



ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เสาวนีย์ เชื้อเมืองพาน

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

อีเมล: pseu_doe_nym@hotmail.com

คงรัฐ นวลแปง

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

อีเมล: pseu_doe_nym@hotmail.com

เวชฤทธิ์ อังกะภัทรขจร

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

อีเมล: pseu_doe_nym@hotmail.com

Received : February 10, 2021 Revised : March 25, 2021

Accepted : June 29, 2021

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 แบบแผนการวิจัยเป็นแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนมาตาบุดพันพิทยาคาร จำนวน 40 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 13 แผน แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ที่มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.73 และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.71 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบทีแบบกลุ่มตัวอย่างเดียว (t-test for one sample) ซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คำสำคัญ: การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ /มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ /ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์



LEARNING ACTIVITIES MANAGEMENT TO ENHANCE ON MATHEMATICAL CONCEPTS ON RELATION AND FUNCTION OF MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS.

Saowanee Chueamueangphan

Faculty of Education Burapha University

Email: pseu_doe_nym@hotmail.com

Kongrat Nualpang

Faculty of Education Burapha University

Email: pseu_doe_nym@hotmail.com

Vetcharit Angganapattarakajorn

Faculty of Education Burapha University

Email: pseu_doe_nym@hotmail.com

ABSTRACT

The purposes of this research were to compare the student's mathematical on relation and function and mathematical reasoning ability of mathayomsuksa IV students after using learning activities management to enhance on mathematical concepts with 70 percent criterion. The design of research was one - group posttest - only design. The subjects of this study were 40 mathayomsuksa IV students in the second semester of the 2019 academic year at Mabtaputphanpitpayakarn School in Rayong. They were randomly selected by using cluster random sampling. The instruments used in the study were; 11 lesson plans, mathematical concept test (with reliability of 0.73) and mathematical reasoning ability test (with reliability of 0.71). The data were analyzed by Mean, Standard Deviation and *t*-test for one sample. The findings were as follows:

1. The mathematical concept on relation and function of mathayomsuksa IV students after using learning activities management to enhance on mathematical concepts was statistically higher than the 70 percent criterion at the .05 level.
2. The mathematical reasoning ability of mathayomsuksa II students after using learning activities management to enhance on mathematical concepts was statistically higher than the 70 percent criterion at the .05 level.

KEYWORDS: Learning activities management to enhance on mathematical concepts, Mathematical concept, Mathematical reasoning ability

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ด้วยทางสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานได้ทำการปรับปรุงหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้ใช้มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) แทน เพื่อยกระดับการศึกษาให้มีคุณภาพและมาตรฐานระดับสากล มีศักยภาพในการแข่งขันและดำรงชีวิตอย่างสร้างสรรค์ในประชาคมโลก เป็นการจัดการศึกษาให้สอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงในด้านต่าง ๆ เช่น เศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม สภาพแวดล้อม วิทยาศาสตร์และ



เทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว และยิ่งสอดคล้องกับแผนพัฒนาประเทศไทย 4.0 โลกในศตวรรษที่ 21 และทัดเทียมกับนานาชาติ

ความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็นความสัมพันธ์พื้นฐานของความรู้เกี่ยวกับโมโนทัศน์และความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการ ซึ่งทั้งสองส่วนนี้จะขาดกันไม่ได้และแต่ละส่วนก็มีเอกลักษณ์ที่ชัดเจน ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 3-5, 11) ที่กล่าวว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็นความรู้เชิงมโนทัศน์ที่เป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ ส่วนอีกประเภทหนึ่งคือความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการเป็นความรู้เกี่ยวกับกลวิธี

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concept) เป็นความคิดรวบยอด ความเข้าใจในเนื้อหาหรือขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ และสามารถสรุปความเข้าใจออกมาเป็นความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือนิยามได้ ซึ่งอาจเกิดจากความรู้ การสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์ของนักเรียนแต่ละคน เนื่องจากการเรียนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีมักเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานการเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย (สสวท., 2555 ข, หน้า 61)

การที่นักเรียนมีมโนทัศน์ทำให้นักเรียนสามารถจัดระบบความรู้ได้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำได้ง่าย และสามารถนำความรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ ครูจึงต้องจัดกระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ นั่นคือ การพัฒนาให้นักเรียนมีความรู้และความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง เพราะความรู้ ความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (พร้อมพรรณ อุมสิน, 2544, หน้า 62) ซึ่งในปัจจุบันพบว่านักเรียนไทยมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนเป็นจำนวนมาก ดังงานวิจัยของ เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรจจร (2546, หน้า 98) สรุปว่า นักเรียนในแต่ละช่วงชั้นมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้านที่ทำการศึกษา ได้แก่ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ ด้านการคิดคำนวณและด้านการตรวจสอบแก้ปัญหา

การที่นักเรียนมีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนอาจเกิดก่อนหรือในระหว่างการเรียนรู้ ซึ่งอาจเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้นักเรียนมีผลการสอบไม่ผ่านเกณฑ์ ดังจะเห็นได้จากผลของการประเมินระดับชาติ (O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2561 ของสำนักทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ พบว่า ค่าเฉลี่ยระดับประเทศวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนสามารถทำคะแนนเฉลี่ยได้เพียง 30.72 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน ซึ่งอยู่ในระดับต่ำกว่าร้อยละ 50 และจากผลของการประเมินระดับชาติ (O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมาบตาพุดพันพิทยาคาร ปีการศึกษา 2561 พบว่า ค่าเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนสามารถทำคะแนนเฉลี่ยได้ 28.01 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน ซึ่งก็ต่ำกว่าค่าเฉลี่ยระดับประเทศและมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าระดับจังหวัด ระดับเขตพื้นที่การศึกษา ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยเป็น 35.55 และ 32.86 ตามลำดับ เมื่อนำมาวิเคราะห์แล้วพบว่ามาตรฐานการเรียนรู้ ค 4.1 การเข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน และมาตรฐานการเรียนรู้ ค 4.2 การใช้พจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ยเพียง 20.76 และ 21.54 คะแนนตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยระดับประเทศและต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50 ถึงแม้จะมีการเปลี่ยนแปลงหลักสูตร แต่เมื่อวิเคราะห์มาตรฐานและตัวชี้วัดหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) แล้วพบว่าในสาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิตยังคงมีเนื้อหาที่สอดคล้องตรงกับสาระที่ 4 พีชคณิตในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังจำเป็นต้องมีความรู้เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ประกอบกับการสัมภาษณ์ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมาบตาพุดพันพิทยาคาร พบว่า พีชคณิต เป็นเรื่องที่ยากต่อการทำความเข้าใจสำหรับนักเรียนเนื่องจากเป็นเนื้อหาที่เป็นนามธรรม โดยเฉพาะเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจรูปแบบของฟังก์ชัน นักเรียนสามารถบอกได้ว่าความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชันแต่ไม่สามารถอธิบายความหมายของฟังก์ชันได้ รวมทั้งไม่สามารถหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์และฟังก์ชันได้ (อรพรรณ วรรัตนญาณนท์, สัมภาษณ์, 27 พฤศจิกายน 2560) และจากประสบการณ์การสอนของผู้วิจัยที่พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถอธิบายความแตกต่างของความสัมพันธ์และฟังก์ชันได้ ไม่สามารถพิจารณาฟังก์ชันจากความสัมพันธ์แบบบอกเงื่อนไขได้ และไม่สามารถหา



โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ในรูปแบบต่าง ๆ ได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เวชฤทธิ์ อังกะภัทรขจร (2546, หน้า 143) ได้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในช่วงชั้นที่ 4 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เรื่องโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน กล่าวคือ นักเรียนหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปแบบบอกเงื่อนไขไม่ได้ ซึ่งเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันเป็นเนื้อหาที่สำคัญและนำไปสู่การเรียนรู้เนื้อหาเรื่องอื่น ๆ ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ถ้านักเรียนไม่มีความเข้าใจตั้งแต่ต้น จะทำให้ไม่อยากเรียนและทำให้ขาดความรู้ในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำลง

นอกจากความรู้ที่เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้วทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก็เป็นความรู้ความสามารถอีกประเภทหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งนักการศึกษาคณิตศาสตร์ตระหนักถึงความสำคัญและความจำเป็นที่จะส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาในทุก ๆ ระดับชั้น (สสวท., 2555 ข, หน้า 4) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์หนึ่งที่เป็นหัวใจสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์คือ ทักษะการให้เหตุผล เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ซึ่งการให้เหตุผลจะเป็นเครื่องมือที่ทำให้เข้าใจนามธรรมนั้น (Russell, 1999, p.1) เพื่ออธิบายความรู้ความเข้าใจหรือคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล อีกทั้งการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลจะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการได้มาซึ่งมโนทัศน์อีกด้วย (อัมพร ม้าคนอง, 2546, หน้า 11) และอัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 50) ยังได้กล่าวอีกว่า การที่นักเรียนได้คำตอบที่ถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบที่ถูกต้องแล้ว ผู้สอนอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงผล ซึ่งทำให้นักเรียนไม่ทราบเหตุผลว่าที่ผิดนั้นผิดอย่างไร สอดคล้องกับการสัมภาษณ์ครูผู้สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน โรงเรียนมาบตาพุดพันพิทยาคาร เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เมื่อพิจารณาการให้เหตุผล พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถบอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ แต่ไม่สามารถให้เหตุผลอธิบายประกอบคำตอบที่ถูกต้องได้ว่าเพราะเหตุใดถึงเรียกว่าเป็นฟังก์ชัน ไม่สามารถแยกรูปแบบของฟังก์ชันต่าง ๆ ได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันใด เพราะอะไร หรือมีการสรุปผลที่ไม่สมเหตุสมผล (อรพรรณ วรรณัญญานนท์, สัมภาษณ์, 27 พฤศจิกายน 2560)

จากสภาพปัญหาที่นักเรียนยังขาดความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อาจเนื่องมาจากการที่นักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับนิยาม หลักการ หรือการใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ขาดการสร้างความคิดรวบยอดด้วยตนเอง เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูที่ไม่ส่งเสริมกระบวนการคิดโดยครูเป็นคนบอกขั้นตอนให้นักเรียนทำตาม บอกวิธีทำ ให้ตัวอย่างและมุ่งให้นักเรียนทำได้ตามตัวอย่าง ไม่ให้โอกาสนักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตัวเอง ทำให้นักเรียนไม่เกิดกระบวนการสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ไม่สามารถเรียนรู้ด้วยการบอก แต่จะต้องเกิดจากประสบการณ์และการคิด ยังมีประสบการณ์มากเท่าไรมโนทัศน์ก็จะเกิดได้ลึกซึ้งและชัดเจนมากขึ้น (ชนาดา เชื้อสุวรรณทวี, 2542, หน้า 85) และจากการสังเกตสภาพการเรียนการสอนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์โรงเรียนมาบตาพุดพันพิทยาคาร พบว่า การจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนส่วนใหญ่ครูยังสอนโดยใช้วิธีการสอนแบบบรรยาย โดยยึดครูเป็นศูนย์กลาง ครูเป็นผู้อธิบายและบอกความรู้ทั้งหมดแก่นักเรียนยกตัวอย่างประกอบให้นักเรียนทำตามวิธีที่ครูบอก ซึ่งสอดคล้องกับกิตติ พัฒนตระกูลสุข (2546, หน้า 54-58) ที่กล่าวว่า สภาพการจัดการเรียนรู้ในระดับมัธยมศึกษา ครูยังคงใช้วิธีการสอนแบบอธิบายประกอบการยกตัวอย่าง เน้นความจำเรื่องสูตร บทนิยาม และวิธีการหาคำตอบ สิ่งนี้นักเรียนได้รับจึงเป็นเพียงความรู้ความจำเท่านั้น แต่ไม่ได้ฝึกกระบวนการคิด

แนวทางหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีนักการศึกษาที่พัฒนารูปแบบการสอนมโนทัศน์ ได้แก่ Gunter และคณะ (1995, pp. 97-112) ได้เสนอรูปแบบการสอนมโนทัศน์ (concept attainment model) โดยอธิบายหลักการว่า นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์จากกระบวนการอุปนัย (inductive process) กล่าวคือนักเรียนต้องเปรียบเทียบลักษณะของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ แล้วสรุปลักษณะที่สำคัญ จากนั้นจึงสร้างคำนิยามของมโนทัศน์ของตนเอง นอกจากนี้ Joyce & Weil (1996 อ้างถึงใน ทิศนา ขมณณ, 2553, หน้า 225-227) ได้พัฒนารูปแบบการสอนมโนทัศน์ขึ้นโดยใช้แนวคิดของบรูเนอร์ กูดโนว และออสติน (Bruner, Goodnow, and Austin) เกี่ยวกับการเรียนรู้มโนทัศน์ว่า การเรียนรู้มโนทัศน์ของสิ่งใดสิ่งหนึ่งนั้น สามารถทำได้โดยการค้นหาคุณสมบัติเฉพาะที่สำคัญของสิ่งนั้น เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการจำแนกสิ่งที่ใช้และไม่ใช้สิ่งนั้นออกจากกันได้



สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์ได้ เนื่องจากผู้เรียนเกิดการเรียนรู้โน้ตค้น จากการคิดวิเคราะห์และตัวอย่างที่หลากหลาย ดังนั้นผลที่ผู้เรียนจะได้รับโดยตรงคือ จะเกิดความเข้าใจในโน้ตค้นนั้น และได้เรียนรู้ทักษะการสร้างโน้ตค้น ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการทำความเข้าใจโน้ตค้นอื่น ๆ ต่อไปได้ รวมทั้งช่วยพัฒนาทักษะการใช้เหตุผลโดยการอุปนัย (inductive reasoning) อีกด้วย

เนื้อหาในเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันมีเนื้อหาบางส่วนที่เป็นหลักการหรือกฎเกณฑ์อยู่ เช่น วิธีการหาโดเมนหรือวิธีการหาเรนจ์ของความสัมพันธ์แบบบอกเงื่อนไข ซึ่งไม่สามารถยกตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช้โน้ตค้นได้ ทำให้การสอนด้วยรูปแบบการสอนโน้ตค้นสามารถทำได้ยาก วิธีการที่สามารถทำได้ชัดเจนกว่าผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ทั้งเนื้อหาและกระบวนการและสามารถนำมาพร้อมกับรูปแบบการสอนโน้ตค้นได้ดีมากคือการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เนื่องจากเป็นวิธีที่ช่วยให้ผู้เรียนค้นพบข้อสรุปหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ จากการสังเกตตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอ ที่ไม่ใช่ตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช้โน้ตค้น (เวชฤทธิ์ อังชนะภัทรขจร, 2555, หน้า 83) โดยการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยจะเริ่มต้นด้วยการยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนสังเกตเปรียบเทียบลักษณะร่วมเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป รวมทั้งสามารถพัฒนาความคิด ความเข้าใจ ส่งผลให้ผู้เรียนมีความเข้าใจอย่างชัดเจนและจดจำได้นาน (ขมนาด เชื้อสุวรรณทวี, 2542, หน้า 70) ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้โดยสามารถหาข้อสรุปที่เป็นหลักการหรือกฎเกณฑ์ได้ด้วยตนเอง รวมทั้งช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วย

จากเหตุผลและความสำคัญในข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะนำรูปแบบการสอนโน้ตค้นและการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์และพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยผลการวิจัยครั้งนี้อาจเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นอื่น ๆ ต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 และ
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานของการวิจัย

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ของโรงเรียนมาตาบุดพันพิทยาคาร อำเภอเมือง จังหวัดระยอง จำนวน 4 ห้องเรียน ซึ่งจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 ของโรงเรียนมาตาบุดพันพิทยาคาร อำเภอเมือง จังหวัดระยอง จำนวน 39 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย



ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
ตัวแปรตาม ได้แก่

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนมาบตาพุดพันพิทยาคาร ปีพ.ศ. 2562 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 13 คาบ ซึ่งมีเนื้อหาเรื่อง 1) ผลคูณคาร์ทีเซียน 2) ความสัมพันธ์ 3) โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ 4) ฟังก์ชัน และ 5) โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โดยใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 13 คาบ และทดสอบหลังเรียน 2 คาบ รวมใช้เวลาในการวิจัยทั้งสิ้น 15 คาบ

กรอบแนวคิดงานวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยกำหนดกรอบแนวคิด ดังภาพที่ 1



1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดการวิจัย



เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 13 แผน มีความเหมาะสมอยู่ในระดับ มากที่สุด ($\bar{X} = 4.84$, $S = 0.26$)
2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ แบบทดสอบมีความยากง่าย (P) ตั้งแต่ 0.35 - 0.65 ค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.20 - 0.63 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.73
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบอัตนัย จำนวน 11 ข้อ แบบทดสอบมีความยากง่าย (P) ตั้งแต่ 0.27 - 0.6 ค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.23 - 0.97 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.71

วิธีการดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งผู้วิจัยใช้แผนการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียว วัดหลังการทดลองครั้งเดียว (One-group posttest-only design) (องอาจ นัยพัฒน์, 2548, หน้า 270) ซึ่งมีแบบแผนการวิจัยดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงแบบแผนการดำเนินการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดหลังการทดลองครั้งเดียว
(one-group posttest-only design)

กลุ่ม	ทดลอง	ทดสอบหลังเรียน
E	X	O

เมื่อ E แทน กลุ่มทดลอง
X แทน การจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
O แทน การสอบหลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การเก็บรวบรวมข้อมูลในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1. ผู้วิจัยติดต่อโรงเรียนมาตาบุดพันพิทยาคาร เพื่อขอใช้กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนด้วยตนเองโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้เวลา 13 คาบ คาบละ 50 นาที
3. ผู้วิจัยทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้เวลา 1 คาบ
4. ผู้วิจัยทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้เวลา 1 คาบ
5. ผู้วิจัยตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
6. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน



การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดสมรรถนะทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มาวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1.1 เปรียบเทียบสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One sample

1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for One sample

ผลการวิจัย

ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การเปรียบเทียบสมรรถนะทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	<i>n</i>	<i>df</i>	คะแนน เต็ม	(μ) (ร้อยละ 70)	($\bar{X}$)	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
คะแนนสมรรถนะทางคณิตศาสตร์	39	38	30	21	22.18	4.28	1.72*	0.047

* $p < 0.05$ ($t_{0.05, 38} = 1.686$)

จากตารางที่ 2 พบว่า คะแนนเฉลี่ยสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มีค่าเท่ากับ 22.18 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 73.93 และเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า คะแนนเฉลี่ยสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	<i>n</i>	<i>df</i>	คะแนน เต็ม	(μ) (ร้อยละ 70)	($\bar{X}$)	<i>s</i>	<i>t</i>	<i>p</i>
คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	39	38	33	23.1	24.49	4.75	1.82	0.038

* $p < 0.05$ ($t_{0.05, 38} = 1.686$)

จากตารางที่ 3 พบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีค่าเท่ากับ 24.49 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 74.21 และเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05



จากผลการวิจัยที่ได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยมีการนำเสนอการอภิปรายผลเป็น 2 ประเด็นดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้นำมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการจัดการเรียนการสอนที่นำรูปแบบการสอนมโนทัศน์และการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นการจัดเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนฝึกการคิดวิเคราะห์ สังเกตตัวอย่างแล้วสรุปความรู้เป็นนิยามหรือหลักการได้ด้วยภาษาของตนเอง เป็นกระบวนการเรียนการสอนที่นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง นักเรียนค้นพบมโนทัศน์โดยการสังเกตตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่มโนทัศน์หรือสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่างจนทำให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียนได้อย่างถูกต้อง สามารถมองเห็นถึงองค์ประกอบของมโนทัศน์ในเรื่องนั้น ๆ ได้ ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าทอง (2546, หน้า 11-12) ที่กล่าวว่าจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์มีลักษณะของการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนามโนทัศน์จากแหล่งต่าง ๆ ได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์ โดยครูอาจใช้กลวิธีที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนสามารถบอكمโนทัศน์ได้ และตัดสินคุณลักษณะที่สำคัญของมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ เช่น การให้ตัวอย่างที่ตรงกับมโนทัศน์ และการให้ตัวอย่างที่คล้ายคลึงแต่ไม่ตรงกับมโนทัศน์ และสอดคล้องกับ ขมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 70) การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยจะเริ่มต้นด้วยการยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนสังเกตเปรียบเทียบลักษณะร่วมเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป รวมทั้งสามารถพัฒนาความคิด ความเข้าใจ ส่งผลให้ผู้เรียนมีความเข้าใจอย่างชัดเจนและจดจำได้นาน

เมื่อพิจารณาขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนได้รับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียมมโนทัศน์ เป็นขั้นที่ผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตรวจสอบความรู้เดิมของตนเองเพื่อเป็นการเตรียมความรู้พื้นฐานในการสร้างองค์ความรู้ใหม่ ผู้วิจัยเป็นผู้กำหนดมโนทัศน์และทบทวนความรู้เดิมให้นักเรียนได้เตรียมนำความรู้เดิมไปเชื่อมโยงเพื่อหาความสัมพันธ์กับความรู้ใหม่ที่จะเรียนในชั่วโมง นำไปสู่การสรุปเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ในขั้นนี้ผู้วิจัยจะต้องเตรียมตัวอย่างของมโนทัศน์ที่มีความหลากหลายและครอบคลุมลักษณะของมโนทัศน์ที่จะสอนเพื่อให้เกิดความชัดเจนเวลาที่ให้นักเรียนสังเกตลักษณะตัวอย่างในขั้นต่อไป เพื่อที่นักเรียนจะนำลักษณะที่สังเกตได้ไปสรุปมโนทัศน์ได้ถูกต้อง หากตัวอย่างไม่ครอบคลุมหรือมีจำนวนไม่มากพออาจจะทำให้นักเรียนสังเกตลักษณะของตัวอย่างได้ไม่ชัดเจนนำไปสู่ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ผู้วิจัยนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ หรือนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ จากกระบวนการนี้ทำให้นักเรียนได้สังเกตลักษณะเด่นของตัวอย่างที่หลากหลายสามารถแยกแยะลักษณะของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ หรือลักษณะร่วมของมโนทัศน์ได้อย่างชัดเจน ช่วยให้นักเรียนสังเกตลักษณะของตัวอย่างได้ง่าย รวดเร็วและชัดเจนยิ่งขึ้น สามารถกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการพัฒนามโนทัศน์ได้ดีขึ้น และยังส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนน้อยลง โดยมีการใช้ใบกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์ตัวอย่างที่หลากหลายด้วยตนเอง และผู้วิจัยมีการส่งเสริมแนะนำให้นักเรียนสังเกตลักษณะตัวอย่างให้ครอบคลุมจนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนจะนำลักษณะที่สังเกตได้ไปเปรียบเทียบในขั้นต่อไป

ขั้นที่ 3 ขั้นพิจารณาเปรียบเทียบตัวอย่าง เป็นขั้นที่ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละคนได้พิจารณาและเปรียบเทียบลักษณะของตัวอย่างในใบกิจกรรม จากนั้นให้นักเรียนบันทึกลักษณะที่สังเกตได้ จากกระบวนการนี้ทำให้นักเรียนสามารถแยกแยะได้ว่าลักษณะตัวอย่างใดควรอยู่ในกลุ่มเดียวกันหรือลักษณะใดที่แตกต่างกัน เพื่อช่วยในการพิจารณาลักษณะของมโนทัศน์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น และในขั้นนี้นักเรียนมีการนำเสนอลักษณะของตัวอย่างที่บันทึกไว้เพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิดกับเพื่อนในชั้นเรียนเกี่ยวกับลักษณะที่นักเรียนแต่ละคนสังเกตได้ ทำให้นักเรียนเกิดการวิเคราะห์ลักษณะของตัวอย่างภายในกลุ่มเดียวกันหรือลักษณะของตัวอย่างที่ต่างกลุ่มกันได้ชัดเจนยิ่งขึ้น เพื่อเป็นการเตรียมหาข้อสรุปด้วยตนเองและเป็นการคาดเดาคำตอบของตนเองไว้ล่วงหน้า โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด ช่วยให้นักเรียนเกิดการพัฒนามโนทัศน์ได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ที่ถูกต้อง



ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปและตรวจสอบโน้ตค้น เป็นขั้นที่นักเรียนได้นำลักษณะรวมทั้งสังเกตได้มาสรุปเป็นนิยามหรือหลักการด้วยตนเอง มีการอภิปรายข้อสรุปร่วมกัน โดยผู้วิจัยช่วยตรวจสอบความถูกต้องข้อสรุปที่นักเรียนร่วมกันสรุปได้ จากกระบวนการนี้ทำให้นักเรียนได้นำโน้ตค้นเดิมเชื่อมโยงกับโน้ตค้นใหม่แล้วอธิบายข้อสรุปออกมาเป็นโน้ตค้นใหม่ให้ครอบคลุมลักษณะของโน้ตค้นโดยเรียบเรียงเป็นภาษาของตนเองด้วยถ้อยคำที่เหมาะสม รวมทั้งได้แสดงเหตุผลประกอบข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล ทำให้นักเรียนได้รับการพัฒนาทักษะการเป็นผู้พูดและผู้ฟังที่ดีตลอดจนทักษะการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์และสรุป เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง และมีการอภิปรายข้อสรุปร่วมกันกับเพื่อนร่วมชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และตรวจสอบความเข้าใจเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องร่วมกันในชั้นเรียน

ขั้นที่ 5 ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นทดสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับโน้ตค้นที่นักเรียนสรุปได้ โดยนักเรียนจะต้องนำโน้ตค้นที่สรุปได้ไปประยุกต์ใช้ในการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด ทำให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์โดยครูคอยให้คำแนะนำและให้ความช่วยเหลือ เมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัยผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม ในขั้นนี้เป็นการฝึกให้นักเรียนนำโน้ตค้นที่ได้จากการสรุปไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ตัวอย่างที่ผู้วิจัยยกขึ้นมาใหม่ นักเรียนสามารถพิจารณาตัวอย่างหรือสถานการณ์ที่ผู้วิจัยให้ได้ว่าเป็นโน้ตค้นหรือไม่ ทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการพัฒนานโน้ตค้นอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในโน้ตค้นที่ต้องการสอนมากยิ่งขึ้น

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ข้างต้น จะเห็นได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างโน้ตค้นได้รับการส่งเสริมและพัฒนานโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ในทุกขั้นของการเรียนรู้ดังนั้นจึงส่งผลให้นักเรียนมีโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งผลการวิจัยดังกล่าวสอดคล้องกับงานวิจัยของ ญัญญูปัญหานัน พิชญาชมชื่น (2558, หน้า 83 - 84) ซึ่งพบว่า โน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์เป็นการจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ฝึกการสังเกต เปรียบเทียบ ลักษณะร่วมที่เหมือนกันในใบกิจกรรม พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบ ฝึกการคิดวิเคราะห์เพื่อนำไปสรุปความรู้เป็นนิยามหรือหลักการได้ด้วยตนเอง และมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนและเปรียบเทียบคำตอบที่แตกต่างกัน พร้อมทั้งแสดงเหตุผลประกอบและสรุปเป็นโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ต่อไป จากกระบวนการนี้นักเรียนจะต้องให้เหตุผลประกอบการอธิบายและสนับสนุนข้อสรุปของตนเอง มีการใช้เหตุผลประกอบในการจัดจำแนกกลุ่มของตัวอย่างที่เป็นโน้ตค้นและไม่เป็นโน้ตค้นจากการสังเกตลักษณะของตัวอย่าง โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงเหตุผลประกอบในการคำตอบ มีการอภิปรายร่วมกันเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในชั้นเรียน นอกจากนี้ยังเน้นให้นักเรียนเขียนอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบในใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุปที่ถูกต้องและสมบูรณ์ ทำให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลมากขึ้น ซึ่งแนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 50) ที่ได้เสนอแนะว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้นได้ครูควรให้นักเรียนได้ปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์และบริบทอื่น ๆ รวมทั้งครูพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผล และครูสามารถตั้งคำถามให้นักเรียนใช้เหตุผลได้อย่างต่อเนื่องและไม่ควรคำนึงถึงเฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผลเท่านั้นแต่ควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผล ซึ่งการให้นักเรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือ นักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

เมื่อพิจารณาขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนได้รับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียมโน้ตค้น เป็นขั้นที่ผู้วิจัยทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจเนื้อหาเดิมหรือแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเนื้อหาที่เคยเรียนมาแล้ว เพื่อให้เกิดความรู้อย่างแท้จริงก่อนที่จะเรียน



เนื้อหาใหม่ต่อไป กระบวนการนี้เป็นการทบทวนความรู้ความเข้าใจร่วมกันในชั้นเรียน มีการยกตัวอย่างหรือสถานการณ์ขึ้นมาให้นักเรียนพิจารณาโดยผู้วิจัยได้ใช้คำถามเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลประกอบจากการตอบคำถามด้วย ทำให้นักเรียนเกิดการอธิบายสิ่งที่ตนเองเข้าใจออกมาพร้อมกับการแสดงเหตุผลประกอบ การที่นักเรียนสามารถนำความรู้เดิมที่มีอยู่มาอธิบายประกอบแนวคิดได้ถูกต้องช่วยให้นักเรียนได้รับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ผู้วิจัยนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ หรือนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่มีมโนทัศน์ เพื่อให้นักเรียนสังเกตหาลักษณะร่วมหรือลักษณะที่แตกต่างกันของตัวอย่างในใบกิจกรรม ในขั้นนี้นักเรียนมีการสังเกตลักษณะต่าง ๆ ของตัวอย่างและบอกลักษณะของตัวอย่างที่นักเรียนสังเกตได้ เพื่อแยกแยะตัวอย่างที่มีลักษณะร่วมกันควรอยู่กลุ่มเดียวกันหรือตัวอย่างที่มีลักษณะต่างกันควรจัดแยกกลุ่มกันได้ด้วยตนเอง จากกระบวนการนี้นักเรียนมีการให้เหตุผลประกอบการจัดกลุ่มตัวอย่างจากลักษณะที่สังเกตได้ ทำให้นักเรียนได้รับการส่งเสริมและพัฒนาการฝึกคิดอย่างมีเหตุผล โดยครูเป็นผู้ที่คอยส่งเสริม แนะนำ ทำให้นักเรียนใช้ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายเพื่อพัฒนากระบวนการให้เหตุผลอย่างต่อเนื่อง

ขั้นที่ 3 ขั้นพิจารณาเปรียบเทียบตัวอย่าง เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละคนได้พัฒนาทักษะการคิดได้อย่างเต็มที่ในการสร้างความรู้ความเข้าใจได้ด้วยตนเอง จากการพิจารณาและเปรียบเทียบลักษณะของตัวอย่างในใบกิจกรรม นักเรียนมีการจัดกลุ่มของตัวอย่างแยกแยะลักษณะที่เป็นมโนทัศน์และไม่มีมโนทัศน์หรือลักษณะร่วมของมโนทัศน์ได้ ซึ่งนักเรียนจะต้องอธิบายและให้เหตุผลประกอบได้ โดยผู้วิจัยคอยส่งเสริมช่วยให้ผู้เรียนได้เปรียบเทียบ วิเคราะห์ลักษณะต่าง ๆ และให้เหตุผลประกอบอธิบาย เพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุป ผู้วิจัยได้ใช้คำถามที่อยู่บนพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียนเป็นคำถามนำ ซึ่งการใช้คำถามดังกล่าวจะกระตุ้นให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจเปรียบเทียบสิ่งที่มีลักษณะเหมือนหรือแตกต่างกันได้ชัดเจน พร้อมทั้งให้เหตุผลและใช้เป็นแนวทางในการนำไปสู่ข้อสรุปได้ จากกระบวนการนี้ทำให้นักเรียนได้รับการส่งเสริมและพัฒนาการคิดวิเคราะห์ และการอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบ ซึ่งทำให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะกระบวนการให้เหตุผลได้ดียิ่งขึ้น

ขั้นที่ 4 ขั้นสรุปและตรวจสอบมโนทัศน์ เป็นขั้นที่นักเรียนได้สร้างข้อสรุปเป็นนิยามหรือหลักการด้วยตนเอง มีการอภิปรายข้อสรุปร่วมกัน โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนให้อธิบายข้อสรุปของตนเอง เพื่ออภิปรายแลกเปลี่ยนกับเพื่อนร่วมชั้นเรียนให้เกิดความเข้าใจตรงกัน พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ ในขั้นนี้นักเรียนมีการให้เหตุผลในการพิจารณาลักษณะร่วมหรือเปรียบเทียบลักษณะที่สังเกตได้จากตัวอย่างจากขั้นก่อนหน้านี้มาสร้างข้อสรุปและให้เหตุผลประกอบแนวคิดข้อสรุปที่ได้ โดยให้ครอบคลุมลักษณะของมโนทัศน์และใช้ภาษาที่เหมาะสมจากการที่นักเรียนอภิปรายร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียนทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนความรู้ความเข้าใจ นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลในการสนับสนุนหรือโต้แย้งข้อสรุปของเพื่อนร่วมชั้นเรียน เพื่อนำไปสู่การร่วมกันหาข้อสรุปที่ถูกต้อง ซึ่งจะช่วยส่งเสริมการพัฒนาการให้เหตุผลให้แก่นักเรียนได้มากขึ้น โดยผู้วิจัยช่วยตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุปที่นักเรียนร่วมกันสรุปได้ หากข้อสรุปไม่ถูกต้องครบถ้วนผู้วิจัยมีการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันทบทวนและอภิปรายข้อสรุปใหม่อีกครั้งให้ถูกต้องสมบูรณ์

ขั้นที่ 5 ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นทดสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่นักเรียนสรุปได้ ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องนำมโนทัศน์ที่สรุปได้ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาเกี่ยวกับตัวอย่างสถานการณ์ใหม่หรือในแบบฝึกหัด โดยนักเรียนต้องอธิบายแนวคิดสนับสนุนคำตอบนั้นได้ มีการเน้นให้นักเรียนเขียนแสดงเหตุผลประกอบคำตอบของตนอย่างสมเหตุสมผล ทำให้นักเรียนได้ฝึกการอธิบายการคิดให้เหตุผลในทุกข้อของแบบฝึกหัด ซึ่งช่วยส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการให้เหตุผลอย่างต่อเนื่องและได้รับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น โดยผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ชี้แนะคำตอบหรือเหตุผลของนักเรียนว่าถูกต้องหรือควรแก้ไขอย่างไร และเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัยผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ข้างต้น จะเห็นได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้รับการจัดการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้รับการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในทุก ๆ ขั้นตอนการเรียนรู้ จึงส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งผลการวิจัยดังกล่าวสอดคล้องกับงานวิจัยของ อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ (2553) ซึ่งพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนา มโนทัศน์ และเอกสารสรุปมโนทัศน์ มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน



อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนาโน้ตค้นและเอกสารสรุปโน้ตค้นมีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัย เรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังต่อไปนี้

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการนักเรียนจะต้องมีความรู้เดิมมากพอที่จะเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่ ครูควรให้ความสำคัญในการทบทวนความรู้ความเข้าใจเดิมของนักเรียนเพื่อเป็นพื้นฐานในการสรุปโน้ตค้นที่สมบูรณ์มีการตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเป็นระยะเพื่อไม่ให้เกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนและตรวจสอบความชัดเจนของมโนทัศน์ที่นักเรียนสรุปได้ทุกครั้ง

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ในช่วงของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในขั้นที่ 2 ขั้่นนำเสนอตัวอย่าง ครูจะต้องให้ตัวอย่างมโนทัศน์ที่มีความชัดเจน และจะต้องมีจำนวนมากพอที่จะครอบคลุมมโนทัศน์ที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้ ตัวอย่างจะต้องดึงดูดให้นักเรียนสนใจคิดและค้นหาคำตอบ การนำเสนอตัวอย่างควรเรียงลำดับจากง่ายไปยาก

1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ครูควรให้เวลากับนักเรียนในการแลกเปลี่ยนความรู้ และความเข้าใจ เพื่อหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลมากที่สุด และเน้นให้นักเรียนได้แสดงออกถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการคิดอย่างมีเหตุผล ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งถัดไป

2.1 ควรนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ทักษะการสื่อสาร ทักษะการแก้ปัญหา หรือทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2.2 ควรมีการศึกษาค้นคว้าจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น จำนวนจริง ลำดับและอนุกรม หรือ สถิติ เป็นต้น

บรรณานุกรม

กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยเล่มหลวงจริงหรือ.

วารสารคณิตศาสตร์, 46 (530-532), 54-57.

ขมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ณัฐปัญญานัน พิชญาชมชื่น. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่4. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร. (2546). การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร. (2555). ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร การสอน และการวิจัย. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.



- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- อรพรรณ เลื่อนแป้น. (2555). การศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตร์มหาบัณฑิต, สาขาการสอนคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ. (2553). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลพัฒนา มโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคะนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคะนอง. (2546). *คณิตศาสตร์. การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Gunter, M.A., Estes, T.H. and Schwab, J. (1995). *Instruction a model approach*. Boston: Allyn & Bacon.
- Joyce, B. and Weil, M. (1972). *Model of teaching*. Boston: Allyn and Bacon.
- Russell, S.J. (1999). Mathematics reasoning in the elementary grades. In *Developing mathematical reasoning in K-12*. Schiff, Lee V. p.1 Reston Virginia: The National Council of teachers of Mathematics.