

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น โดยใช้รูปแบบ SSCS

Guidelines for the Development of Mathematics Word Problem Solving Ability on Linear Programming Using SSCS Model

จักรพงษ์ ผิวนวน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา

Jakkaphong Piewnaun

Mathematics Department, Kasetsart University Laboratory School Center for Educational Research and Development

บทคัดย่อ

รูปแบบ SSCS เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้รูปแบบหนึ่งที่สามารถนำมาใช้พัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และให้นักเรียนใช้กระบวนการคิดอย่างมีเหตุผล โดยมีมุ่งให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเองและครูเป็นเพียงผู้แนะนำปัญหา และผู้แนะแนวทางให้นักเรียนค้นคว้าด้วยตนเอง ซึ่งรูปแบบ SSCS ได้รับการพัฒนาขึ้นโดย Pizzini, Shepardson, and Abell (1989) ประกอบด้วย ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน คือ 1) S: Search คือ ค้นคว้าข้อมูลจากโจทย์ปัญหา 2) S: Solve คือ แก้ไขปัญหา 3) C: Create คือ สร้างคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา และ 4) S: Share คือ แลกเปลี่ยนแนวทางการแก้ปัญหา

คำสำคัญ: สามารถแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รูปแบบ SSCS

Abstract

SSCS model is one of the learning models which can be used as a means to develop the students' learning achievements and Mathematics problem solving abilities. It also helps students to acquire logical thinking since students are encouraged to think by themselves while teachers act just as the problem proposers and the advisers. SSCS Model was developed by Pizzini, Shepardson, and Abell in 1989. Its learning process includes 4 stages: 1) S: Search stage is to find the data from the problem 2) S: Solve stage is to solve the problem solving 3) C: Create stage is to create the answer from solving problem and 4) S: Share stage is to share opinion of solving problem.

Keywords: Mathematics Word Problem Solving Ability, SSCS Model

บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจาก คณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (Minister of Education, 2017)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์มีความจำเป็นอย่างยิ่งต้องส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับนักเรียน เมื่อพิจารณาสภาพในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผ่านมา แม้ได้มีการปรับปรุงหลักสูตร สาระการเรียนรู้ เทคนิคและวิธีสอนอย่างต่อเนื่อง แต่ปัจจุบันพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับค่อนข้างต่ำ เห็นได้จากรายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขั้นพื้นฐานและการสอบวัดความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1) ปีการศึกษา 2560 ของ National Institute of Educational Testing Service (Public Organization) (2017) ที่ระบุว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ เฉลี่ยร้อยละ 24.64 ซึ่งจะเห็นได้ว่าคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 ถือว่าอยู่ในเกณฑ์ต่ำ และจากผลการประเมินการสอบวัดความถนัดทางคณิตศาสตร์ (PAT 1) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์

เฉลี่ย 48.45 คะแนน จากคะแนนเต็ม 300 คะแนน แสดงให้เห็นว่านักเรียนไทยยังประสบปัญหาการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก

เมื่อพิจารณาถึงสาเหตุของปัญหาด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยที่อยู่ในระดับต่ำสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนไทยยังมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ไม่ดี จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ให้อยู่ในระดับที่น่าพอใจ สาเหตุหนึ่งอาจมาจากนักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ ตามที่ The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (2007) กล่าวไว้ว่าในบางครั้งแม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี แต่ยังมีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ด้อยความสามารถในการแก้ปัญห การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเมื่อพิจารณาจุดมุ่งหมายของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดให้ความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาเพื่อให้เกิดกระบวนการคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่พบในชีวิตประจำวันได้ ดังนั้น การฝึกให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งต่อการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ และทราบขั้นตอนต่างๆ ในการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบตามที่ต้องการ ซึ่งสอดคล้องกับ National Council of Teachers of Mathematics (1989) ได้กล่าวไว้ว่าการแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาไม่ใช่เป็นหัวข้อเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่แยกออก แต่ควรเป็นกระบวนการที่สอดแทรกอยู่ในหลักสูตรที่มีการจัดสภาพการเรียนรู้ให้นักเรียนได้รับแนวคิด และทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

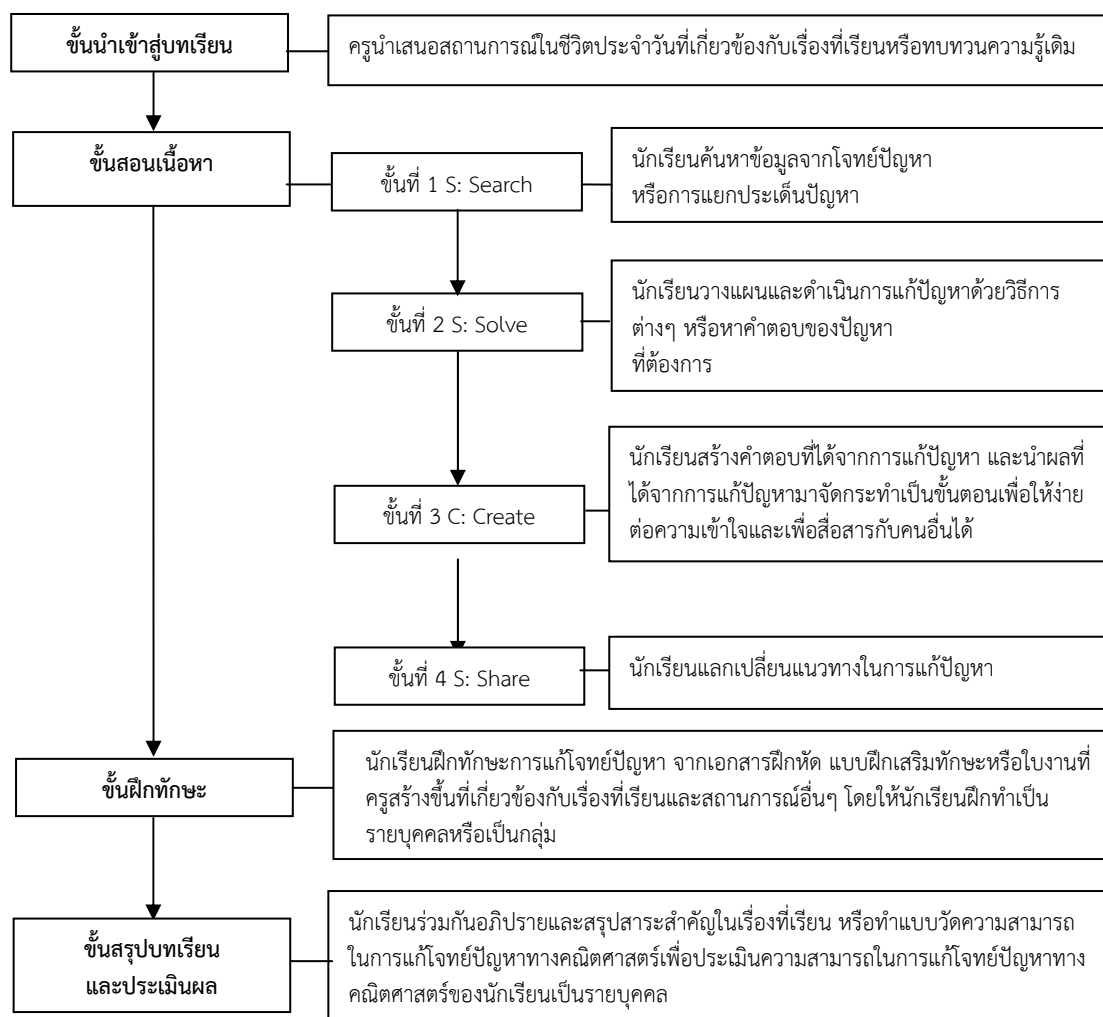
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้รูปแบบหนึ่งที่ครูสามารถนำมาใช้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้คือ รูปแบบ SSCS ซึ่งได้รับการพัฒนาขึ้นโดย Pizzini, Shepardson, and Abell (1989) รูปแบบ SSCS ประกอบด้วยกระบวนการจัดการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 S: Search ขั้นค้นหาข้อมูลจากโจทย์ปัญหา เป็นขั้นตอนการค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและการแยกแยะประเด็นปัญหา ขั้นที่ 2 S: Solve ขั้นแก้ปัญห

เกี่ยวกับปัญหาและการแยกแยะประเด็นปัญหา ขั้นที่ 2 S: Solve ขั้นแก้ปัญห เป็นขั้นตอนการวางแผนและการดำเนินการแก้ปัญหด้วยวิธีการต่างๆ ขั้นที่ 3 C: Create ขั้นสร้างคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญห เป็นขั้นตอนการนำผลที่ได้มาจัดกระทำเป็นขั้นตอน เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจ และเพื่อสื่อสารกับคนอื่นได้และขั้นที่ 4 S: Share ขั้นแลกเปลี่ยนแนวทางในการแก้ปัญห เป็นขั้นตอนการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลและวิธีการแก้ปัญห ซึ่งจากทั้งสี่ขั้นตอนจะเห็นได้ว่านักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหโดยใช้วิธีการที่หลากหลายในสถานการณ์ต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบและได้ฝึกการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารกับผู้อื่น ซึ่งสอดคล้องกับที่ Khotsombat and Lertamornpong (2015) ได้ศึกษาเรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “อสมการ” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้รูปแบบ SSCS ผลปรากฏว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “อสมการ” อยู่ในเกณฑ์ดี และนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จะเห็นได้ว่า รูปแบบ SSCS เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่ช่วยชี้นำความคิด แนวทางการอ่าน การแก้ปัญห และการแลกเปลี่ยนเรียนรู้จากคนอื่น อีกทั้งยังสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้และเร้าความสนใจในการเรียนได้เป็นอย่างดี ในแต่ละขั้นตอนของรูปแบบ SSCS สามารถใช้กระตุ้นให้นักเรียนคิด หาข้อมูล จัดลำดับความคิดในการแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบ ที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้วิเคราะห์โจทย์ปัญหาและคิดอย่างเป็นระบบ ทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้ชัดเจน เพื่อได้มาซึ่งคำตอบตามที่ต้องการ ในการนำขั้นตอนทั้งสี่ขั้นตอนดังกล่าวมาใช้จัดการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์นั้น สิ่งสำคัญคือการเลือกสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยครูควรเลือกสาระการเรียนรู้ให้เหมาะสม และเพื่อให้ผู้อ่านเกิดความเข้าใจที่ชัดเจน ผู้เขียนขอยกตัวอย่างสาระการเรียนรู้ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยจะนำเสนอขั้นตอนและลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยรูปแบบ SSCS ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบ SSCS และตัวอย่างโจทย์ปัญหาสำหรับใช้เป็นแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์พร้อมเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

ขั้นตอนและลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบ SSCS

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบ SSCS เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น มีแผนภูมิในการจัดกิจกรรม ดังนี้



ตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบ SSCS เรื่อง กำหนดการเชิงเส้นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับเรื่องกำหนดการเชิงเส้น ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน โดยครูเล่าเหตุการณ์ว่า “โรงงานแห่งหนึ่งสามารถผลิตเสื้อแจ็คเก็ตได้อย่างน้อยวันละ 32 ตัวและผลิตเสื้อหนึ่งได้อย่างน้อยวันละ 30 ตัว ทางโรงงานต้องการจ้างคนงานเพิ่ม ซึ่งมีผู้มาสมัครเข้าทำงาน 2 คน โดยคนแรกสามารถผลิตเสื้อแจ็คเก็ตได้ 4 ตัวและผลิตเสื้อหนึ่งได้ 5 ตัวในเวลาหนึ่งชั่วโมงและมีค่าแรง 110 บาทต่อชั่วโมง ส่วนคนที่สองสามารถผลิตเสื้อ

แจ็คเก็ตได้ 6 ตัวและผลิตเสื้อหนึ่งได้ 5 ตัว ในเวลาหนึ่งชั่วโมงและมีค่าแรง 100 บาทต่อชั่วโมง และใช้คำถามกับนักเรียน ดังนี้

1.1 ครูถามนักเรียนว่า “ถ้าโรงงานควรจะจ้างคนงานคนใดเข้าทำงาน และทำงานกี่ชั่วโมง เพื่อต้องการเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดจะมีวิธีการอย่างไรในการหาคำตอบ” (ในชีวิตประจำวันเรามักพบปัญหาเกี่ยวกับการใช้ทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดให้เกิดประโยชน์สูงสุด คำว่าทรัพยากรในที่นี้อาจหมายถึง เครื่องจักร กำลังคน วัตถุดิบ เวลา หรือเงินลงทุนก็ได้ ซึ่งวิธีการในการแก้ปัญหาดังกล่าว เราสามารถใช้วิธีการของกำหนดการเชิงเส้นเพื่อให้ทราบว่าควรตัดสินใจเกี่ยวกับการลงทุนอย่างไร จึงจะได้ผลกำไรสูงสุดภายใต้ข้อจำกัดและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่มีอยู่)

1.2 ครูให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างหนึ่ง สถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับเรื่องกำหนดการเชิงเส้น ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน

ขั้นสอนเนื้อหา

2. ครูยกตัวอย่างบนกระดานและให้นักเรียน พิจารณาโจทย์ปัญหาร่วมกัน ดังนี้

ร้านผลิตภัณฑ์ OTOP แห่งหนึ่งผลิตสบู่ดำและ แชมพูสมุนไพรทุกวัน โดยผลิตสบู่ดำและแชมพูสมุนไพร ทั้งสองอย่างไม่เกินวันละ 200 โหล และในแต่ละวัน ลูกค้าจะสั่งซื้อสบู่ดำอย่างน้อย 40 โหล และสั่งซื้อแชมพูสมุนไพรอย่างน้อย 80 โหล ถ้ากำไรจากการขายสบู่ดำ โหลละ 20 บาท และกำไรจากการขายแชมพูโหลละ 15 บาท อยากทราบว่าร้านจะต้องผลิตสบู่ดำและแชมพูสมุนไพรอย่างละกี่โหล จึงจะได้กำไรมากที่สุด และได้กำไรจากการขายสบู่ดำและแชมพูสมุนไพรทั้งหมดมากที่สุดเท่าใด

3. ครูให้นักเรียนวิเคราะห์และแก้โจทย์ปัญหา ร่วมกับครูโดยใช้รูปแบบ SSCS ดังนี้

3.1 ขั้นที่ 1 S: Search ขั้นค้นหาข้อมูลจาก โจทย์ปัญหา

3.1.1 ครูถามนักเรียนว่า “สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ มีอะไรบ้าง” จากนั้นครูสุ่มถามนักเรียนจำนวน 1 คนเพื่อ ตอบคำถาม

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ ร้านผลิตภัณฑ์ OTOP แห่งหนึ่งผลิตสบู่ดำและแชมพูสมุนไพรทุกวัน โดยผลิต สบู่ดำและแชมพูสมุนไพรทั้งสองอย่างไม่เกินวันละ 200 โหล และในแต่ละวันลูกค้าจะสั่งซื้อสบู่ดำอย่างน้อย 40 โหล และสั่งซื้อแชมพูสมุนไพรอย่างน้อย 80 โหล ถ้า กำไรจากการขายสบู่ดำโหลละ 20 บาท และกำไรจากการ ขายแชมพูโหลละ 15 บาท

3.1.2 ครูถามนักเรียนว่า “สิ่งที่โจทย์ต้องการคือ อะไร” จากนั้นครูสุ่มถามนักเรียน จำนวน 1 คนเพื่อตอบ คำถาม

สิ่งที่โจทย์ต้องการ คือ ร้านจะต้องผลิตสบู่ดำ และแชมพูสมุนไพรอย่างละกี่โหล จึงจะได้กำไรมากที่สุด และได้กำไรจากการขายสบู่ดำและแชมพูสมุนไพร ทั้งหมดมากที่สุดเท่าใด

3.2 ขั้นที่ 2 S: Solve ขั้นแก้ปัญหา

3.2.1 ครูถามนักเรียนว่า “นักเรียนวางแผน แก้ปัญหานี้อย่างไร” จากนั้นครูสุ่มถามนักเรียนจำนวน 1 คนเพื่อตอบคำถาม

การวางแผนแก้ปัญหานี้ คือ จากสิ่งที่โจทย์ ปัญหากำหนดให้นำมาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ระบบอสมการและฟังก์ชันจุดประสงค์ พร้อม เขียนกราฟของระบบอสมการข้อจำกัด เพื่อหาอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้

3.2.2 นักเรียนร่วมกันกำหนดตัวแปรจากสิ่งที่ โจทย์ต้องการ

กำหนดให้ P แทน กำไรสูงสุดที่ได้จากการขาย สบู่และแชมพูสมุนไพร
x แทน จำนวนโหลของสบู่ดำ
y แทน จำนวนโหลของแชมพูสมุนไพร

3.2.3 ครูให้นักเรียนร่วมกันสร้างแบบจำลองทาง คณิตศาสตร์ ได้แก่ ระบบอสมการและฟังก์ชันจุดประสงค์

3.2.3.1 ครูถามนักเรียนว่า “การผลิตสบู่ดำและ แชมพูสมุนไพรทั้งสองอย่าง

ไม่เกินวันละ 200 โหล สามารถสร้างเป็นอสมการ ได้อย่างไร” ($x + y \leq 200$)

3.2.3.2 ครูถามนักเรียนว่า “ในแต่ละวันลูกค้าจะ สั่งซื้อสบู่ดำอย่างน้อย 40 โหล และสั่งซื้อแชมพูสมุนไพร อย่างน้อย 80 โหล สามารถสร้างเป็นอสมการได้อย่างไร” ($x \geq 40$ และ $y \geq 80$) และถามนักเรียนอีกว่า “เงื่อนไขในการผลิต สบู่ดำและแชมพูสมุนไพร คืออสมการ อะไร” ($x \geq 0$ และ $y \geq 0$) จากนั้นครูอธิบาย เพิ่มเติมว่าจากเงื่อนไข $x \geq 40$ และ $y \geq 80$ ซึ่ง $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ แน่นอน

3.2.3.3 ครูถามนักเรียนว่า “กำไรจากการขายสบู่ โหลละ 20 บาท และกำไรจากการขายแชมพูโหลละ 15 บาท สามารถสร้างเป็นฟังก์ชันจุดประสงค์ได้อย่างไร” ($P = 20x + 15y$)

3.2.4 นักเรียนช่วยกันสรุปแบบจำลองทาง คณิตศาสตร์ ที่ได้ช่วยกันวิเคราะห์จากโจทย์ปัญหา

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ $P = 20x + 15y$

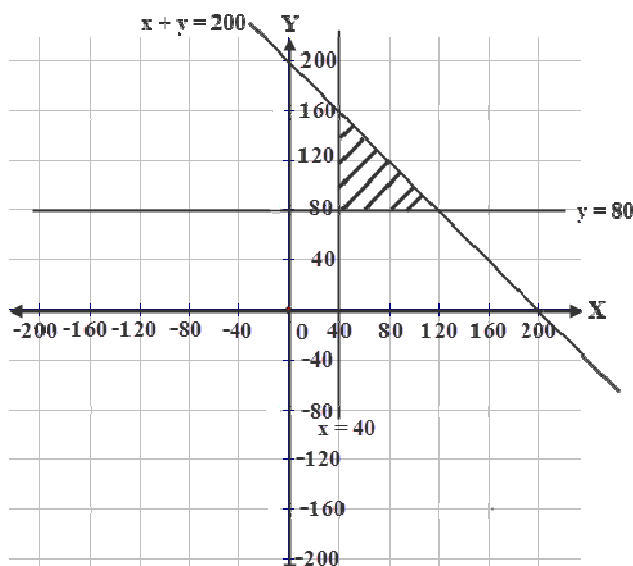
อสมการข้อจำกัด คือ $x + y \leq 200$

$$x \geq 40$$

$$y \geq 80$$

3.2.5 นักเรียนร่วมกันพิจารณาว่าเมื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เสร็จเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไปนักเรียนจะอย่างไร (เขียนกราฟของอสมการข้อจำกัดและพิจารณาบริเวณที่ซ้อนทับกันของกราฟ) จากนั้นครูให้นักเรียนเขียนกราฟอสมการข้อจำกัด โดยเริ่มจากหาจุดตัดแกน X และแกน Y ของสมการ $x + y = 200$, $x = 40$ และ $y = 80$ ตามลำดับ

ซึ่งแสดงเป็นรูปได้ดังนี้



3.2.7 ครูถามนักเรียนว่า “กราฟของฟังก์ชันจุดประสงค์มีลักษณะเป็นอย่างไร” (กราฟเส้นตรง) และทบทวนความรู้เรื่อง จุดที่อยู่บนเส้นตรง โดยถามนักเรียนว่า “จุดที่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน เมื่อแทนค่าของ (x, y) ใดๆ ลงในฟังก์ชันจะมีค่าอย่างไร” (มีค่าเท่ากัน)

3.2.6 นักเรียนพิจารณาบริเวณที่ซ้อนทับกันของกราฟ เมื่อนักเรียนทำเสร็จครูแสดงกราฟของอสมการข้อจำกัด โดยใช้โปรแกรม GSP และอธิบายเพิ่มเติมว่า

เซตของจุดที่อยู่ในบริเวณที่แรเงาทุกจุดที่เส้นขอบเรียกว่า **อาณาบริเวณที่หาค่าตอบได้ (feasible region)** ซึ่งพิกัดของจุดทุกจุดในอาณาบริเวณนี้สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด

คำตอบของปัญหา คือ พิกัดของจุดใดจุดหนึ่ง (หรือหลายจุด) ในอาณาบริเวณที่หาค่าตอบได้ ซึ่งให้ค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์

3.2.8 ครูเรียกชื่อนักเรียน 1 คน ออกมาหน้าชั้นเรียนเพื่อสาธิตการเคลื่อนที่ของกราฟเส้นตรงของฟังก์ชันจุดประสงค์โดยใช้โปรแกรม GSP ในการแสดงผล โดยให้นักเรียนลองสุ่มแทนค่า P จากพิกัดในอาณาบริเวณที่หาค่าตอบได้ เพื่อแสดงค่า P ที่แตกต่างกัน และ P มีค่าสูงสุดที่พิกัดใด และมีค่าเท่าใด ดังนี้

ตัวอย่าง กำหนดให้ P เป็นค่าคงตัวใดๆ

เช่น

$$P = 0 \quad \text{จะได้ } 20x + 15y = 0$$

$$P = 720 \quad \text{จะได้ } 20x + 15y = 720$$

$$P = 1400 \quad \text{จะได้ } 20x + 15y = 1400$$

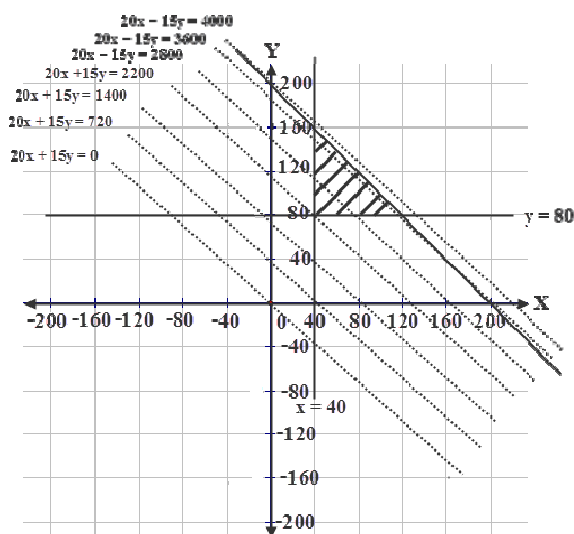
$$P = 2200 \quad \text{จะได้ } 20x + 15y = 2200$$

$$P = 2800 \quad \text{จะได้ } 20x + 15y = 2800$$

$$P = 3600 \quad \text{จะได้ } 20x + 15y = 3600$$

$$P = 4000 \quad \text{จะได้ } 20x + 15y = 4000$$

ที่ค่า P ที่ต่างกันทำให้ได้กราฟเส้นตรงที่ขนานกัน ดังรูป



3.2.9 จากนั้นครูให้นักเรียนพิจารณาร่วมกันว่า “กราฟเส้นตรงของฟังก์ชันจุดประสงค์มีลักษณะอย่างไร ค่า P เปลี่ยนไปอย่างไร และมีค่า P สูงสุด ณ ตำแหน่งใด” (กราฟเส้นตรงของฟังก์ชันจุดประสงค์มีลักษณะอยู่ในแนวเดียวกันและขนานกัน โดยค่า P จะเปลี่ยนไปโดยเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ และจะมากที่สุด ณ ตำแหน่งจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้)

3.3 ขั้นที่ 3 C: Create ขั้นสร้างคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา

3.3.1 ครูถามนักเรียนว่า “จุดใดที่ทำให้ค่า P มากที่สุด และ P มีค่ามากที่สุด เท่ากับเท่าไร” จะได้ว่า (จุด (120, 80) ให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มากที่สุด คือ $P = 20(120) + 15(80) = 3600$)

3.3.2 ครูสุ่มเรียกชื่อนักเรียน 1 คน เพื่อสรุปคำตอบจากโจทย์ปัญหานี้ (ถ้าให้ได้กำไรมากที่สุด ในแต่ละวันร้านผลิตภัณฑ์ OTOP แห่งนี้ต้องผลิตสบู่ดำ 120 โหล ผลิตแชมพูสมุนไพร 80 โหล และได้กำไรมากที่สุด 3600 บาท)

3.4 ขั้นที่ 4 S: Share ขั้นแลกเปลี่ยนแนวทางในการแก้ปัญหา

ครูให้นักเรียนพิจารณาการหาค่า P นอกจากการใช้โปรแกรม GSP ในการแสดงผลค่า P ที่มากที่สุด (การหาค่า P สามารถหาได้จากจุดมุมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ ซึ่งให้ค่าสูงสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ และสามารถเขียนเป็นตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x, y)	$P = 20x + 15y$
(40, 80)	2000
(40, 160)	3200
(120, 80)	3600

เมื่อพิจารณาจากจุดมุม จะได้ว่า จุด (120, 80) จะให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มากที่สุด คือ

$P = 20(120) + 15(80) = 3600$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ การพิจารณาจากการใช้โปรแกรม GSP)

4. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหา

การแก้ปัญหาคำหนดการเชิงเส้น จะต้องเริ่มต้นด้วยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ซึ่งเป็นการแปลงสถานการณ์ปัญหาให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงหาคำตอบของปัญหาโดยใช้กราฟช่วยในการหาคำตอบ

คำตอบที่ต้องการ คือ พิกัดของจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้

ขั้นฝึกทักษะ

5. ครูให้นักเรียนฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาจากแบบฝึกเสริมทักษะที่ครูสร้างขึ้นที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน โดยให้นักเรียนฝึกทำเป็นรายบุคคล

ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผล

6. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปสาระสำคัญในเรื่องที่เรียน

การแก้ปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้น จะต้องเริ่มต้นด้วยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการแปลงสถานการณ์ปัญหาให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงหาคำตอบของปัญหาโดยใช้กราฟช่วยในการหาคำตอบ

คำตอบที่ต้องการ คือ พิกัดของจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หา

คำตอบได้

ดังนั้น ในการแก้ปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้น จะแสดงวิธีทำอย่างกระชับได้ดังนี้

1. สร้างระบบสมการจากสถานการณ์ปัญหา และกำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์
2. เขียนกราฟของระบบสมการข้อจำกัด
3. เลือกอาณาบริเวณที่เป็นไปได้ของคำตอบ
4. หาพิกัดของจุดมุม (x, y) ของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณของคำตอบที่เป็นไปได้
5. แทนค่า x, y ของจุดมุมในฟังก์ชันจุดประสงค์ พิจารณาคำตอบของปัญหาที่กำหนดการเชิงเส้นที่ต้องการ

หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครูสามารถให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อประเมินความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายบุคคล

นอกจากนี้ เพื่อให้การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนเป็นไปอย่างต่อเนื่องและมีประสิทธิภาพ หลังจากครูให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาแล้ว ครูผู้สอนควรมีการตรวจสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง เพื่อครูผู้สอนจะได้ทราบถึงความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน ซึ่งครูผู้สอนอาจใช้แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการตรวจสอบ โดยใช้เวลาในการทดสอบประมาณ 12 – 15 นาที ก่อนหมดคาบเรียนหรือนอกเวลาเรียนเมื่อจบแต่ละหัวข้อตามแผนการจัดการ

เรียนรู้ จากนั้นครูนำกลับไปตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์การให้คะแนนที่กำหนดไว้ แล้วนำผลกลับมาสะท้อนให้นักเรียนในคาบถัดไปเพื่อแจ้งให้นักเรียนทราบถึงข้อบกพร่องของตนเองนักเรียนสามารถนำไปปรับปรุงและแก้ไขต่อไป

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับกำหนดการเชิงเส้น พร้อมเกณฑ์การให้คะแนน

ช่างตัดเสื้อมีผ้าฝ้ายสีพื้น 16 เมตร ผ้าฝ้ายดอก 15 เมตร และลูกไม้ 11 เมตร ถ้าเขาต้องการนำผ้างดกลาวมาตัดชุดกลางวัน และชุดราตรี โดยที่ชุดกลางวันแต่ละชุดใช้ผ้าฝ้ายสีพื้น 2 เมตร

ผ้าฝ้ายดอก 1 เมตร ลูกไม้ 1 เมตร และขายได้กำไรต่อตัวละ 300 บาท ส่วนชุดราตรีแต่ละชุดใช้

ผ้าฝ้ายสีพื้น 1 เมตร ผ้าฝ้ายดอก 3 เมตร ลูกไม้ 2 เมตร และขายได้กำไรต่อตัวละ 500 บาท อยากทราบว่าช่างตัดเสื้อควรจะทำชุดกลางวัน และชุดราตรีอย่างละกี่ชุด จึงจะได้กำไรมากที่สุด และกำไร

เป็นเท่าใด

วิธีทำ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ

.....

กำหนดตัวแปรให้กับสิ่งที่ต้องการทราบค่า

กำหนดให้ P

แทน.....

x แทน.....

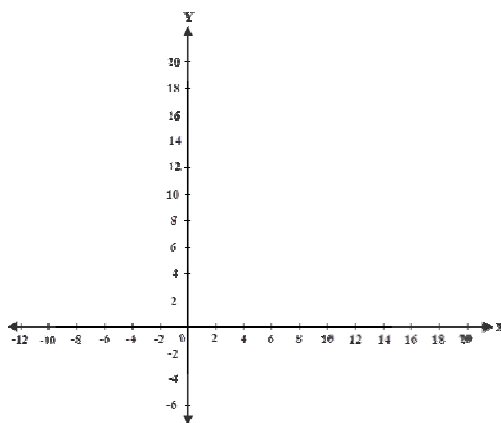
y แทน.....

กำหนดแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ

อสมการข้อจำกัด คือ

เขียนกราฟสมการข้อจำกัด



จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ คือ

หาค่า P ได้ดังตารางต่อไปนี้

จุดมุม (x, y)	

ดังนั้น จุดจะให้ค่าฟังก์ชัน

จุดประสงค์ P มากที่สุด คือ $P =$

ตอบ

สำหรับการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้ มีการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring rubrics) ที่เหมาะสมตามขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาแต่ละขั้น เพื่อสะท้อนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนให้ได้มากที่สุด โดยพิจารณา 4 ส่วน ได้แก่ การค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ แต่ละข้อมีคะแนนตั้งแต่ 0 – 10 คะแนน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ส่วนที่ 1 การค้นหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (คะแนนเต็ม 2 คะแนน) นักเรียนรู้อะไรบ้าง สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้มีอะไรบ้าง หรือนักเรียนทราบอะไรบ้าง และนักเรียนต้องการรู้อะไร หรือโจทย์ให้หาอะไร ซึ่งกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ได้อย่างถูกต้อง และเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้และเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้บางส่วน แต่ไม่สมบูรณ์

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนไม่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดมาได้และไม่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ หรือไม่มีการเรียงรายการเขียน

ส่วนที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 3 คะแนน) นักเรียนวางแผนจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร ซึ่งกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

3 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการเขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ และเขียนสมการข้อจำกัดได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการเขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ และเขียนสมการข้อจำกัดได้บางส่วน แต่ไม่สมบูรณ์

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการแต่ไม่สามารถเขียนฟังก์ชันจุดประสงค์และสมการข้อจำกัดได้

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนไม่สามารถกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่สามารถเขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ และไม่สามารถเขียนสมการข้อจำกัดได้ หรือไม่มีการเรียงรายการเขียน

ส่วนที่ 3 การแก้ปัญหา (คะแนนเต็ม 4 คะแนน) นักเรียนมีวิธีดำเนินการอย่างไร เพื่อหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ ซึ่งกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนเป็น 2 ส่วนดังนี้

4 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมบูรณ์

3.1 การเขียนกราฟระบอบสมการ (คะแนนเต็ม 3 คะแนน)

3 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนกราฟระบอบสมการได้ถูกต้องทั้งหมด พร้อมทั้งระบุจุดมุมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ถูกต้อง

2 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนกราฟระบอบสมการได้ถูกต้องทั้งหมด แต่ระบุจุดมุมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้บางส่วน

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนกราฟระบอบสมการได้ถูกต้องทั้งหมด ไม่ระบุจุดมุมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้หรือนักเรียนสามารถเขียนกราฟระบอบสมการได้ถูกต้องบางส่วน ส่งผลให้ระบุจุดมุมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้นั้นผิด

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนเขียนกราฟระบอบสมการผิด หรือนักเรียนไม่แสดงวิธีการแก้ปัญหา หรือไม่มีร่องรอยการเขียน

3.2 การหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดจากฟังก์ชันจุดประสงค์ (คะแนนเต็ม 1 คะแนน)

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนแทนค่าจุดมุมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ในฟังก์ชันจุดประสงค์ได้ถูกต้องทุกจุดครบถ้วน

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนแทนค่าจุดมุมของอาณาบริเวณที่หาคำตอบได้ในฟังก์ชันจุดประสงค์ผิดหรือไม่มีร่องรอยการเขียน

ส่วนที่ 4 การสรุปคำตอบ (คะแนนเต็ม 1 คะแนน) นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่ได้เรียนรู้ รวมถึงคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์ที่ต้องการหรือไม่ อย่างไร ซึ่งกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

1 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้อง

0 คะแนน หมายถึง นักเรียนสามารถเขียนสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือนักเรียนไม่เขียนสรุปคำตอบหรือไม่มีร่องรอยการสรุปคำตอบ

ดังนั้นในการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในลักษณะที่ให้นักเรียนได้ฝึกแก้โจทย์ปัญหาอย่างสม่ำเสมอและมีกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ มีขั้นตอนที่ชัดเจน สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ได้

สำหรับการวัดผลและประเมินผลนั้น ครูผู้สอนสามารถใช้วิธีการวัดผลและประเมินผลตามสภาพจริงด้วยวิธีการที่หลากหลายในแต่ละขั้นตอนของรูปแบบ SSCS ซึ่งประกอบด้วย การสังเกตขณะที่นักเรียนคิดหาแนวทางการแก้ปัญหา การร่วมกิจกรรม การถามตอบ การแลกเปลี่ยนเรียนรู้จากการนำเสนอผลงานของตนเอง และการทำแบบฝึกหัด โดยครูอาจตั้งประเด็นที่นักเรียนทำผิดพลาดแล้วให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายหาทางแก้ไขให้ถูกต้องหรือครูชี้แนะแนวทางแก้ไขข้อบกพร่องนั้น (Sirirungrueng and Chuntra, 2011; Klubkeaw and Thipkong, 2014)

จะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบ SSCS เป็นรูปแบบหนึ่งที่สามารถนำมาใช้ได้ในการสอนการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหา ซึ่งเป็นรูปแบบที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน และทำให้นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาได้ชัดเจน ทั้งยังมีการแลกเปลี่ยนแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหากับนักเรียนคนอื่น โดยครูผู้สอนเป็นผู้คอยกระตุ้นและให้คำแนะนำแก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ครูต้องระลึกอยู่เสมอว่าการที่นักเรียนจะแก้โจทย์ปัญหาได้นั้น นักเรียนต้องมีความรู้ที่เพียงพอ มีเวลาในการคิด การให้ตัวอย่างโจทย์ปัญหาต้องสอดคล้องกับชีวิตประจำวันและคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของโจทย์ปัญหานั้น เพื่อทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ และกระตือรือร้นในการเรียน ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนสามารถพัฒนาตนเองและทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

References

- Khotsombat., S. & Lertamornpong, C. (2015). The study of ability in solving word problems and Mathematics learning achievement on “Inequalities” of mathayomsuksa three students by using SSCS Model. *Kasetsart Educational Review*, 30(3), September – December, 2015: 120 – 130.
- Klubkeaw, P. & Thipkong, S. (2014). Learning activity management in Mathematics on quadratic equation by SSCS model. *Kasetsart Educational Review*, 29(2) May – August, 2014: 149 – 156.

- Minister of Education. (2017). *Indicators and Core Contents, Mathematics Learning Area (Revised Edition B.E. 2560), The Basic Education Core Curriculum B.E. 2551 (A.D. 2008)*. Bangkok: The Agricultural Co-operative Federation of Thailand Publishing.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Institute of Educational Testing Service (Public Organization). (2017). *Basic statistics of O-NET test results in academic year 2017* Retrieved from <http://www.niets.or.th>.
- Pizzini, E. L., Shepardson, D. P. & Abell S. K. (eds.). 1989. A rationale for and the development of a problem solving model of instruction in science education. *Science Education*, 73, 523-534.
- Sirirungrueang, S & Chuntra, C. 2011. The development of mathematics problem solving ability of students by using SSCS model in mathematics learning activities management. *Kasetsart Educational Review*, 26(1) January – April, 2011, 13 – 24.
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. 2007. *Teacher manual and standard of learning in mathematics learning area*. Bangkok: Kurusapa Ladprao Publishing.