

แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
ของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

The Guidelines of Learning Management based on Five Practices Model of
Stein for Orchestrating Productive Mathematics Discussions on
Analytic Geometry Topic for Promoting Mathematical Thinking of
Matthayomsuksa IV Students in Science Program

ปิยะวัฒน์ ศรีสังวาลย์* วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์** และวิเชียร อารังโสทธิสกุล**

*หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยนเรศวร

**ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

Piyawat Srisangwan*, Wanintorn Poonpaiboonpipat** and Wichian Thamrongsotthisakul**

*Master of Education Program, Mathematics Education Major, Naresuan University

**Department of Education, Faculty of Education, Naresuan University

บทคัดย่อ

งานวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนเมื่อได้รับการจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ รูปแบบการวิจัยเป็นการเรียนรู้จากปฏิบัติการแก้ไขปัญหาหรือการปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ และนำไปสู่การสร้างการเปลี่ยนแปลงแนวทางการจัดการเรียนรู้ โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ ใบกิจกรรม แบบสะท้อน ผลการจัดการเรียนรู้ และแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ควรเน้นให้นักเรียนได้ฝึกใช้ความรู้ความเข้าใจจากการร่วมมือกันทำงานทางคณิตศาสตร์

เพื่อนำไปสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ผ่านการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ครูควรเลือกใช้คำถามเพื่อสนับสนุนหรือช่วยเหลือการทำงานของนักเรียน และจัดให้มีการสรุปบทเรียนโดยครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกอภิปราย นอกจากนี้ พบว่าการจัดการเรียนรู้ ตามแนวทางดังกล่าว สามารถพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ โดยเฉพาะด้านการนำเสนอตัวแทนความคิด ซึ่งอยู่ในระดับดีมากทั้งระหว่างเรียนและหลังเรียน และมีคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

คำสำคัญ: การปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ การอภิปรายทางคณิตศาสตร์ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ งานทางคณิตศาสตร์

Abstract

This action research was aimed to find the guidelines of learning management for promoting Mathematical Thinking on Analytic Geometry topic of Matthayomsuksa IV students and to study students' Mathematical Thinking after using the learning management based on

five practices model of Stein for Orchestrating Productive Mathematics discussions. The research methodology was classroom action research which have a reflective journal to be the main instrument. The research instrument included lesson plans. Data collection instrument were activity sheets, reflective journal and mathematical thinking test. Data were analyzed by content analysis average and Standard Deviation. The research was found that the learning management which promotes Mathematical Thinking should allow the students to gain their understanding from cooperative learning to do Mathematical tasks and solve the following problem, so they could create a new knowledge by themselves through Mathematics discussions, besides the teachers should use some helpful questions to support students' task and facilitate students to summarize the lesson also. Moreover, it can be found that using this treatment could develop the students' Mathematical Thinking especially in presentation aspect with the highest level before and after using the treatment. Mathematical Thinking score is higher than 70 Percentages of Criterion.

Keywords: Five Practices Model of Stein, Mathematical Discussions, Mathematical Thinking, Mathematical Tasks

บทนำ

ในปัจจุบัน “การคิด” และ “การสอนคิด” เป็นเรื่องสำคัญในการจัดการศึกษา ซึ่งประเทศต่าง ๆ ทั่วโลกหันมาสนใจ (Khemmani, 1991) ดังปรากฏชัดเจนในแผนพัฒนาการศึกษาของกระทรวงศึกษาธิการ ฉบับที่ 12 ที่ได้กำหนดแนวทางการดำเนินงานที่สำคัญในการขับเคลื่อน ยุทธศาสตร์การพัฒนาหลักสูตร

กระบวนการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล โดยปรับเปลี่ยนวิธีการเรียนการสอนจากการบอกเล่าโดยครูมาเป็นกระบวนการออกแบบวิธีการเรียนรู้ที่หลากหลายเหมาะสมกับศักยภาพของนักเรียน เพื่อให้เกิดกระบวนการ คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น วิพากษ์วิจารณ์เป็นอย่างสร้างสรรค์ (Ministry of Education, 2016) นอกจากนี้ แนวทางจัดการศึกษาที่กำหนดไว้ในพระราชบัญญัติการศึกษา พ.ศ. 2542 มาตรา 24 (2) ยังได้ระบุให้ สถานศึกษาดำเนินการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่ต้องฝึกทักษะ กระบวนการคิด การเผชิญกับสถานการณ์ ประยุกต์ความรู้เพื่อนำมาใช้ป้องกันและแก้ไขปัญหา จึงกล่าวได้ว่า กระบวนการคิดเป็นศักยภาพในการเรียนรู้ และเป็นจุดเน้นในการจัดการศึกษาในศตวรรษที่ 21 (Tucker, 1988 cited in Chimmalee, 2007) ดังนั้น การเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนใช้การคิด ก็ย่อมมีส่วนช่วยเสริมสร้างทักษะการคิดให้กับนักเรียน โดยเฉพาะกิจกรรมที่ส่งเสริมการคิดที่หลากหลายจากกลุ่มนักเรียนที่มีอิสระต่อการแสดงความคิดเห็นภายใต้การจัดกระทำที่ออกแบบบูรณาการเนื้อหาไว้แล้วย่อมมีผลต่อการได้มาซึ่งทักษะการคิดควบคู่ไปกับการบรรลุนี้อหาที่สอนไปด้วย (Suwannaphd, 2017)

การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นวิธีการคิดของบุคคลทางด้านคณิตศาสตร์ การคิดแก้ปัญหาเกี่ยวกับปริมาณหรือจำนวน การให้เหตุผล โดยการใช้ความรู้ ทักษะและวิธีการที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ ในการทำความเข้าใจ ค้นหาคำตอบของปัญหาที่ไม่คุ้นเคย สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ให้บุคคลอื่นรับรู้ได้ โดยวัดจากการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการนำเสนอตัวแทนความคิด (Manouchehri, 2005 cited in Nabumrung, 2007) การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการพัฒนากระบวนการคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ อาจทำได้ง่าย ๆ ด้วยการพยายามใช้คำถามให้นักเรียนได้คิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (Makanong, 2010) แต่สภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาโดยทั่วไปยังมีจุดเน้นที่การหาคำตอบที่ถูกต้อง ครมัก

จะเน้นการจดจำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และขั้นตอนการหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยสอนให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการใดวิธีการหนึ่งเท่านั้น อีกทั้งในการแก้โจทย์ปัญหาก็มีลักษณะเป็นการฝึกใช้สูตรและทำตามขั้นตอนที่ครูสอนไว้มากกว่าการฝึกกระบวนการคิดและแก้ปัญหาด้วยตัวนักเรียนเอง (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology, 2014) จึงส่งผลให้นักเรียนไม่ได้รับการส่งเสริมด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในการเรียนรู้

แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560 – 2579 มุ่งพัฒนานักเรียนทุกคนให้มีคุณลักษณะและทักษะการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ซึ่งการอธิบายโต้แย้งเป็นหนึ่งในกระบวนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญในการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Langrall and Rumsey, 2016) ดังนั้น ในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการคิดเชิงคณิตศาสตร์และทักษะการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 ครูจำเป็นต้องศึกษาแนวทางที่ครูจะสามารถช่วยนักเรียนในการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนประสบปัญหาแทนที่ครูจะช่วยเหลือนักเรียนโดยตรงด้วยความรู้และทักษะที่เป็นประโยชน์ ครูจึงเปลี่ยนมาช่วยเหลือนักเรียนโดยการเตรียมวิธีการสอนการคิดเชิงคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนบรรลุเป้าหมายคือมีความรู้และทักษะ (Wichamon et al., 2017) ซึ่ง การอธิบายทางคณิตศาสตร์และการใช้คำถามของครู เป็นกลวิธีสำคัญที่จะช่วยพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน เพราะการใช้คำถามจะช่วยกระตุ้นความคิดของนักเรียน นักเรียนอาจต้องใช้การคิดในลักษณะของการเปรียบเทียบ การเชื่อมโยง และการอ้างเหตุผลสนับสนุนแนวคิดทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีเนื้อหาเกี่ยวกับสมการและกราฟที่ทำความเข้าใจได้ยาก โดยเฉพาะอย่างยิ่ง จากประสบการณ์ของผู้วิจัยในการสอนและวัดผลการเรียนรู้ของนักเรียนทั้งในระหว่างเรียนและหลังเรียน พบว่านักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ เพราะไม่ทราบว่า

จะต้องเริ่มต้นอย่างไร หรือรู้ว่าจะต้องเริ่มด้วยการวิเคราะห์ปัญหา แต่นักเรียนก็ไม่สามารถที่จะสร้างสมการหรือประยุกต์ใช้นิยามของวงกลม วงรี และพาราโบลาในสถานการณ์ปัญหาได้ เนื่องจากไม่รู้ว่าจะต้องกำหนดตัวแปร อย่างไร และไม่เข้าใจสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ส่งผลให้ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวได้ และมีการเรียนรู้ในลักษณะการจดจำสูตรในการคำนวณและมุ่งเน้นการคำนวณตามขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Algorithm) เป็นหลัก โดยลักษณะของนักเรียนที่กล่าวมานี้สะท้อนผ่านการทำแบบฝึกหัด เช่น นักเรียนสามารถเขียนสมการรูปแบบมาตรฐานของวงรีได้ แต่ไม่สอดคล้องกับข้อมูลในโจทย์ปัญหาที่กำหนด หรือ สามารถเขียนสูตรในการคำนวณได้ถูกต้องแต่ดำเนินการต่อไม่ได้

ผู้วิจัยศึกษาแนวคิดและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า ขั้นตอนการปฏิบัติ 5 ขั้น (5 Practices) เป็นแนวปฏิบัติที่คิดค้นขึ้นโดยศาสตราจารย์ แมรี เคย์ สไตน์ และคณะ (Stein et al., 2008) เป็นขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการอธิบายอย่างมีประสิทธิภาพพร้อมกับการเรียนรู้แบบสืบสอบ (inquiry-based) ตามรูปแบบ LEADS (Launch- Explore-Discuss-Summarize) เอื้อให้นักเรียน ได้มีส่วนร่วมในงานทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้ร่วมคิด ร่วมแสดงความคิดเห็น และเหตุผล ร่วมค้นคว้า และสรุปความรู้ด้วยตนเองจากการใช้คำถามหรือการชี้แนะจากครู ซึ่งการที่นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นหรือความรู้ มีส่วนร่วมในการอธิบาย ได้ถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจลึกซึ้งและจดจำได้นานอีกด้วย (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology, 2012) สอดคล้องกับ Strigler and Hiebert (1999) ที่ว่า การพิสูจน์ด้วยการอธิบายโต้แย้งจะช่วยให้ให้นักเรียนได้แสดงแนวคิด อธิบายเหตุผลในการพิสูจน์ข้อโต้แย้งกับข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์กับเพื่อนแต่ละคนในระหว่างการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดได้ชัดเจน

ยิ่งขึ้น ช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในวิชา คณิตศาสตร์ของตนเองและเพิ่มทักษะด้านการคิด เชิงคณิตศาสตร์ (Kaur & Lam, 2012)

ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาแนวทางการ จัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ (Stein et al., 2008) ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ที่มีผล ต่อการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การนำเสนอตัวแทนความคิด เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จะช่วยให้ผู้เรียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมี ความหมาย และช่วยพัฒนาความสามารถในการคิด เชิงคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี ผ่านการวิจัยเชิงปฏิบัติการ ในชั้นเรียนที่ดำเนินการเป็นวงจรและเอื้อต่อการเปลี่ยน แผนการจัดการเรียนรู้ เมื่อผู้วิจัยได้ข้อมูลใหม่เพิ่มขึ้น เพื่อช่วยพัฒนาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้น การปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทาง คณิตศาสตร์และส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตาม ขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทาง คณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนแผนการเรียน วิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2. เพื่อศึกษาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของ นักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิต วิเคราะห์

วิธีดำเนินการวิจัย

รูปแบบการวิจัย

งานวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการใน ชั้นเรียน โดยนำหลักการและขั้นตอนของการวิจัย ปฏิบัติการตามแนวคิดของ Kemmis (1998 cited in Wongwanich, 2014) มาเป็นแนวทางในการดำเนินการ

วิจัยซึ่งมีขั้นตอน 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นวางแผน (Plan) เป็นการวางแผนหลังจากที่ทำการวิเคราะห์และกำหนด ประเด็นปัญหาที่ชัดเจนแล้ว 2) ขั้นปฏิบัติการ (Act) เป็น การปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ 3) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) คือการสังเกตผลที่เกิดขึ้นตั้งแต่เริ่มจนสิ้นสุด การปฏิบัติงาน และ 4) ขั้นสะท้อนผล (Reflect) เพื่อ ปรับปรุงแก้ไขการปฏิบัติงานที่ผ่านมา ผู้วิจัยได้ดำเนินการ ตามขั้นตอนของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ มีลักษณะทำซ้ำ เป็นวงจรปฏิบัติการทั้งหมด 3 รอบ ในแต่ละวงจร ปฏิบัติการจะใช้แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 1 แผน และหลังจากการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยประเมินนักเรียนโดยใช้แบบวัดการคิดเชิง คณิตศาสตร์ โดยใช้เวลา 1 ชั่วโมง

กลุ่มที่ศึกษา

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนที่ เน้นวิทยาศาสตร์ของโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดกลางแห่ง หนึ่งในเขตภาคเหนือตอนล่าง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 25 คน ซึ่งได้จากการเลือกแบบเจาะจง เป็นกลุ่มนักเรียนที่ผู้วิจัยพบปัญหาการวิจัยและเป็น ผู้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ด้วยตนเองและเพื่อความ สะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือและการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ใบกิจกรรม แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และแบบวัดการคิด เชิงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้จัดทำขึ้นและให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบคุณภาพ ประกอบด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา จำนวน 1 ท่าน และ ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ตอนปลายซึ่งมีประสบการณ์สอนไม่ต่ำกว่า 10 ปี โดยมี รายละเอียดของเครื่องมือและการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ จำนวน 3 แผน ดังนี้ วงกลม วงรี และพาราโบลา ในแต่ละแผนจะจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ จำนวน 5 ชั่วโมง ต่อแผนการจัดการเรียนรู้

2. ใบกิจกรรม เป็นส่วนหนึ่งของแผนการจัดการเรียนรู้ สำหรับให้นักเรียนทำเป็นรายกลุ่มระหว่างจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีลักษณะเป็นแบบเขียนตอบอิสระ ให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย แสดงแนวคิดและการแก้ปัญหาจากงานทางคณิตศาสตร์ในใบกิจกรรม พร้อมทั้งสร้างคำถามย่อยตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ซึ่งประกอบด้วย 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การดำเนินการแก้ปัญหา และ 3) การสรุปคำตอบ โดยผู้วิจัยจะประเมินแต่ละองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์จากพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกตามขั้นตอนการแก้ปัญหาดังกล่าว ผู้วิจัยนำใบกิจกรรมไปตรวจสอบคุณภาพพร้อมกับแผนการจัดการเรียนรู้และปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

3. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยขณะที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยมีผู้ร่วมสังเกตการณ์ คือ ครูผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน และผู้วิจัยเป็นผู้บันทึกผลการสังเกตโดยหัวข้อในการสังเกตการจัดการเรียนรู้ แยกเป็นแต่ละขั้นการปฏิบัติที่มีต่อองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์และผู้เชี่ยวชาญแนะนำให้เพิ่มส่วนคำชี้แนะเพิ่มเติมข้อดี ข้อเสียลงไปในแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ด้วย ข้อมูลที่ได้จะนำมาวิเคราะห์และเขียนสรุปเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์

4. แบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ เพื่อใช้วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนเมื่อสิ้นสุดแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 3 แผน ซึ่งมี

รูปแบบการเขียนตอบอิสระจำนวน 3 ข้อ สำหรับให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล เพื่อนำผลคะแนนไปทำการวิเคราะห์เชิงปริมาณโดยเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม ผู้วิจัยนำแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไปให้ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจสอบคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ตรวจสอบคุณภาพ และปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

การวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลที่ได้จากเครื่องมือวิจัยแต่ละตัวจะถูกนำมาวิเคราะห์เชิงคุณภาพ ด้วยวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงเนื้อหา เพื่อตอบวัตถุประสงค์ของงานวิจัย มีรายละเอียดดังนี้

1. ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ โดยการจัดกลุ่มของเนื้อหา ให้รหัสแล้วเขียนสรุปประเด็น เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์

2. ใบกิจกรรมและแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมโดยศึกษาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรมและแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ มาตรวจและวิเคราะห์ข้อมูลด้วยเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกประเด็น (Analytic Scoring) ปรับปรุงจากเกณฑ์รูบรีคสำหรับวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของ Tulsitha et al. (2018) แบ่งออกเป็น 4 ระดับคุณภาพ คือ ดีมาก ดี ปานกลาง และน้อย ดังตัวอย่างที่แสดงในตารางที่ 1 เพื่อวิเคราะห์ผลการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยอาศัยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา ซึ่งมีความน่าเชื่อถือของข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยวิธีตรวจสอบสามเส้า (Triangulation) สำหรับการเก็บข้อมูลชนิดเดียวกัน แต่รวบรวมข้อมูลโดยใช้เครื่องมือวิจัยมากกว่า 1 ชนิด

ตารางที่ 1 แสดงระดับคุณภาพของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา

ระดับ คุณภาพ	ลักษณะการตอบของนักเรียนที่แสดงการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา
ดีมาก (3)	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน โดยขยายความตามความเข้าใจหรือใช้ภาษาของตนเอง และดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้หรือคิดคำนวณได้ถูกต้อง และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
ดี (2)	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน โดยระบุเพียงข้อโน้ตหรือ วิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นคำสั้นๆ และดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้หรือคิดคำนวณได้ถูกต้อง แต่การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ยังไม่สมบูรณ์
ปานกลาง (1)	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถาม โดยการคัดลอกข้อความจากโจทย์มาเขียนตอบและ ไม่อธิบาย ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วนหรือมีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาแต่ไม่สำเร็จ
น้อย (0)	บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และบอกสิ่งที่โจทย์ถามไม่สมบูรณ์หรือไม่ทำเลย ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาเลย สรุปคำตอบไม่ถูกต้องและไม่ครบถ้วน หรือไม่สรุปคำตอบ

ผลการวิจัย

ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิจัยเป็น 2 ส่วน ดังนี้

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสโตนที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ พบว่า งานทางคณิตศาสตร์บางงานไม่สามารถส่งเสริมให้เกิดการอภิปรายเปรียบเทียบวิธีการและคำตอบร่วมกันได้ เช่น ครูกำหนดประเด็นการอภิปราย “วงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง $C(h,k)$ และรัศมียาว r หน่วย แล้วจะสร้างสมการที่มีกราฟเป็นรูปวงกลมนี้ ได้อย่างไร” นักเรียนทุกกลุ่มจะมีแนวคิดไปในทางเดียวกัน คือ การใช้สูตรการหาระยะทางระหว่างจุด $C(h,k)$ และ จุด $P(x,y)$ ใด ๆ บนวงกลม จนได้สมการที่แสดงความสัมพันธ์ของระยะทางระหว่างสองจุดนั้นและรัศมีของวงกลม ด้วยเหตุนี้ในวงจรปฏิบัติการต่อไป ผู้วิจัยจึงกำหนดประเด็นการอภิปรายที่เน้นการใช้แนวคิดหรือวิธีการ เพื่อแก้ปัญหาหาข้อสรุปร่วมกัน โดยเน้นใช้คำถามระดับสูง เช่น “ทำไมถึงเลือกคำตอบนี้” “ทราบได้อย่างไร

ว่าคำตอบนี้ถูกต้อง” เช่น กิจกรรมพับเพื่อรู้จักวงรี เป็นกิจกรรมที่เน้นการปฏิบัติ (Hands On) แล้วให้นักเรียนอภิปรายเพื่อร่วมกันกำหนดนิยามของวงรีและอธิบายว่าเพราะเหตุใดจึงให้ความหมายเช่นนั้น เพื่อให้นักเรียนได้สำรวจ ได้ใช้แนวคิดหรือกลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย และช่วยให้นักเรียนสามารถบรรลุตามเป้าหมายการเรียนรู้ได้

อีกทั้งยังพบว่า งานทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เหมาะสม สำหรับการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ คือ งานที่ยากเกินไป เช่น “เรามาหาสมการวงรีกันดีกว่า” ซึ่งผู้วิจัยออกแบบงานโดยมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนได้ร่วมกันใช้ความรู้เดิมเรื่องการหาระยะทางระหว่างจุดผนวกกับนิยามของวงรีที่ได้เรียนผ่านมา ในการสร้างสมการรูปแบบมาตรฐานของวงรี โดยคาดการณ์แนวคิดที่หลากหลายของนักเรียน ก็คือ นักเรียนใช้วงรีที่มีแกนเอกขนานกับแกน X หรือ แกน Y เป็นตัวแบบในการศึกษา แต่ก็พบปัญหา คือ การสร้างสมการวงรีนั้นมีความซับซ้อนของการคำนวณตามขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ มากกว่าสมการวงกลม แม้นักเรียนบางคนจะระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาได้ระบุความสอดคล้องระหว่างสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบกับ

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องได้ถูกต้อง แต่ก็ไม่สามารถแก้ปัญหาและสรุปคำตอบได้ครบถ้วนตามประเด็นที่ปัญหาต้องการทราบ ดังนั้นในวงจรปฏิบัติการต่อไป ผู้วิจัยจึงจำเป็นต้องออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่ท้าทายความสามารถ แต่ต้องเป็นงานที่นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้ โดยต้องใช้ความรู้เดิม

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ พบว่า ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ครูเน้นการนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนร่วมกันอ่านและศึกษาใบกิจกรรมด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจสถานการณ์จากใบกิจกรรม จึงยกมือชักถามเพื่อให้ครูช่วยอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับเงื่อนไขของปัญหา ในวงจรปฏิบัติการต่อไป ครูจึงพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยเพิ่มบทบาทของครูในการนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การอธิบายรายละเอียดของงานควบคู่กันไป ซึ่งหลังจากนั้นพบว่านักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับแนวปฏิบัติการในการจัดการเรียนรู้ โดยสามารถเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง สะท้อนได้จากการที่มีนักเรียนบางกลุ่มถามครูทันทีหลังจากได้รับใบกิจกรรมว่า “คาบนี้ครูจะให้พูดเรื่องอะไรคะ...” พร้อมทั้งเปิดไปอ่านประเด็นคำถามหรือประเด็นการอภิปราย ก่อนที่ผู้วิจัยจะทบทวนความรู้และอธิบายงานทางคณิตศาสตร์เสร็จสิ้น ทำให้บทบาทของครูในการนำเข้าสู่งานลดลง แต่ครูก็ยังคงต้องกระตุ้นความรู้เดิมและคอยสังเกตพฤติกรรมการเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพราะว่ามีบางกลุ่มไม่สามารถเข้าสู่งานได้ด้วยตนเอง และในวงจรปฏิบัติการต่อมาพบว่านักเรียนสามารถเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเองโดยใช้ความรู้และประสบการณ์เดิม ผ่านการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ดังนั้นบทบาทของครูในการนำเข้าสู่งานจึงควรปรับเปลี่ยนไปตามสภาพจริงของนักเรียน

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูเดินสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทุกกลุ่ม เพื่อกำกับและ

ติดตามการทำงานของนักเรียน ในระยะแรกครูพยายามเน้นบทบาทการกำกับและติดตามเพื่อประเมินแนวคิดหรือพฤติกรรมของนักเรียนเท่านั้น คือ 1) สังเกตการนำความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ 2) พิจารณาแนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้เหมาะสมหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูกต้องหรือไม่เหมาะสมครูดำเนินการแก้ไข และ 3) สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ แต่เมื่อครูเดินสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนและพบว่านักเรียนไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาหรือทำงานให้บรรลุเป้าหมายได้ ครูจึงใช้คำถามหรือคำแนะนำเพื่อสนับสนุนช่วยเหลือการทำงานและการแก้ปัญหาของนักเรียน ดังนั้นในวงจรปฏิบัติการต่อมา ผู้วิจัยพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ให้สมบูรณ์มีความสอดคล้องกับบทบาทของครูในชั้นเรียน โดยเน้นการเดินสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ควบคู่กับใช้คำถามหรือคำแนะนำเพื่อสนับสนุนช่วยเหลือการทำงานและการแก้ปัญหาของนักเรียน สังเกตการนำความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้ พิจารณาแนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้ หากพบว่าความรู้เดิมที่นักเรียนนำมาใช้ไม่ถูกต้องหรือไม่เหมาะสม ครูแก้ไขโดยการให้คำถามเพื่อระลึกถึงกระบวนการทำงานทางคณิตศาสตร์ และในวงจรปฏิบัติการที่ 2 – 3 เมื่อครูพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้และบทบาทในชั้นเรียนตามที่กล่าวมาแล้ว พบว่านักเรียนทุกกลุ่มสามารถทำงานทางคณิตศาสตร์ในใบงานดำเนินการแก้ปัญหา ให้เหตุผลประกอบการตอบคำถามและนำเสนอตัวแทนความคิดของตนเองและกลุ่มให้บรรลุตามเป้าหมายของงานได้

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 โดยทั่วไปครูจะจัดลำดับการอภิปราย โดยให้นักเรียนกลุ่มที่มีแนวคิดหรือวิธีการทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดน้อยได้นำอภิปรายก่อนและนำเสนอครบทุกกลุ่ม ตามแนวทางที่ได้ศึกษาจากการทบทวนวรรณกรรมของผู้วิจัย ทำให้กลุ่มนักเรียนลำดับท้าย ๆ ได้มีโอกาสพัฒนาแนวคิดหรือ

คำตอบของกลุ่มให้มีความสมบูรณ์มากขึ้น แต่ปัญหาที่พบคือ นักเรียนบางกลุ่มที่มีแนวคิดที่คล้ายกัน เมื่อจัดให้นักเรียนได้อภิปรายครบทุกกลุ่ม ทำให้ระยะเวลาไม่เพียงพอ ครูจึงเลือกงานของนักเรียนที่ช่วยให้เกิดการอภิปรายเชิงคณิตศาสตร์ตามวัตถุประสงค์ของบทเรียน ให้ตัวแทนกลุ่มที่มีแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันออกมานำเสนอเพื่อให้นักเรียนในชั้นเรียนได้เรียนรู้ผลการแก้ปัญหาด้วยแนวคิดที่หลากหลาย โดยไม่ต้องให้นักเรียนนำเสนอผลงานครบทุกกลุ่ม การสะท้อนผลการปฏิบัติ พบว่า เมื่อผู้วิจัยใช้เทคนิคการเสริมแรงเพื่อสร้างบรรยากาศการแข่งขันในห้องเรียนโดยการกล่าวชื่นชมและให้คะแนนพิเศษแก่นักเรียนกลุ่มที่อาจสามารถนำเสนองานในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้วิจัยพบว่านักเรียนจะสามารถนำเสนองานของกลุ่มตามความสมัครใจทุกคาบ ทำให้บทบาทของครูในการคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนลดลง

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ ขั้นนี้เป็นขั้นการปฏิบัติที่สำคัญเพราะว่าเป็นขั้นสรุปรวบยอดแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือผลจากการทำงานกลุ่มในลักษณะการนำเสนอการแก้โจทย์ปัญหามุ่งหน้าชั้นเรียนเท่านั้น ไม่เกิดการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือจากการวิเคราะห์แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่า ไม่พบการโต้ตอบระหว่างนักเรียนกับนักเรียน หรือ การโต้ตอบระหว่างครูกับนักเรียน ผู้วิจัยจึงพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ โดยเน้นการใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน เพื่อให้

นักเรียนได้แสดงแนวคิดผ่านการพูด เช่น เห็นด้วยกับนิยามของพาราโบลาที่เพื่อนนำเสนอหรือไม่เพราะเหตุใด มีกลุ่มไหนจะเพิ่มเติมสมการรูปแบบมาตรฐานวงรีที่เพื่อนพูดหรือไม่ เป็นต้น และการใช้คำถามให้นักเรียนได้เปรียบเทียบความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 เรื่อง วงรี พบว่า มีนักเรียนนำเสนอสมการรูปแบบมาตรฐานของวงรีที่มีแกนเอกอยู่บนแกน Y คือ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ โดยที่ $b > a$ และ อีกกลุ่มหนึ่งนำเสนอสมการ $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ โดยที่ $a > b$ ทำให้ครูต้องใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างของสมการดังกล่าว

2. ผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสโตนที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ที่มีผลต่อการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ผลการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 3 องค์ประกอบ วิเคราะห์การเขียนคำตอบของนักเรียนจากใบกิจกรรม โดยใช้การจัดกลุ่มคำตอบตามเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกประเด็น

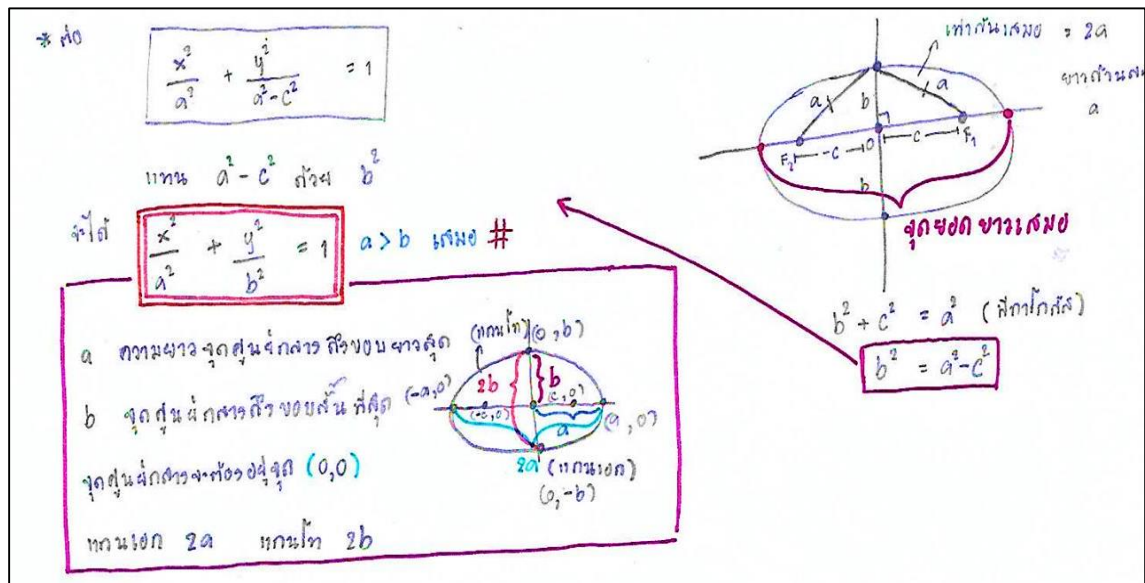
2.1 ด้านการแก้ปัญหา ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับดี เนื่องจากนักเรียนสามารถระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาได้ถูกต้องและครบถ้วน โดยนักเรียนนำเสนอตัวแทนความคิดโดยการวาดรูปเพื่อทำความเข้าใจปัญหา ระบุเงื่อนไขของปัญหาด้วยการเรียบเรียง ข้อความของปัญหามาใหม่จากความเข้าใจของตนเอง ดังภาพที่ 1

จากภาพที่ 2 ตัวอย่างความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาในระดับดีมาก เนื่องจากนักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการรูปแบบมาตรฐานของวงรี เพื่อหาความยาวแกนเอกและความยาวแกนโทของวงรี การคำนวณหาจุดโฟกัสโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และหาระยะตัดแกน X และระยะตัดแกน Y โดยการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง

2.2 ด้านการให้เหตุผล สามารถแบ่งประเด็นการพิจารณาตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ได้แก่ การอธิบายเหตุผลของการนำความรู้หรือข้อมูลมาใช้ในการทำความเข้าใจปัญหา การอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหา และการอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหา ซึ่งมีผลการวิจัยดังนี้ จากการวิเคราะห์ใบกิจกรรมในขณะการจัดการเรียนรู้ พบว่า 1) การอธิบายเหตุผลของการนำความรู้หรือข้อมูลมาใช้ในการทำความเข้าใจปัญหาพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการอธิบายเหตุผลของการนำความรู้หรือข้อมูลมาใช้ในการทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับปานกลาง กล่าวคือ นักเรียนส่วนใหญ่ระบุความสอดคล้องระหว่างสิ่งที่ปัญหามุ่งต้องการทราบกับเงื่อนไขของปัญหา และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องได้ถูกต้องเพียงบางส่วน โดยนักเรียนสามารถระบุข้อความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาข้อนั้นได้ แต่ยังบอกเหตุผลของการเลือกใช้ความรู้ดังกล่าวได้ไม่สมบูรณ์ 2) การอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับปานกลาง เนื่องจากนักเรียนสามารถอธิบายการดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล โดยการระบุสูตรที่ใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาไว้ในแต่ละบรรทัด ซึ่งแสดงถึงความสมเหตุสมผลของการจัดรูปแบบการว่านักเรียนกำลังใช้สูตรใดในระหว่างขั้นตอนใดของ

การดำเนินการ 3) การอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาอยู่ในระดับดี เนื่องจากนักเรียนได้ แสดงความสมเหตุสมผลด้วยการนำคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหา มาแทนค่าในสมการที่เป็นเงื่อนไขของปัญหา เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ หลังการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนจากแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ (จำนวน 20 คน คิดเป็นร้อยละ 80) แสดงการให้เหตุผลทั้งสามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ได้แก่ การอธิบายเหตุผลของการนำความรู้หรือข้อมูลมาใช้ในการทำความเข้าใจปัญหา การอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหา และการอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหา อยู่ในระดับดี ทั้งสามขั้นตอน

2.3 ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดสามารถแบ่งประเด็นการประเมินตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ได้แก่ การนำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา การนำเสนอตัวแทนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหา และการนำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อสรุปคำตอบของปัญหา ซึ่งจากการวิเคราะห์ใบกิจกรรมในขณะการจัดการเรียนรู้ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีการนำเสนอตัวแทนความคิดอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากเขียนแผนภาพ วาดรูป หรือกำหนดสัญลักษณ์จากปัญหา เพื่อระบุสิ่งที่ปัญหามุ่งต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหา ได้อย่างเหมาะสมและสื่อความหมายได้อย่างชัดเจน โดยนักเรียนทุกคนใช้การขีดเส้นใต้หรือวงกลมข้อความที่อยู่ในโจทย์ปัญหา สามารถนำเสนอสัญลักษณ์ทางเรขาคณิต รูปภาพหรือข้อความเกี่ยวกับเรขาคณิตมาแสดงการแก้ปัญหาและสรุปคำตอบของปัญหาได้อย่างเหมาะสมและสื่อความหมายได้อย่างชัดเจน ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 ตัวอย่างการนำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหา

นอกจากนั้นผู้วิจัยนำเสนอข้อมูลคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนการปฏิบัติ 5 ขั้น ของสไลด์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงข้อมูลคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

การทดสอบ	คะแนนเต็ม	คะแนนผ่านเกณฑ์	คะแนนสูงสุด	คะแนนต่ำสุด	ค่าเฉลี่ย (μ)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ)	ร้อยละของคะแนนเฉลี่ย
หลังเรียน	54	38	50	26	41.64	7.16	77.11

จากตารางที่ 2 แสดงข้อมูลของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้ด้วยขั้นตอนการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไลด์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ มีคะแนนสูงสุดเท่ากับ 50 คะแนน คะแนนต่ำสุดเท่ากับ 20 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.16 และคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 41.64 คิดเป็นร้อยละ 77.11 ซึ่งแสดงว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์สูงกว่า ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

อภิปรายผลการวิจัย

ผลการวิจัยข้างต้นแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไลด์ที่เน้น

การอภิปรายทางคณิตศาสตร์ สามารถส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ โดยมีแนวทางการจัดการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนการปฏิบัติที่ 1 มุ่งเน้นการออกแบบและคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่สามารถส่งเสริมให้เกิดการอภิปรายเปรียบเทียบวิธีการและคำตอบร่วมกันได้ การกำหนดประเด็นการอภิปรายที่เน้นการแสดงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลาย ออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่ท้าทายความสามารถของนักเรียน แต่ต้องเป็นงานที่นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้ โดยต้องใช้ความรู้เดิม งานที่เป็นโจทย์ปัญหา ควรเป็นปัญหาปลายเปิดเชิงกระบวนการ ดังนั้น แนวทางการออกแบบ

งานทางคณิตศาสตร์จากงานวิจัยนี้ ได้แสดงให้เห็นการให้ความสำคัญต่อการคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ ต้องเป็นงานที่เปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลายและแตกต่างกันส่งผลให้นักเรียนสามารถค้นหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับ Cai & Lester (2010) ที่ได้นำเสนองานทางคณิตศาสตร์ที่ครอบคลุมหมายให้นักเรียนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรเป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสามารถใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน นอกจากนี้ ยังสอดคล้องกับ The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (2003) ที่ได้นำเสนอลักษณะงานที่นักเรียนได้รับมอบหมาย ต้องเป็นงานที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการค้นหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมายและเป็นการแสดงถึงความรู้ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 นำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบที่เหมาะสมกับนักเรียน ควรปรับเปลี่ยนไปตามสภาพจริงของนักเรียน ครูควรเน้นการกระตุ้นความรู้เดิมและการตรวจสอบความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน บทบาทหลักของนักเรียนจากงานวิจัยนี้ ซึ่งเป็นนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ คือการให้นักเรียนอ่านใบกิจกรรมและเข้าสู่ปัญหาด้วยตนเอง แล้วให้นักเรียนอภิปรายในกลุ่มเล็กเพื่อหายุทธวิธีในการแก้ปัญหาย่างหลากหลายในการแก้ปัญหา ตามความสามารถของนักเรียนที่มีอยู่ ทั้งนี้สิ่งสำคัญที่ช่วยให้นักเรียนเข้าสู่ปัญหาเองได้ก็คือ คำสั่งหรือปัญหาเชิงปลายเปิดที่สนับสนุนให้นักเรียนหายุทธวิธีการแก้ปัญหามากมาย นำไปสู่การอภิปรายทั้งชั้นเรียนได้ สอดคล้องกับคำกล่าวของ Wilson (1996) ที่ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการลงมือปฏิบัติจริงเป็นการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยอาศัยการใช้ความรู้เดิมที่มีมาก่อน และจากการที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง เพื่อนำไปสู่

การสร้างความรู้ใหม่ ทำให้นักเรียนได้คิดวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้ทดสอบแนวคิดใหม่ ๆ ร่วมกับผู้อื่น และได้เสนอวิธีแก้ปัญหาที่ดีที่สุดที่ตนเองสามารถคิดค้นขึ้นมาได้ และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2014) ที่ได้นำเสนอการใช้งานทางคณิตศาสตร์ในการส่งเสริมการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา โดยการใช้งานทางคณิตศาสตร์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนมีประสิทธิภาพขึ้น และก็เป็นอีกวิธีหนึ่งที่สามารถกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการลงมือปฏิบัติจริง โดยครูจะเป็นผู้คอยกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดแนวทาง และสามารถแก้ปัญหาด้วยตนเอง

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 ครูควรให้คำแนะนำนักเรียนระหว่างการติดตามขณะที่นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม สังเกตการทำงานอย่างระมัดระวัง และพยายามที่จะเข้าใจการคิดของนักเรียน ครูต้องใช้คำถามเพื่อสนับสนุนช่วยเหลือการทำงานของนักเรียน เมื่อนักเรียนไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปได้ บทบาทที่สำคัญของครูคือส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการด้วยตนเอง พยายามทำความเข้าใจและตรวจสอบความรู้เดิมหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ โดยการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ สนับสนุนให้เกิดการคิดเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้คำถาม นักเรียนแสดงวิธีการคิดลงในใบกิจกรรม ทำให้ครูนำเอาแนวคิดที่นักเรียนได้รับไปใช้ในการออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ในบทเรียนต่อไปเพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้น แสดงให้เห็นการให้ความสำคัญกับการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเชิงการสอนจนทำให้ชั้นเรียนเกิดการเปลี่ยนแปลง สอดคล้องกับ Stenberg et al. (2004) ได้ศึกษาเกี่ยวกับ การใช้วิธีการสืบสอบ ในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนกับการเปลี่ยนแปลง ครูพบว่า ปัจจัยที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงครูนั้นเกิดจากการมีส่วนร่วมในการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการสื่อสาร การทำให้เกิดการสนทนา การสื่อสารระหว่าง

ครูกับนักเรียน และนักเรียนกับนักเรียนในขณะที่มีการแก้ปัญหา เป็นกระบวนการเพื่อให้เกิดการสะท้อนกลับ การโต้แย้งและการวัดความรู้ใหม่

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 เป็นขั้นการปฏิบัติที่มีความสำคัญไม่ต่างจากแนวปฏิบัติอื่น เนื่องจากการที่ครูได้คัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน จัดลำดับการนำเสนอและอภิปรายอย่างเหมาะสม ทำให้นักเรียนสร้างแนวคิดใหม่จากการขยายและพัฒนาแนวคิดผ่านการเรียบเรียงที่หลากหลายของผู้อื่น การเปรียบเทียบความเหมือนหรือความต่างของแนวคิด โดยครูควรลดบทบาทของตนเองในขั้นนี้ให้มากที่สุด เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญสอดคล้องกับ Namiki & Shimizu (2012) ได้กล่าวถึง ธรรมชาติของงานทางคณิตศาสตร์ในลำดับการสอน บทบาทและความสัมพันธ์ของการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ต้องพิจารณาเกี่ยวกับเนื้อหาของประสบการณ์ในชั้นเรียนที่เกิดขึ้นก่อนหน้าของบทเรียน และยังสอดคล้องกับ คำกล่าวของ Phiphitthakun (1996) ที่ได้กล่าวไว้ว่า กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้จากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยาก เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 ครูทำหน้าที่อำนวยความสะดวกในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่าง ๆ และเชื่อมโยงไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ ผ่านการใช้คำถามอภิปรายสรุปตอนท้าย เน้นการพูดแลกเปลี่ยนอธิบายความคิดและข้อสรุปจากการทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ ครูคอยกระตุ้นและเปรียบเทียบวิธีการหรือคำตอบของนักเรียน ใช้คำถามอภิปรายสรุป ในขั้นนี้มีความจำเป็นในการส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เพราะเป็นการส่งเสริมโอกาสในการสะท้อนและตระหนักถึงความเป็นจริงเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้เห็นถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายของเพื่อน ได้ทำความเข้าใจแนวคิดและตรวจสอบความถูกต้องของแนวคิดหรือ

วิธีการทั้งของตนเองและเพื่อน รวมถึงได้ฝึกเชื่อมโยงข้อมูลและข้อสรุปต่าง ๆ มาสร้างเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และฝึกใช้ความรู้ที่สร้างขึ้นอย่างเป็นระบบ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Lloyd (1999) ได้กล่าวว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ครูต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวคิด ขั้นตอนวิธีการในการแก้ปัญหาร่วมกัน รวมทั้งการตั้งคำถามที่เกี่ยวข้องกับยุทธวิธีแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับแนวคิดของ Stigler et al. (2000) ที่ได้กล่าวว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นักเรียนควรได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนแนวคิด การอธิบายแสดงแนวคิด และร่วมกันวิเคราะห์เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา จะทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาศามารถในการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ และยังทำให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเองได้ดีกว่าการจัดการเรียนรู้ในรูปแบบเดิมที่ครูเน้นการอธิบาย และสาธิตขั้นตอนวิธีการก่อนลงมือแก้ปัญหา

ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสโตนที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์สามารถส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้ โดยการเรียนรู้ต้องมีนักเรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียนรู้ ส่วนผู้สอนจะทำหน้าที่เป็นผู้ชี้แนะหรือให้คำปรึกษาเท่านั้น และให้นักเรียนแสดงแนวคิดเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์ในกระบวนการทำงานอย่างเต็มที่ เพื่อให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลและการนำเสนอตัวแทนความคิดที่แตกต่างผ่านการพูด การวาด การเขียน ในการทำความเข้าใจและดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างอิสระเพื่อให้นักเรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยขั้นการปฏิบัติที่ 2 3 และ 5 เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนได้ฝึกใช้ความรู้ความเข้าใจเพื่อนำไปสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และสรุปความรู้ด้วยความเข้าใจของตนเอง ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ร่วมกันฝึกคิดหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด ซึ่งส่งผลให้นักเรียนมีพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Bruner (1960) ที่

กล่าวว่า การให้นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเองเป็นวิธีการที่ช่วยสนับสนุนให้นักเรียนได้เกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียน และสามารถนำไปประยุกต์ในสถานการณ์ใหม่ได้ และยังสอดคล้องกับ NCTM (2000) ที่กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ทำได้โดยเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ร่วมกับการฝึกการรู้คิด (Metacognition) และได้เสนอหลักการเรียนรู้ไว่ว่านักเรียนต้องเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ และสอดคล้องกับงานวิจัยที่ใช้แนวคิดของสไตน์ในการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ งานวิจัยของ Groth (2015) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการใช้โมเดลของสไตน์เพื่อสนับสนุนการอภิปรายทางสถิติ พบว่า ห้องที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลของสไตน์นั้น นักเรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัดและสูงกว่าห้องที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Young (2015) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการใช้โมเดลของสไตน์ในการจัดการเรียนการสอนกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า โมเดลของสไตน์ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระที่ดีขึ้น

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้

1.1 การจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมที่เน้นการใช้แนวคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหาและเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากการทำงานทางคณิตศาสตร์ จากการวิจัยพบว่างานทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนใช้แนวคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหาและเปรียบเทียบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ควรเป็นสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดเชิงกระบวนการ ดังนั้นครูผู้สอนควรออกแบบและคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่อาศัยการใช้ขั้นตอนวิธีดำเนินการ หรืองานที่ต้องใช้ความคิดขั้นสูง เน้นการลงมือทำ และใช้ความรู้

ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เพื่อให้ค้นพบและเรียนรู้แนวคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

1.2 การจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนอภิปรายและเชื่อมโยงความรู้และประสบการณ์เดิม เพื่อสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ดังนั้น งานทางคณิตศาสตร์ในกิจกรรม หรือ สื่อประกอบการจัดการเรียนรู้ จะต้องมิลักษณะของการสืบสอบหาคำตอบโดยได้ร่วมกันคิด หรือเป็นโจทย์ปัญหาและใช้คำถามเชิงอุปนัย เพื่อให้นักเรียนได้สรุปและสร้างข้อค้นพบหรือความรู้ใหม่ด้วยตนเองได้

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 การจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ เป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เน้นบทบาทของครู ดังนั้นในการทำวิจัยครั้งต่อไป ผู้วิจัยควรศึกษาบทบาทของครูในแต่ละขั้นการปฏิบัติร่วมกับการศึกษาชั้นเรียนเพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับบริบทของนักเรียนและการศึกษาชั้นเรียนจะทำให้เกิดการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และพัฒนาวิชาชีพครูร่วมกัน

2.2 การจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนต้องมีบทบาทสำคัญที่จะน่านักเรียนไปสู่การคิดทำความเข้าใจปัญหาและการแก้ปัญหา โดยเฉพาะการเลือกใช้คำถามกระตุ้นการคิดในแต่ละขั้น จะช่วยให้นักเรียนเกิดการคิด การอภิปราย การแลกเปลี่ยนเรียนรู้ และการทำงานร่วมกันจนบรรลุวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้ในการทำวิจัยครั้งต่อไป ผู้วิจัยอาจศึกษาการตั้งคำถามที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์

References

- Berinderjeet, K. & Lam, T.T. (2012). Reason, Communication and Connection in Mathematics. *Reasoning and Justification in the secondary Mathematics Classroom*. Singapore: World Scientific. 89–106. doi: <https://doi.org/10.1142/8466>.
- Bruner, J. (1960). *The process of education*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Cai, J. & Lester, F. (2010). *Why is teaching with problem solving important to student learning? (Problem Solving Research Brief)*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Chimmalee, B. (2007). *Effects of using higher order questions in organizing mathematics activities based on Fraivillig's approach of advancing children's mathematical thinking on mathematics problem solving ability and critical thinking ability of ninth grade students*. (Master's Degree Thesis). Bangkok: Chulalongkorn University. [in Thai]
- Groth, R. E. (2015). Using the five practices model to promote statistical discourse. *Teaching Statistics*, 37(1), 13–17.
- Khemmani, T. (1991). Thinking Development. *Journal of Education Studies*. 20, 19–13. [in Thai]
- Lloyd, G.M. (1999). Two teachers' conceptions of a reform-oriented curriculum: implications for mathematics teacher development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(3), 227 – 252.
- Makanong, A. (2010). *Mathematical Skills and Processes: The Development for Progress*. Bangkok: The Publisher of Chulalongkorn University. [in Thai]
- Ministry of Education. (2016). *Ministry of Education Strategic Plan Vol. 12 2017-2021*. Retrieved from <http://www.mue.go.th/users/bpp/main/download/plan/EducationPlan12.pdf>.
- Nabumrung, R. (2007). *Natural Ways of Mathematical Thinking on Multiplication and Division of Children Aged 7–10*. (Doctoral dissertation). Bangkok: Srinakharinwirot University. [in Thai]
- Namiki, R. & Shimizu, Y. (2012). On the nature of mathematical task in the sequence of Lessons. *Proceeding of the 12th International Congress on Mathematical Education*. Ed.8 –15 July, Seoul, Korea.
- Phiphitthakun, Y. (1996). *Learning and Teaching Mathematics*. Bangkok: Borpit Printing Company. [in Thai]
- Rumsey, C. & Langrall, W.C. (2016). Teaching Children Mathematics. *Promoting Mathematical Argumentation*, 22(7), 412–419.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Mathematical Thinking and Learning. *Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers move beyond show and tell*, 10(4), 313–340.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap: Best Ideas from the world's Teachers for Improving Education in the Classroom*. New York: The Free Press. 1999.

- Stigler, J., W, Gallimore, R. & Hiebert, J. (2000). Using Video Surveys to Compare Classrooms and Teaching Across Cultures: Examples and Lessons Form the TIMSS Video Studies. *Journal for Research in Educational Psychologist*, 32(2), 87–100.
- Suwannaphd, P. (2017). *The development of Thinking based on Mathematics activities*. Chonburi: Get Good Creation Co., Ltd. [in Thai]
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2003). *Mathematics Assessment*. Bangkok: Sri Mueang Printing. [in Thai]
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2012). *Professional Mathematics Teacher the Road to Success*. Bangkok: 3–Q Media. [in Thai]
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology.(2014). *Effects of teacher's learning management in Science, Mathematics and Technology for ninth grade students*. Retrieved from <https://drive.google.com/file/d/0BwqF5kq5b7zSSXhTRmgtUHBMSGM/view>.
- The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2014). *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All Produced.Implement Tasks That Promote Reasoning and Problem Solving*. Reston, Virginia: NCTM.
- The National Council of Teachers of Mathematics, NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Tulsitha, K., Supap,W. &Klin-eam, J. (2018). An Action Research on Developing Learning Management Based on Guided Discovery Method on Application of Trigonometry to Enhance Mathematical Thinking for 10th Grade Students. *Social Sciences Research and Academic Journal*, 12(36), 97–112. [in Thai]
- Wichamon, A., Srichompoo, S. & Inprasitha, M. (2017). Questioning to Enhance Mathematical Thinking of Students Grade 11 in Classroom Using Open Approach. *KKU Research Journal of Humanities and Social Sciences (Graduate Study)*, 5(3): 1–12 [in Thai]
- Wilson, B.G. (1996). *Constructivist learning environments: Case studies in instructional design*. Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology Publication.
- Wongwanich, S. (2014). *Classroom Action Research* (16thed.). Bangkok: The Publisher of ChulalongkornUniversity. as cited in Kemmis, S. (1998). *Action research*. Oxford: Pergamon. [in Thai].
- Young, J. S. (2015). *Orchestrating Mathematical Discussions: A Novice Teacher's Implementation of Five Practices to Develop Discourse Orchestration in a Sixth-Grade Classroom*. (Master's Degree thesis). Brigham Young University, Department of Teacher Education, Master of Arts.