

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดและยุทธวิธีที่หลากหลาย
ในการแก้ปัญหา เรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

Trends in Learning Activities that Focus on “Applications of Linear Equations
with One Variable” Using Open Approach and Problem Solving Strategies

ปิยะมาศ คำโค * สิริพร ทิพย์คง ** และ ชานนท์ จันทรา **

Piyamat Kako Siriporn Thipkong and Chanon Jantra

* สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

** ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

บทคัดย่อ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จเป็นเรื่องจำเป็นที่ผู้สอนต้องหาวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนเรียนได้อย่างเข้าใจโดยครูจะต้องเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาควบคู่กับการให้ความรู้กับนักเรียน โดยเน้นกิจกรรมการเรียนการสอนที่กระตุ้นความคิดของนักเรียนให้นักเรียนได้คิดกว้างคิดหลากหลายและคิดสร้างสรรค์มากที่สุดตามศักยภาพของนักเรียนและบริบทของเนื้อหาและมุ่งเน้นให้นักเรียนได้ใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ ยุทธวิธีแก้ปัญหาเป็นส่วนหนึ่งของเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในการทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ ครูต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการเรียนการสอนให้เพียงพอ ใ้ใจทฤษฎีสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดในการขับเคลื่อนกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน โดยที่นักเรียนแต่ละคนเป็นผู้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตน เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกันในชั้นเรียน เพื่อเรียนรู้วิธีการคิดและวิธีการทำความเข้าใจทั้งของตนเองและผู้อื่น สิ่งหนึ่งที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องกระทำเมื่อเผชิญกับปัญหาคือการเลือกและการประยุกต์ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ปัญหาเดียวกันอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลายอย่างยุทธวิธีที่นักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ได้แก่ ยุทธวิธีการเดาและตรวจสอบ ยุทธวิธีการคิดย้อนกลับ ยุทธวิธีการสร้างตารางยุทธวิธีการเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบและยุทธวิธีการเขียนสมการซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ลักษณะดังกล่าวจะทำให้ให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มากขึ้น

คำสำคัญ: วิธีการแบบเปิด ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

Abstract

It is necessary that teachers must find out the learning management techniques to promote the success of mathematics learning activities management. Teachers must enhance the students' problem-solving ability with knowledge simultaneously by emphasizing on Open Approach. This is to foster the students' critical and creative thinking according to his or her own ability and content. The students particularly use of various mathematical patterns involved as tools in solving problems. Teachers attempt to provide learners' experience with access to mathematical thinking in accordance with sufficient given learning activities. Teachers use open problems to promote students' learning process. Both the activities of the students and their mathematical thinking must be carried out to the fullest extent. Students present their own problem solving method and share knowledge with their classmates to open to varied problem solving approaches and get better understanding. When learners face the problem, they can choose and apply the suitable strategies to solve the problem situation. The strategies, which can apply in problem solving, are guess and check strategy, work backwards strategy, make a table strategy, draw a picture strategy and equation strategy. This learning activity will develop students' ability in mathematics problem solving.

Keywords: Open Approach, Problem Solving Strategies

ปัจจุบันสังคมเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็วตามความเจริญของเทคโนโลยี คณิตศาสตร์นับว่าเป็นเครื่องมือสำคัญในการสร้างและเรียนรู้เทคโนโลยี คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ฝึกกระบวนการคิด การแก้ปัญหา ช่วยพัฒนาศักยภาพของแต่ละบุคคลให้เป็นคนที่สมบูรณ์ ช่วยเสริมสร้างความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน เป็นวิชาที่สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน ในโรงเรียนครูจะต้องเตรียมการให้นักเรียนมีมโนคติทางคณิตศาสตร์และทักษะอย่างกว้างขวางให้ทันสมัยกับเทคโนโลยี ให้นักเรียนมีโอกาสได้เรียนรู้และใช้ทฤษฎีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งการแก้ปัญหจะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ยาวนานตลอดชีวิต (IPST, 2012)

การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสาระการเรียนรู้ส่วนหนึ่งของเรื่อง “การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” ซึ่งเป็นเรื่องที่มีความสำคัญและเป็นพื้นฐานสำหรับการนำไปใช้ในเรื่องอื่น ๆ ต่อไป แต่นักเรียนยังขาดทักษะในการคิดคำนวณขาดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาและไม่รู้จักการคิดที่เป็นลำดับขั้นตอน ในการคิดวิเคราะห์ โจทย์ปัญหานักเรียนมักจะหาวิธีทำโดยไม่พิจารณาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างนักเรียนจำนวนมากไม่ทราบว่าจะตั้งต้นคิดแก้โจทย์ปัญหาอย่างไรขาดความคิดรวบยอดในการแก้ปัญหาส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด การที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานและขาดความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์นั้น

ส่วนหนึ่งเกี่ยวข้องกับตรงกับกระบวนการเรียนการสอน วิธีสอนของครู (Bussaya, 2016)

การจัดการเรียนการสอนเน้นเพียงเพื่อให้นักเรียนมีทักษะในการคิดคำนวณเป็นหลัก เป็นการสอนที่พิจารณาตัวอย่าง อธิบายและให้ทำแบบฝึกหัด ครูจะเข้มงวดคำตอบเพียงคำตอบเดียว ไม่เน้นกระบวนการคิด และความสามารถทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา การคิดอย่างมีเหตุผล และแสดงความคิดออกมาอย่างมีระบบ การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็นต้นด้วยเหตุนี้ ครูจะต้องปรับวิธีการจัดการเรียนรู้ใหม่โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกคิด เน้นการคิดที่แตกต่างตามความสามารถของนักเรียนและส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาอย่าง

หลากหลายโดยครูต้องออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะกับนักเรียนและเนื้อหา ซึ่งจะต้องมีการใช้สื่อการเรียนรู้และวิธีการที่หลากหลาย ให้นักเรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติจริงและสร้างองค์ความรู้ใหม่ด้วยตนเอง เน้นนักเรียนเป็นสำคัญโดยการนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้กับนักเรียนด้วยการสร้างสถานการณ์ปัญหาขึ้นมาให้นักเรียนแก้ปัญหา ให้นเวลนักเรียนได้คิดวิเคราะห์เอง ซึ่งเป็นวิธีการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนได้ฝึกคิดฝึกการแก้ปัญหา

การแก้ปัญหาลายเปิดจะให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการเรียนรู้บางประการที่แปลกใหม่แตกต่างไปจากเดิมจากการที่มีคำตอบเปิดกว้างแม้ว่าจะมีผู้หาคำตอบของปัญหาได้แล้วนักเรียนคนอื่นก็ยังมีโอกาสหาคำตอบอื่นๆ ได้อีก รวมทั้งท้าทายให้มีการแสวงหาวิธีการใหม่ในการหาคำตอบซึ่งต้องบูรณาการความรู้ทักษะกระบวนการและวิธีการคิดเข้าด้วยกัน (Rittiboon, 2010) การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) เป็นวิธีการจัดการเรียนรู้โดยใช้การนำเสนอปัญหาปลายเปิดในการขับเคลื่อนกระบวนการเรียนรู้ซึ่งปัญหาที่มีทั้งคำตอบหรือวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหานั้น การนำเสนอปัญหาปลายเปิดให้กับนักเรียนนั้นเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลายจากความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ อีกทั้งส่งเสริมให้นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้ประสบการณ์ใหม่ๆและมีแนวทางในการพัฒนาแนวคิดการแก้ปัญหาของตนเอง (Bussaya, 2016) ซึ่งแนวคิดเกี่ยวกับการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด มีความสำคัญในการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียน จะเน้นในเรื่องการกระตุ้นความคิดของนักเรียนให้นักเรียนได้คิดกว้างคิดหลากหลายและคิดสร้างสรรค์มากที่สุดเท่าที่จะสามารถทำได้ตามบริบทของสาระการเรียนรู้ (Imkaew, 2013) ซึ่งมี 4 ขั้นตอนดังนี้

- ขั้นที่ 1 การนำเสนอปัญหาปลายเปิด
- ขั้นที่ 2 การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน
- ขั้นที่ 3 การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน
- ขั้นที่ 4 การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน

เป้าหมายของการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด คือมุ่งให้นักเรียนทุกคนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยพลังและความสามารถของแต่ละบุคคล โดยมุ่งให้นักเรียนสามารถพัฒนาหรือสร้างผลงานทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการเรียนของตนเองอย่างมีคุณภาพ (Inprasit, 2004) ครูจึงจำเป็นต้องพยายามทำความเข้าใจแนวคิดของนักเรียน

ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้เพื่อเป็นแนวทางให้ครูได้กระตุ้น สนับสนุน และจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้นักเรียน ดังนั้นเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในลักษณะ ดังกล่าวครูจึงจำเป็นต้องอาศัยแนวคิดเรื่องแนวทางในการ สอนการแก้โจทย์ปัญหาซึ่งปัญหาในชีวิตจริงมีวิธีแก้ได้หลาย วิธีขึ้นอยู่กับความรู้ ประสบการณ์ และมุมมองของผู้ แก้ปัญหา การส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาหนึ่ง ๆ ด้วย วิธีที่ที่หลากหลายจึงเป็นการสร้างประสบการณ์ที่ สอดคล้องกับชีวิตจริง และเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้มี โอกาสเลือกใช้วิธีการที่ตนเองถนัด ได้แสดงศักยภาพของ ตนเองอย่างเต็มที่และประสบความสำเร็จ อันเป็น บรรยากาศการเรียนรู้ที่ดี การให้นักเรียนมีประสบการณ์ใน การแก้ปัญหาเพียงไม่กี่ปัญหา แต่สนับสนุนให้ใช้วิธีการที่ หลากหลายมีประโยชน์มากกว่า การให้แก้ปัญหาหลาย ๆ ปัญหาแต่ใช้วิธีการเดียว (Nowyenphon, 2001) สำหรับ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสามารถ นำมาใช้ในการแก้ปัญหามีดังนี้

1. ยุทธวิธีการเดาและตรวจสอบ

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยยุทธวิธีการเดา และตรวจสอบเป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆที่ ปัญหากำหนดให้ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง ซึ่งนำมาใช้เป็นกรอบการเดาคำตอบของปัญหาแล้ว ตรวจสอบความถูกต้องถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัย ประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาในครั้งแรกๆโดย ใช้เป็นข้อมูลในการสร้างกรอบการเดาครั้งต่อไปให้มีความ ชัดเจนยิ่งขึ้นและสามารถหาคำตอบของปัญหาได้เร็วขึ้น การเดาต้องเดาอย่างมีเหตุผลมีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่เดานั้น เข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

2. ยุทธวิธีการคิดย้อนกลับ

ยุทธวิธีการคิดย้อนกลับเป็นยุทธวิธีเฉพาะซึ่ง สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาบางปัญหาที่การแก้ปัญหาโดย เริ่มต้นจากสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้แล้วหาความเชื่อมโยงไปสู่ สิ่งที่ปัญหาต้องการแก้ได้ค่อนข้างยากแต่ว่าการเริ่มต้น พิจารณาจากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้วหาความเชื่อมโยงย้อน ไปสู่สิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้ซึ่งทำได้ง่ายกว่าเป็นยุทธวิธีที่มี คุณค่าสำหรับนักเรียนในการเรียนรู้

3. ยุทธวิธีการสร้างตาราง

การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นหาแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

4. ยุทธวิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพประกอบ

การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบาย สถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของ ปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือ แผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็ สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือ แผนภาพนั้น

5. ยุทธวิธีการเขียนสมการ

การเขียนสมการเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของ ข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปของสมการซึ่งบางครั้งอาจ เป็นอสมการก็ได้ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมา มีอะไรบ้างและสิ่งที่ต้องการหาคืออะไรหลังจากนั้นกำหนด ตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับ ข้อมูลที่กำหนดมาให้แล้วเขียนสมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้นในการหาคำตอบของ สมการมักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ซึ่งได้แก่สมบัติสมมาตรสมบัติถ่ายทอดสมบัติการบวกและ สมบัติการคูณและเมื่อใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยแก้ สมการแล้วต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตาม เงื่อนไขของปัญหาถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหาถือว่า คำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ยุทธวิธีนี้มักใช้ บ่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้อ่านเกิดความ เข้าใจที่ชัดเจนเกี่ยวกับการนำขั้นตอนวิธีการแบบเปิดและ ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหามาประยุกต์ใช้ในการ จัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้เขียนได้ออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอปัญหาปลายเปิด

หลังจากการนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถามให้นักเรียนตอบเพื่อทบทวนบทเรียนที่ผ่านมา

ครูกำหนดสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขึ้นมาปัญหาหนึ่งบทบาทของนักเรียนคือนำสถานการณ์ ปัญหาหรือปัญหานั้นมาแก้ปัญหานั้นตอบสนองต่อประสบการณ์ การเรียนรู้ของตนเองในขั้นนี้นักเรียนจะได้พบกับปัญหา และต้องทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหาที่พบ ซึ่งปัญหาที่ครู ควรนำมาสร้างเป็นปัญหาปลายเปิด ควรเป็นการแสดง ตัวอย่างของข้อเท็จจริงที่แสดงให้เห็นแนวคิดกว้างๆกับ นักเรียนยกตัวอย่างข้อเท็จจริงในด้านหนึ่งให้นักเรียน อธิบายข้อปลีกย่อยอื่นๆซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกับตัวอย่าง หรือ แสดงตัวอย่างของแบบฝึกหัดหรือปัญหาที่คล้ายคลึง กันหลาย ๆ ตัวอย่างให้นักเรียนหาคำตอบแล้วให้หาสมบัติ ที่ร่วมกันเท่าที่เป็นไปได้ของปัญหาเหล่านี้ (Nowyenphon,

2001) ตัวอย่าง ครูกำหนดปัญหา “ถ้าผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 20 และผลต่างของสองจำนวนนั้นเท่ากับ 2 จงหาจำนวนสองจำนวนนั้น” เมื่อนักเรียนเผชิญกับปัญหาแล้วนักเรียนต้องทำความเข้าใจกับปัญหา เช่น

1. สิ่งที่เป็นปัญหานี้ต้องการมีอะไรบ้าง

จำนวนสองจำนวน

2. สิ่งที่เป็นปัญหากำหนดมาให้มีอะไรบ้าง

2.1 มีจำนวนสองจำนวน

2.2 จำนวนทั้งสองจำนวนนั้นไม่เท่ากัน โดยทั้งสองจำนวนต่างกันอยู่ 2

2.3 ผลบวกของสองจำนวนนั้นเป็น 20

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน

การเรียนรู้ด้วยตนเอง เป็นขั้นตอนของการสืบเสาะเพื่อหาแนวทางการแก้ปัญหาอย่างหลากหลายนักเรียนสามารถที่จะค้นพบแนวทางในการแก้ปัญหาของตนเองโดยอาศัยประสบการณ์ของตนเองซึ่งเป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา โดยเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหาที่นักเรียนเผชิญซึ่งต้องอาศัยประสบการณ์ ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเอง ส่วนครูพยายามชี้แนะให้นักเรียนค้นหาคำตอบหรือความสัมพันธ์ระหว่างแนวทางการแก้ปัญหาคำตอบที่ดูเหมือนจะไม่เกี่ยวข้องกันเลยในตอนแรกให้สามารถรวมกันเป็นความรู้ในระยะต่อมาทำให้นักเรียนมีโอกาสมากขึ้นในการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เนื่องจากมีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย นักเรียนสามารถเลือกวิธีการที่ชอบและทำไปจนได้คำตอบรวมทั้งเป็นคำตอบเฉพาะของตนเองที่ไม่เหมือนใคร

แนวคิดที่ 1 ใช้ยุทธวิธีการสร้างตาราง

จำนวนที่หนึ่ง	จำนวนที่สอง	ผลบวกสองจำนวนนี้เท่ากับ 20	ผลต่างสองจำนวนนี้เท่ากับ 2
7	5	$7+5=12$	$7-5=2$
8	6	$8+6=14$	$8-6=2$
9	7	$9+7=16$	$9-7=2$
10	8	$10+8=18$	$10-8=2$
11 *	9 *	$11+9=20$	$11-9=2$

ขั้นที่ 3 การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน

การอภิปรายร่วมกัน เป็นขั้นตอนที่ให้นักเรียนมีโอกาสเข้าร่วมอภิปรายอย่างกระตือรือร้นในการเรียน และสามารถนำเสนอแนวคิดของตนเองได้อย่างต่อเนื่อง การแก้ปัญหาปลายเปิดนักเรียนสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาอย่างอิสระ เพราะว่ามีวิธีการแก้ปัญหาได้หลายวิธีที่แตกต่างกัน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนมีโอกาสที่จะหาคำตอบของตนเองได้โดยใช้ยุทธวิธีที่แตกต่างกัน เพราะฉะนั้นนักเรียนจะเกิดความอยากรู้อยากเห็นเกี่ยวกับการแก้ปัญหาแบบอื่นๆ สามารถเปรียบเทียบและอภิปรายถกเถียงกันเกี่ยวกับการแก้ปัญหาของแต่ละคน โดยครูอาจใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนเพื่อให้นักเรียนสามารถนำยุทธวิธีที่เลือกไปใช้ในการแก้ปัญหาจนค้นพบคำตอบดังนี้

1. นักเรียนคิดว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่

ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอ

2. ถ้านักเรียนกำหนดให้จำนวนใดจำนวนหนึ่งเป็น 5 อีกจำนวนหนึ่งจะเป็นเท่าใดเพราะเหตุใด

อีกจำนวนหนึ่งคือ 7 เพราะ 5 และ 7 ต่างกันอยู่ 2

3. ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจะนำมาใช้แก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง

ความรู้เรื่องจำนวน การบวกและการลบ

4. นักเรียนจะอย่างไรกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้หาความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยอาจใช้วิธีการสร้างตารางหรือการเขียนสมการเพื่อเป็นแนวทางนำไปสู่การแก้ปัญหา

5. ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหา

แนวคิดที่ 2 ใช้ยุทธวิธีการเขียนสมการให้ x แทนจำนวนหนึ่งดังนั้น $20 - x$ แทนอีกจำนวนหนึ่งจากโจทย์จะได้สมการคือ $(20-x) - x = 2$ จะได้ $20 - 2x = 2$ นำ $2x$ ไปบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$20 - 2x + 2x = 2 + 2x$$

$$20 = 2 + 2x$$

นำ 2 ไปลบทั้งสองข้างของสมการ

$$20 - 2 = 2 - 2 + 2x$$

$$18 = 2x$$

นำ 2 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{18}{2} = \frac{2x}{2}$$

$$x = 9$$

นั่นคือ จำนวนหนึ่ง คือ 9 และ อีกจำนวนหนึ่ง คือ 11

ขั้นที่ 4 การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน

การสรุป เป็นขั้นตอนที่นักเรียนสรุปคำตอบหรือความสัมพันธ์ต่าง ๆ โดยแสดงความคิดเห็น และสังเคราะห์สิ่งที่เรียนรู้มาทั้งหมดตามความเข้าใจของนักเรียน นักเรียนได้รับประสบการณ์ที่มีคุณค่าที่สามารถค้นพบและการยอมรับการตรวจสอบจากเพื่อน ๆ หรือคนอื่น ๆ เนื่องจากนักเรียนทุกคนมีวิธีการแก้ปัญหาของแต่ละคนซึ่งอาศัยการคิดที่แตกต่างกัน ครูทำหน้าที่ช่วยสรุปเพิ่มเติมให้สมบูรณ์และเน้นให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าเป็นไปตามความสัมพันธ์ของปัญหาหรือไม่ เช่น นักเรียนบางคนอาจเลือกใช้ยุทธวิธีที่ไม่เหมาะสมในการแก้ปัญหา หรือแก้ปัญหาได้แต่ไม่สามารถอธิบายขั้นตอนหรือวิธีการได้มาของคำตอบของปัญหานั้น ครูเชื่อมโยงแนวคิดในการหาคำตอบของนักเรียนว่านอกจากยุทธวิธีที่นักเรียนเลือกมาใช้ในการหาคำตอบของปัญหานั้นยังสามารถใช้ยุทธวิธีอื่น ๆ ได้อีกทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความรู้ ประสบการณ์และทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคนดังนี้

ตรวจสอบคำตอบ

ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 20 จะได้ $9+11=20$ และผลต่างของสองจำนวนนั้นเป็น 2 จะได้ $11-9=2$ เป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

คำตอบของปัญหานี้มีอะไรบ้าง

จำนวนทั้งสอง คือ 9 และ 11

ตัวอย่างกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด และยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

สถานการณ์ปัญหาที่ 1 สามเท่าของจำนวนเงินที่ต้องมีอยู่รวมกับเงินของตาลเป็นเงิน 120 บาท ถ้าตาลมีเงิน 45 บาทแล้วต้องมีเงินเท่าใด

วิเคราะห์และทำความเข้าใจในปัญหา

1. สิ่งที่ยกปัญหานี้ต้องการมีอะไรบ้าง

ต้องมีเงินเท่าใด

2. สิ่งที่ยกปัญหากำหนดมาให้มีอะไรบ้าง

1) สามเท่าของจำนวนเงินที่ต้องมีอยู่รวมกับเงินของตาล

2) ตองและตาลมีเงินรวมกันเป็นเงิน 120 บาท

3) ตาลมีเงิน 45 บาท

เรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียนและอภิปรายร่วมกัน

1. นักเรียนคิดว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอต่อการแก้ปัญหหรือไม่

ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอ

2. ถ้านักเรียนกำหนดให้ต้องมีเงิน 10 บาทแล้วตองและตาลจะมีเงินรวมกันเป็นกี่บาท เพราะเหตุใด

ตองและตาลจะมีเงินรวมกันเป็น 75 บาท เพราะสามเท่าของจำนวนเงินที่ต้องมีอยู่เป็น

30 บาทรวมกับเงินของตาล 45 บาท เป็น 75 บาท

3. ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจะนำมาใช้แก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง

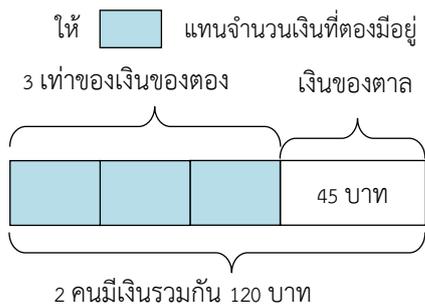
ความรู้เรื่องเงิน การบวก การลบ การคูณและการหาร

4. นักเรียนจะอย่างไรกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้

หาความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยอาจใช้วิธีการเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบหรือการเขียนสมการเพื่อเป็นแนวทางนำไปสู่การแก้ปัญหา

5. ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหา

แนวคิดที่ 1 ใช้ยุทธวิธีการเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบ



จากภาพจะพบว่า สามเท่าของจำนวนเงินที่ต้องมีคิดเป็นเงิน $120 - 45 = 75$ บาท

ดังนั้น ตองมีเงิน $75 \div 3 = 25$ บาท

แนวคิดที่ 2 ใช้ยุทธวิธีการเขียนสมการ

ให้ x แทนจำนวนเงินของตอง

สามเท่าของจำนวนเงินที่ต้อง คือ $3x$ บาท และ ตาลมีเงิน 45 บาท

สองคนมีเงินรวมกัน 120 บาท

จะได้สมการ $3x + 45 = 120$

นำ 45 ไปลบทั้งสองข้างของสมการ

จะได้ $3x + 45 - 45 = 120 - 45$

$$3x = 75$$

นำ 3 ไปหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{3x}{3} = \frac{75}{3}$$

$$x = 25$$

นั่นคือ ตองมีเงิน 25 บาท

สรุปและเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน

ตรวจสอบคำตอบ

ตองมีเงิน 25 บาท สามเท่าของเงินของตองคือ $3(25) = 75$ บาท รวมกับเงินของตาล 45 บาท เป็นเงิน $75 + 45 = 120$ บาทเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

คำตอบของปัญหานี้มีอะไรบ้าง

ตอบมีเงิน 25 บาท

สถานการณ์ปัญหาที่ 2 ปัจจุบันปอมมีอายุมากกว่า ปาน 9 ปีอีก 6 ปีข้างหน้าอายุของสองคนจะรวมกันได้

29 ปีจงหาอายุปัจจุบันของปอมและปาน

วิเคราะห์และทำความเข้าใจในปัญหา

1. สิ่งที่ปัญหานี้ต้องการมีอะไรบ้าง

อายุปัจจุบันของปอมและปาน

2. สิ่งที่ยุทธวิธีกำหนดให้มีอะไรบ้าง

1) ปัจจุบันปอมมีอายุมากกว่าปาน 9 ปี

2) อีก 6 ปีข้างหน้าอายุของสองคนจะรวมกันได้ 29 ปี

เรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียนและอภิปรายร่วมกัน

1. นักเรียนคิดว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่

ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพียงพอ

2. ถ้านักเรียนกำหนดให้อายุปัจจุบันของปานเป็น 1 ปีแล้วปอมจะมีอายุเป็นเท่าใดเพราะเหตุใด

ปอมจะมีอายุ 10 ปี เพราะ ปอมมีอายุมากกว่าปาน 9 ปี

3. ความรู้/แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนจะนำมาใช้แก้ปัญหานี้มีอะไรบ้าง

ความรู้เรื่องอายุและการแก้สมการ

4. นักเรียนจะอย่างไรกับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้

หาความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยอาจใช้วิธีการสร้างตารางหรือการเขียนสมการเพื่อเป็นแนวทางนำไปสู่การแก้ปัญหา

5. ให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหา

แนวคิดที่ 1 ใช้ยุทธวิธีการสร้างตาราง

อายุปัจจุบันของ		อีก 6 ปี ข้างหน้า อายุของ		อีก 6 ปี สองคนมีอายุรวมกัน
ปาน	ปอ	ปาน	ปอ	
1	10	7	16	$7+16 = 23$
2	11	8	17	$8+17 = 25$
3	12	9	18	$9+18 = 27$
4 *	13 *	10	19	$10+19 = 29$

จากตารางจะพบว่า ปัจจุบัน ปาน อายุ 4 ปี และ ปออายุ 13 ปี

แนวคิดที่ 2 ใช้ยุทธวิธีการเขียนสมการ

ให้อายุปัจจุบันของปานเป็น x ปี

ดังนั้นอายุปัจจุบันของปอ เป็น $x + 9$ ปี

อีก 6 ปี ข้างหน้า ปานจะอายุ $x + 6$ ปี

และ อีก 6 ปี ข้างหน้า

ปอจะอายุ $(x + 9) + 6 = x + 15$ ปี

อีก 6 ปี ข้างหน้าอายุของสองคนจะรวมกันได้ 29 ปี

$$\text{จะได้สมการ } x + 6 + x + 15 = 29$$

$$\text{จากสมการ } x + 6 + x + 15 = 29$$

$$\text{จะได้ } 2x + 21 = 29$$

นำ 21 มาลบทั้งสองข้างของสมการ

$$2x + 21 - 21 = 29 - 21$$

$$2x = 8$$

นำ 2 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

$$x = 4$$

นั่นคือ ปัจจุบัน ปานมีอายุ 4 ปี และ ปอมีอายุ $4 + 9 = 13$ ปี

สรุปและเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน

ตรวจสอบคำตอบ

ปัจจุบัน ปานมีอายุ 4 ปี แสดงว่า ปัจจุบัน ปอมีอายุ $4 + 9 = 13$ ปี

อีก 6 ปี ข้างหน้าปานจะมีอายุ $4 + 6 = 10$ ปี แสดงว่า ปอจะมีอายุ $13 + 6 = 19$ ปี

อายุของสองคนรวมกัน $10 + 19 = 29$ ปี ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขของโจทย์

คำตอบของปัญหานี้มีอะไรบ้าง

ปัจจุบันปานอายุ 4 ปี และปออายุ 13 ปี

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ยุทธวิธีการเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบนี้ทำให้นักเรียนสามารถอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพประกอบจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น นอกจากนี้ครูยังสามารถเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีการเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบนี้ไปหาคำตอบของปัญหาที่ยากขึ้น เพราะการเขียนภาพหรือภาพประกอบเป็นการใช้ภาษาที่แทนด้วยรูปภาพในการบันทึกข้อสนเทศเกี่ยวกับการแก้ปัญหา ซึ่งสิ่งที่แทนด้วยรูปภาพและแผนภาพ นักเรียนสามารถเปลี่ยนไปเป็นตัวเลขหรือนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด เป็นกิจกรรมที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีที่หลากหลายอย่างมั่นใจ และนักเรียนมีโอกาสได้อภิปรายวิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาคำตอบของปัญหา และครูมีการส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาหนึ่ง ๆ ด้วยวิธีการที่หลากหลายโดยเลือกใช้วิธีการที่ตนเองถนัด ได้แสดงศักยภาพของตนเองอย่างเต็มที่ ไม่เน้นการแก้ปัญหาโดยใช้การเขียนสมการเพียงอย่างเดียว แต่เป็นการจูงใจให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากแก้ปัญหามากขึ้น

References

- Bussaya, P. (2016). The Effects of Learning Activity by Using Open Approach to Mathematical Problem Solving and Creativity of Mathayomsuksa Five Students. *Journal of Education*. Burapha University, 27(3), 133-144. [in Thai].
- Imkaew, B. (2013). *The Effects of Using the Open Approach and Traditional Approach on Mathematics Achievement and Problem Solving Ability of Prathomsuksa 5 Students*. Master's Thesis of Curriculum and Instruction. Valaya Alongkron Rajabhat University Under the Royal Patronage. [in Thai].
- Inprasit, M. (2004). Teaching by Open Approach for Mathematics Classroom in Japan. *Journal of Education*. KhonKaen University, 2(5), 30-35. [in Thai].
- Nowyenphon, P. (2001). *Mathematic Instructional Activities Using Open-ended Question for Mathayomsuksa 1 Students*. Doctoral Dissertation, Bangkok: Srinakharinwirot University. [in Thai].
- Rittiboon, P. (2010). Achievement and Attitude Study Toward Mathematics of Prathomsuksa 3 Students. Taught by Open-end Problem. *Journal of Education*. Valaya Alongkron Rajabhat University Under the Royal Patronage, 4(3), 87-94. [in Thai].
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology, Ministry of Education.(2012). *Skills and Mathematical Processes*. 3rded. Bangkok: 3-Q Media Co., Ltd. [in Thai].