได้ดี นอกจากนี้ วิธีที่นำเสนอยังเป็นวิธีที่สะดวกต่อการคำนวณ ดังนั้น วิธีที่นำเสนอนี้จึงอาจใช้เป็นทางเลือกหนึ่งให้นักวิจัยในการแปลงข้อมูลเพื่อนำไปวิเคราะห์ความแปรปรวนได้

6. ข้อเสนอแนะ

6.1 ด้านการนำไปใช้

ในกรณีที่ตัวแปรตอบสนองมีลักษณะตรงตามสถานการณ์ที่กำหนดในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยสามารถนำเอาวิธีการแปลงข้อมูลที่นำเสนอไปใช้ในการแปลงข้อมูลได้ ดังนี้

1) วิธีการถ่วงน้ำหนักข้อมูลซึ่งได้จากการแปลงแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์แล้ว ($BC_N + W$) สามารถแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันรวมกับการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติของตัวแปรตอบสนองได้ 3 กรณี คือ

- (1) ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติที่มีความแปรปรวนแตกต่างกันน้อย
- (2) ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงลอการิธึมปกติที่มีความแปรปรวนแตกต่างกันน้อย
- (3) ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงลอการิธึมปกติที่มีความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลาง

กลาง

2) วิธีการแปลงข้อมูลแบบบ็อกซ์-ค็อกซ์ซึ่งประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักแล้ว ($W + BC_N$) สามารถแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันรวมกับการแก้ปัญหาการแจกแจงปกติของตัวแปรตอบสนองได้ 2 กรณี คือ

- (1) ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติที่มีความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลาง
- (2) ตัวแปรตอบสนองมีการแจกแจงปกติที่มีความแปรปรวนแตกต่างกันมาก

6.2 ด้านการทำงานวิจัยครั้งต่อไป

สำหรับงานวิจัยในครั้งต่อไป อาจกำหนดลักษณะของข้อมูลให้อยู่ในแผนแบบการทดลองอื่น และทำการจำลองข้อมูลด้วยการแจกแจงในรูปแบบอื่น ๆ ที่หลากหลายมากขึ้น กำหนดจำนวนทรีตเมนต์ และจำนวนซ้ำของหน่วยทดลองในแต่ละทรีตเมนต์ในขนาดต่าง ๆ และในส่วนของความแปรปรวนอาจ กำหนดความแตกต่างของความแปรปรวนในอัตราส่วนที่ต่างออกไปจากงานวิจัยในครั้งนี้ เพื่อให้ได้ผลสรุปในเรื่องของวิธีการแปลงข้อมูลเพื่อแก้ปัญหาความแปรปรวนไม่เท่ากันที่มีความครอบคลุมมากยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- มัลลิกา บุณนาค. (2539). *สถิติเพื่อการตัดสินใจ* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พรพล คงอิม. (2548). *การแก้ไขปัญหเกี่ยวกับความไม่เป็นเอกภาพของความแปรปรวนในแผนแบบการทดลองสุ่มตลอด*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วรรณพร จันทโกส. (2552). *การเปรียบเทียบการทดสอบและวิธีการแก้ปัญหความแปรปรวนไม่คงที่ของความคลาดเคลื่อน*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ. สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์.
- Bowerman, B.L., O'Connell, R.T. & Dickey, D.A. (1986). *Linear Statistical Models an Applied Approach*. Boston: PWS.
- Box, G.E.P & Cox, D.R. (1964). An Analysis of Transformations. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 26(6), 211-252. Retrieved November 19, 2011 from JSTOR Website: <http://www.jstor.org/stable/2984418>
- Cochran, W.G. & Cox, G.M. (1957). *Experimental Design* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Hollander, M. & Wolfe, D.A. (1973). *Nonparametric Statistic Methods* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Johnson, R.A. & Bhattacharyya, G.K. (1987). *Statistics Principles and Methods* (3rd ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Kemphorne, O. (1952). *The Design and Analysis of Experiments*. New York: John Wiley & Sons.
- Levene, H. (1960). Robust Tests for Equality of Variances. *Contributions to Probability and Statistics: Essays in Honor of Harold Hotelling*. Olkin, I. et al. ed. CA: Stanford University. 278-292.

- Maxwell, S.E. & Delaney, H.D. (2004). *Designing Experiments and Analyzing Data* (2nd ed.). Boston: Lawrence Erlbaum Associates.
- Mayers, J.L. & Well, A.D. (2003). *Research Design and Statistic Analysis* (2nd ed.). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Scheffé, H. (1959). *The Analysis of Variance*. New York: John Wiley & Sons.
- Shapiro, S.S. & Wilk, M.B. (1965). An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples). *Biometrika*, 52(3/4), 591-611. Retrieved May 21, 2012 from JSTOR Web site <http://www.jstor.org/discover/10.2307/2333709>
- Wilcox, R.R. (1987). New Designs in Analysis of Variance. *Annual Review of Psychology*, 38(a), 29-60.

Translated Thai References

- Mullika Bunnag. (1996). *Statistics for Decision Making* (3rd ed.). Bangkok: Chulalongkorn University. (In Thai)
- Pornpol Kong im. (2005). *Correction for Heterogeneity of Variances in the Completely Randomized Design*. Master Science (Statistics). Bangkok: Chulalongkorn University. (In Thai)
- Wannaporn Junthopas. (2009). *The Comparison of Tests and Corrections for Heteroscedasticity Problem*. Master Science (Statistics). Bangkok: National Institute of Development Administration. (In Thai)