

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการผสมผสานระหว่างโลกเชิงกายภาพและ  
โลกเชิงสัญลักษณ์ในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด

Students' Mathematical Concepts from blending Embodiment and  
Symbolism in Open Approach Classrooms

บงกช นิมตระกุล

ปร.ด. คณิตศาสตร์ศึกษา, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี

อีเมล: [b.nimtrakul@gmail.com](mailto:b.nimtrakul@gmail.com)

Bongkoch Nimtrakul

Ph.D. Mathematics Education, Assistance Professor Mathematics Program, Faculty of Science and Technology,  
Thepsatri Rajabhat University, E-mail: [b.nimtrakul@gmail.com](mailto:b.nimtrakul@gmail.com)

Received: July 19, 2024 / Revised: December 01, 2024 / Accepted: December 17, 2024

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาแนวทางการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 2) ศึกษาขั้นตอนและรายละเอียดเกี่ยวกับแนวปฏิบัติของชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิดเพื่อส่งเสริมให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มเป้าหมายประกอบด้วย ครูผู้สอน ครูผู้สังเกตการสอน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดถนนแค จำนวน 11 คน โดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพแบบการศึกษารายกรณี เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล คือ แบบบันทึกภาคสนาม เครื่องบันทึกเสียง เครื่องบันทึกภาพนิ่ง และผลงานนักเรียน วิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์เนื้อหาเชิงพรรณนา

ผลการวิจัยพบว่า 1) มโนทัศน์เรื่องการคูณพหุนามเกิดจากการเปลี่ยนผ่านจากโลกเชิงกายภาพสู่โลกเชิงสัญลักษณ์ โดยนักเรียนแก้ปัญหาด้วยแนวคิดของการสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแล้วหาพื้นที่โดยใช้ผลรวมของการคูณเอกนามซึ่งเป็นความรู้ที่นักเรียนเคยรู้มาแล้ว จากนั้นใช้การโยงลูกศรเป็นการแสดงแทนหลักการของการหาผลคูณของพหุนาม ซึ่งส่งผลให้เกิดการเรียนรู้เพื่อที่จะคิดอย่างคณิตศาสตร์ 2) ชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิดใช้ 4 ขั้นตอน ประกอบด้วย (1) การนำเสนอปัญหาปลายเปิด (2) การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน (3) การอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน และ (4) การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน

คำสำคัญ: มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์, โลกเชิงกายภาพ, โลกเชิงสัญลักษณ์, วิธีการแบบเปิด

## Abstract

This study aimed to: (1) investigate the process of developing mathematical concepts among students, and (2) examine the steps and details of classroom practices using an open approach to promote students' mathematical conceptualization. The target group consisted of a teacher, an observer, and 11 eighth-grade students from Wat Thanon Khae School. The study employed a qualitative research methodology with a case study design. Data collection and analysis tools included a field note form, an audio recorder, a still-image camera, and students' work samples. Descriptive content analysis was conducted to analyze the data.

The research findings revealed that: (1) polynomial multiplication concepts emerged through the transition from embodiment to symbolism. Students approached problems by constructing rectangular shapes and calculating their area using the sum of monomial multiplications, leveraging their prior knowledge. Subsequently, students represented polynomial multiplication through arrow diagrams. (2) The open approach classroom implemented four key instructional stages: (a) presenting open-ended problems, (b) fostering self-directed learning, (c) facilitating classroom-wide discussions and comparing concepts, and (d) summarizing by connecting the students' ideas that emerged during the class.

**Keywords:** Mathematical Concept, Embodiment, Symbolism, Open Approach

## บทนำ

ในการเรียนคณิตศาสตร์สิ่งสำคัญที่จะต้องปลูกฝังให้กับผู้เรียนคือมโนทัศน์ เนื่องจากความสำเร็จในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อปัญหาเป็นสถานการณ์ที่ซับซ้อน นักเรียนอาจไม่สามารถใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาได้ทันทีแต่ต้องการความเข้าใจหรือมโนทัศน์ในเรื่องนั้นๆ มาประกอบการคิด และที่สำคัญปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาไม่ต้องการกระบวนการแก้ปัญหาตามขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ หรือไม่มีขั้นตอนเฉพาะใด ๆ ในการแก้ปัญหา แต่ต้องใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างสมเหตุสมผลประกอบกัน ดังที่ Makanong (2010) ได้อธิบายไว้ว่า เนื่องจากความสำเร็จในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นผลสรุปของขั้นตอน และกระบวนการแก้ปัญหาโดยเฉพาะอย่างยิ่ง เมื่อปัญหาเป็นสถานการณ์ที่ซับซ้อน ไม่คุ้นเคย หรือต้องใช้ในการแปลความหมายทางคณิตศาสตร์ ด้วยเหตุผลดังกล่าว การจัดการเรียนการสอน

คณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องเน้นการพัฒนาโมทัศน์ควบคู่กับการสอนขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ ซึ่ง (Makanong, 2010) แต่โดยส่วนใหญ่การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะเน้นการสอนความรู้ และทักษะในการคิดคำนวณเป็นหลัก ซึ่งจุดเน้นดังกล่าวยังไม่สามารถทำให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ในสิ่งที่เรียนได้ (Suthisung, 2013) การจัดการเรียนการสอนในปัจจุบัน ครูส่วนมากยังคงใช้รูปแบบการสอนแบบเดิม ๆ บทบาทของครูจึงเป็นเพียงผู้บรรยาย ผู้บอก ผู้สาธิตเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ อันก่อให้เกิดการเรียนรู้ของนักเรียนที่มองเฉพาะผลลัพธ์ไม่ได้เน้นกระบวนการให้นักเรียนได้แสวงหาความรู้ด้วยตนเองซึ่งเป็นการมองข้ามกระบวนการเรียนรู้และทัศนคติของนักเรียนที่จะน่านักเรียนไปสู่การเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ (Inprasitha, 2006) ด้วยเหตุนี้ นักเรียนจึงได้รับความรู้ตามที่ครูบอก และจดจำวิธีการตามที่ครูสอนซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนขาดความเข้าใจอย่างแท้จริง

ความเข้าใจในการเรียนรู้คณิตศาสตร์แสดงให้เห็นถึงการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง โดยแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นจากการผ่านการรับรู้สถานการณ์ปัญหาเพื่อพัฒนาไปสู่การมีปฏิสัมพันธ์กับสื่อและการคิดคำนวณเชิงสัญลักษณ์ และพัฒนาไปสู่การสร้างมโนทัศน์เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่หรือสร้างความรู้ใหม่ ดังที่ Tall (2004) ได้กล่าวถึงกระบวนการนี้ว่าเป็นรูปแบบการสร้างมโนทัศน์ที่เกิดขึ้นจากการใช้สัญลักษณ์แสดงแทนการดำเนินการในการแก้ปัญหาเป็นการพิจารณาความผสมผสานกันระหว่างสองโลกทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 1) โลกเชิงกายภาพ (Embodiment) และ 2) โลกเชิงสัญลักษณ์ (Symbolism) ดังนั้น ในการจัดการเรียนการสอน ครูต้องพยายามสนับสนุนให้นักเรียนมีมโนทัศน์ด้วยการสอนให้นักเรียนเกิดแนวคิดจากวิธีการที่นักเรียนใช้เพื่อพัฒนาไปสู่กระบวนการและเกิดการตกผลึกเป็นมโนทัศน์ (Gray & Tall, 1992) และที่สำคัญคือนักเรียนต้องสร้างมโนทัศน์นั้นด้วยตนเอง ดังที่ Saengpun and Kanchaisak, (2017) ได้ค้นพบว่านักเรียนแสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากการเชื่อมต่อแนวคิดจากโลกเชิงกายภาพสู่โลกเชิงสัญลักษณ์ และสามารถพัฒนาเครื่องมือเชิงสัญลักษณ์ของตนเองเพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้

โลกเชิงกายภาพ และโลกเชิงสัญลักษณ์ เป็นกระบวนการในการพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์จากการแก้ปัญหาด้วยการผสมผสานระหว่างโลกเชิงกายภาพและโลกเชิงสัญลักษณ์ จนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ (Tall, 2007) กิจกรรมการเรียนการสอนที่จะสนับสนุนและเอื้อประโยชน์ให้นักเรียนแสดงวิธีการคิดที่หลากหลาย คือการให้นักเรียนใช้วิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นทั้งในส่วนของการใช้สื่ออุปกรณ์เพื่อนำมาสู่การนำเสนอทางสัญลักษณ์ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบ (Suthisung, 2013) แนวคิดของนักเรียนเกิดจากการใช้วิธีการในการแก้ปัญหากับสื่อรูปธรรมไปสู่การคิดคำนวณเชิงสัญลักษณ์ และนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ที่ได้จากการแก้ปัญหาภายใต้บริบทของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนเข้าร่วมกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ มีส่วนร่วมในการปฏิบัติจริง ได้พัฒนากระบวนการคิด วิเคราะห์ ศึกษาค้นคว้า ทดลอง และแสวงหาความรู้ด้วยตนเองตามความถนัด ความสนใจด้วยกระบวนการและแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลายทั้งในและนอก

ห้องเรียนสามารถนำความรู้และประสบการณ์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตของตน สังคม และส่วนรวม (Petcharaporn ,2020)

จากที่กล่าวมาจะพบว่าวิธีการแบบเปิดน่าจะเป็นแนวทางหนึ่งในการจัดการเรียนรู้ที่สามารถตอบโจทย์ในการจัดการเรียนรู้ลักษณะดังกล่าวได้ (Suthisung, 2013) ดังที่ Changsri (2022) ที่กล่าวว่าวิธีการแบบเปิดเป็นวิธีการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้ลงมือทำและคิดในสิ่งได้ทำไปเพื่อเป็นการสร้างประสบการณ์ตรงให้เกิดขึ้นแก่ผู้เรียน โดยมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนและครูด้วยการลงมือทำกิจกรรมร่วมกันทั้งในชั้นเรียนและนอกชั้นเรียน ดังนั้น ในการวิจัยนี้ จึงดำเนินการภายใต้บริบทของชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการสอนรูปแบบหนึ่งที่รู้จักกันในชื่อว่า “วิธีการแบบเปิด (Open Approach)” ซึ่งเป็นวิธีการสอนที่เน้นการแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดและพัฒนาความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ดังที่ Inprasitha (2022) ได้กล่าวถึงวิธีการแบบเปิดในฐานะที่เป็นวิธีการสอนว่าประกอบด้วย 4 ขั้นตอนคือ 1) ขั้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด 2) ขั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน 3) ขั้นการอภิปรายและการเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน และ 4) ขั้นการสรุปโดยเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน นอกจากนี้ Inprasitha (2024) ยังกล่าวเพิ่มเติมว่า วิธีการแบบเปิดมีส่วนช่วยให้ครูเปลี่ยนแปลงความเชื่อที่มีต่อการจัดการเรียนรู้ของตนเอง เปลี่ยนแปลงบทบาท และเปลี่ยนเจตคติที่มีต่อนักเรียน โดยครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตัดสินใจเลือกวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง คอยสังเกตและรวบรวมแนวคิดของนักเรียนในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองอย่างเต็มตามศักยภาพจะให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้โดยสามารถแสดงออกมาได้หลายรูปแบบทั้งผ่านการสื่อสาร การเชื่อมโยงและการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงให้เห็นถึงการแก้ปัญหาของตนเองระหว่างการทำกิจกรรมในชั้นเรียนคณิตศาสตร์

ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนรวมถึงศึกษาขั้นตอนและรายละเอียดเกี่ยวกับแนวปฏิบัติของชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิดเพื่อส่งเสริมให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในบริบทของการผสมผสานระหว่างโลกเชิงกายภาพและโลกเชิงสัญลักษณ์เพื่อเป็นประโยชน์สำหรับครูผู้สอนที่จะเตรียมบริบทที่เหมาะสมในการพัฒนานักเรียนต่อไป

### วัตถุประสงค์การวิจัย

- 1) เพื่อศึกษาแนวทางการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
- 2) เพื่อศึกษาขั้นตอนและรายละเอียดเกี่ยวกับแนวปฏิบัติของชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด เพื่อส่งเสริมให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

### ขอบเขตของการวิจัย

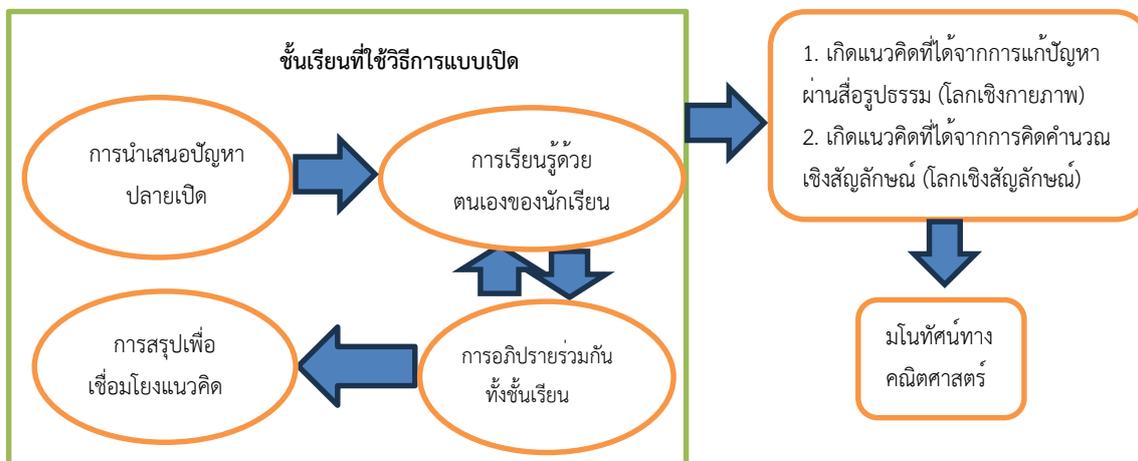
- 1) ด้านเนื้อหา ในงานวิจัยนี้ใช้แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง การคูณพหุนาม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- 2) ด้านระยะเวลา โดยงานวิจัยนี้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566
- 3) ด้านกลุ่มเป้าหมาย งานวิจัยนี้กลุ่มเป้าหมายประกอบด้วย (1) นักศึกษาปฏิบัติการสอนในสถานศึกษา ปฏิบัติหน้าที่ครูผู้สอน จำนวน 1 คน ครูพี่เลี้ยงนักศึกษาปฏิบัติการสอนในสถานศึกษา ปฏิบัติหน้าที่ครูผู้สังเกตการสอน จำนวน 1 คน และ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดถนนแค จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียนทั้งหมด 11 คน

### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ แนวคิดที่เกิดจากการดำเนินการกับวัตถุเชิงกายภาพ (โลกเชิงกายภาพ) เช่น รูปร่าง การย้าย การเลื่อน และทำให้เป็นสัญลักษณ์ (โลกเชิงสัญลักษณ์) เช่น ประโยคสัญลักษณ์ สมการ กราฟ เพื่อนำเสนอในเชิงกฎหรือหลักการให้ผู้อื่นเข้าใจแนวคิดของตนเอง โดยการใช้ปฏิสัมพันธ์กับสื่อรูปธรรมเพื่อสนับสนุนวิธีการต่าง ๆ ในการหาผลลัพธ์ที่แสดงในรูปสัญลักษณ์ หรือในขณะเดียวกันวิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาที่แสดงออกมาในรูปแบบสัญลักษณ์สามารถตรวจสอบได้จากปฏิสัมพันธ์กับการใช้สื่อเช่นกัน
2. วิธีการแบบเปิด หมายถึง วิธีการสอนที่เน้นพัฒนาวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ในบทเรียนหนึ่ง ๆ ประกอบด้วยชั้นการสอน 4 ขั้นตอน ได้แก่ การนำเสนอปัญหาปลายเปิด ชั้นการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน การอภิปรายและเปรียบเทียบแนวคิดร่วมกันทั้งชั้นเรียน และการสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน

## กรอบแนวคิดของการวิจัย

จากการศึกษาแนวคิดและทฤษฎีข้างต้น ผู้วิจัยได้สรุปเป็นกรอบแนวคิดของการวิจัย ดังรายละเอียดต่อไปนี้



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดของการวิจัย

## วิธีการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพโดยใช้การศึกษารายกรณี (Case Study) เพื่อศึกษาแนวทางการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยอาศัยข้อมูลจากจากการสอน การวิเคราะห์ผลงานของนักเรียน และการสัมภาษณ์ครูและนักเรียน รายละเอียดดังนี้

### 1. กลุ่มเป้าหมาย ประกอบด้วย

- 1.1 นักศึกษาปฏิบัติการสอนในสถานศึกษา ปฏิบัติหน้าที่ครูผู้สอน
- 1.2 ครูที่เลี้ยงนักศึกษาปฏิบัติการสอนในสถานศึกษา เป็นครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ปฏิบัติหน้าที่ครูผู้สังเกตการสอน จำนวน 1 คน
- 1.3 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดถนนแคที่กำลังเรียนในภาคเรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนทั้งหมด 11 คน

### 2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- 1) แบบบันทึกภาคสนาม
- 2) เครื่องบันทึกเสียง
- 3) เครื่องบันทึกภาพนิ่ง

### 3. การเก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

- 1) วิเคราะห์กิจกรรมการเรียนการสอนในแผนการจัดการเรียนรู้ ตามกรอบวิธีการแบบเปิด
- 2) วิเคราะห์ข้อมูลประกอบกับหลักฐานเชิงประจักษ์ (Empirical Data) ที่ได้จากใบกิจกรรมของนักเรียน และแบบบันทึกภาคสนาม เพื่อศึกษาแนวทางการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียน ตามกรอบแนวคิดมโนทัศน์ของ Tall (2004)
- 3) การสัมภาษณ์ครูผู้สอน ครูผู้สังเกตการสอน และสัมภาษณ์นักเรียน ภายหลังจากเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อศึกษาขั้นตอนและรายละเอียดเกี่ยวกับแนวปฏิบัติของชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิดเพื่อส่งเสริมให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเชิงพรรณนา (content analysis)

#### ผลการวิจัย

การวิจัยนี้ ผู้วิจัยจะนำเสนอผลการวิจัยเป็น 2 ตอน ดังนี้

**ตอนที่ 1** แนวทางการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในบริบทของการผสมผสานระหว่างโลกเชิงกายภาพและโลกเชิงสัญลักษณ์ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิด

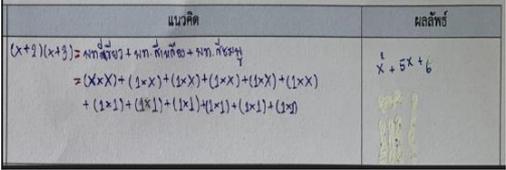
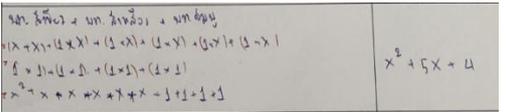
เมื่อครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลาย “ฉันทแปลงร่างเป็นอะไร” และแจกสื่ออุปกรณ์ให้กับนักเรียน นักเรียนพยายามที่จะหาวิธีการคูณพหุนามตามความรู้เดิมเรื่องการคูณเอกนามที่เคยเรียนมา แต่ประเด็นปัญหาที่พบคือนักเรียนไม่เข้าใจว่าตัวตั้งซึ่งเป็นพหุนามที่มีสองพจน์จะนำไปคูณกับตัวคูณได้อย่างไร นักเรียนใช้การโยงเส้นโดยนำตัวตั้งทั้งหมดไปคูณกับตัวคูณแต่ละพจน์แต่ไม่สามารถหาผลลัพธ์ได้ในกรณีนี้ ครูได้ซักถามนักเรียนถึงสื่อและอุปกรณ์ว่าจะใช้เป็นเครื่องมือช่วยแก้ปัญหาได้อย่างไร

นักเรียนเริ่มหยิบจับสื่อรูปธรรมเพื่อให้ความหมายกับการคำนวณเชิงสัญลักษณ์เบื้องต้นโดยใช้การสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจากอุปกรณ์ที่ครูแจกให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้จากการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากไปยังการหาผลคูณของพหุนามได้จนนักเรียนสร้างมโนทัศน์ของการคูณพหุนามได้ด้วยตนเอง มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นมีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 1 สรุปรายละเอียดของการสร้างมโนทัศน์

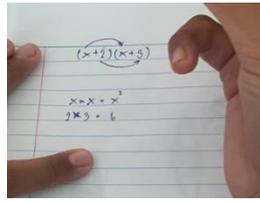
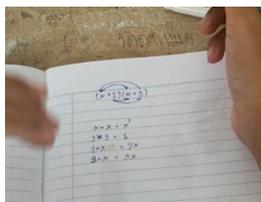
การแก้ปัญหาผ่าน สื่อรูปธรรม	การคำนวณเชิงสัญลักษณ์	มโนทัศน์								
<p>1. <math>(x+2)(x+3)</math></p>  <p>2. <math>(x+4)(x+1)</math></p>  <p>นักเรียนนำรูป สี่เหลี่ยมมุมฉากมา เรียงต่อกันให้ความ กว้างและความยาว เท่ากับพหุนามที่ กำหนดให้</p>	<table border="1" data-bbox="534 472 1070 651"> <thead> <tr> <th>แนวคิด</th> <th>ผลลัพธ์</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> <math>(x+2)(x+3) =</math> สหคูณ + สหคูณ + สหคูณ + สหคูณ  <math>= (x \times x) + (1 \times x) + (2 \times x) + (1 \times x) + (2 \times 2) + (2 \times 3)</math>  <math>+ (1 \times 2) + (1 \times 3) + (1 \times 3) + (1 \times 3)</math> </td> <td> <math>x^2 + 5x + 6</math> </td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" data-bbox="515 768 1102 902"> <thead> <tr> <th>แนวคิด</th> <th>ผลลัพธ์</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>           จงหา สหคูณ + สหคูณ + สหคูณ  <math>+ (x \times x) + (1 \times x) + (1 \times x) + (1 \times x) + (4 \times 1) + (4 \times 1)</math>  <math>+ (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1)</math>  <math>+ (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1)</math> </td> <td> <math>x^2 + 5x + 4</math> </td> </tr> </tbody> </table> <p>หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมโดยการหาผลรวมของพื้นที่ แต่ละสี่ด้วยความรู้เรื่องการคูณเอกนามซึ่งผลลัพธ์ที่ได้ คือผลคูณของพหุนาม</p>	แนวคิด	ผลลัพธ์	$(x+2)(x+3) =$ สหคูณ + สหคูณ + สหคูณ + สหคูณ $= (x \times x) + (1 \times x) + (2 \times x) + (1 \times x) + (2 \times 2) + (2 \times 3)$ $+ (1 \times 2) + (1 \times 3) + (1 \times 3) + (1 \times 3)$	$x^2 + 5x + 6$	แนวคิด	ผลลัพธ์	จงหา สหคูณ + สหคูณ + สหคูณ $+ (x \times x) + (1 \times x) + (1 \times x) + (1 \times x) + (4 \times 1) + (4 \times 1)$ $+ (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1)$ $+ (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1)$	$x^2 + 5x + 4$	<p>หลักการที่ได้จาก แนวคิดของพื้นที่ ของรูปสี่เหลี่ยมมุม ฉาก นำไปสู่แนวคิด เกี่ยวกับการใช้ สัญลักษณ์เพื่อสร้าง หลักการของการ คูณพหุนามอย่าง มีความหมาย (หน้า + หลัง) (หน้า + หลัง) = (หน้า <math>\times</math> หน้า) + (หลัง <math>\times</math> หลัง) + (หลัง <math>\times</math> หน้า) + (หน้า <math>\times</math> หลัง)</p>  <p><math>(x + a)(x + b)</math></p>
แนวคิด	ผลลัพธ์									
$(x+2)(x+3) =$ สหคูณ + สหคูณ + สหคูณ + สหคูณ $= (x \times x) + (1 \times x) + (2 \times x) + (1 \times x) + (2 \times 2) + (2 \times 3)$ $+ (1 \times 2) + (1 \times 3) + (1 \times 3) + (1 \times 3)$	$x^2 + 5x + 6$									
แนวคิด	ผลลัพธ์									
จงหา สหคูณ + สหคูณ + สหคูณ $+ (x \times x) + (1 \times x) + (1 \times x) + (1 \times x) + (4 \times 1) + (4 \times 1)$ $+ (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1)$ $+ (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1)$	$x^2 + 5x + 4$									

ตารางที่ 2 รายละเอียดแนวคิดที่เกิดจากการคำนวณเชิงสัญลักษณ์ของนักเรียนจากโลกเชิงกายภาพ

แนวคิดที่เกิดจากการคำนวณเชิงสัญลักษณ์	รายละเอียด
 <p>แนวคิด</p> $(x+2)(x+3) = \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม} + \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม} + \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม}$ $= (x \times x) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1)$ <p>ผลลัพธ์</p> $x^2 + 5x + 6$	$(x + 2)(x + 3) = \text{พท. สี่เหลี่ยม} + \text{พท. สี่เหลี่ยม} + \text{พท. สี่เหลี่ยม}$ $= (x \cdot x) + (1 \cdot 1) + (1 \cdot 1) + (1 \cdot 1)$ $= x^2 + 5x + 6$
 <p>แนวคิด</p> $(x+3)(x+1) = \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม} + \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม} + \text{พื้นที่สี่เหลี่ยม}$ $= (x \times x) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1)$ <p>ผลลัพธ์</p> $x^2 + 5x + 4$	$(x + 3)(x + 1) = \text{พท. สี่เหลี่ยม} + \text{พท. สี่เหลี่ยม} + \text{พท. สี่เหลี่ยม}$ $= (x \cdot x) + (1 \cdot 1) + (1 \cdot 1) + (1 \cdot 1)$ $= x^2 + 5x + 4$

จากตารางที่ 1 และ ตารางที่ 2 พบว่า นักเรียนจัดวางรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแต่ละสี่เหลี่ยมเพื่อให้ได้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความกว้างและความยาวเท่ากับพหุนามที่กำหนด หลังจากนั้นพบว่าผลคูณของพหุนามคือพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมที่สร้างขึ้น นักเรียนใช้แนวคิดเรื่องการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและการหาผลรวมของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคือการนำความกว้างคูณความยาวโดยอาศัยความรู้เรื่องการคูณเอกนามซึ่งเป็นความรู้ที่นักเรียนเคยรู้มาก่อน ส่งผลให้ได้ประโยคสัญลักษณ์การคูณพหุนาม ดังนั้นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่นักเรียนสร้างขึ้นจึงแสดงแทนการหาผลคูณของพหุนาม

มโนทัศน์เกี่ยวกับการหาผลคูณของพหุนามแสดงให้เห็นโดยนักเรียนสร้างแนวคิดที่เกิดจากการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม และทำให้เป็นสัญลักษณ์ ขณะเดียวกันก็มองเห็นวิธีการอื่นที่ช่วยในการหาคำตอบ เช่น การโยงลูกศรแสดงแทนหลักการของการคูณพหุนามเพื่อให้เห็นขั้นตอนวิธีการของการหาผลคูณของพหุนาม การสรุปเป็นสูตรและหลักการ เป็นต้น



ภาพที่ 2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง การคูณพหุนาม

**ตอนที่ 2** เพื่อศึกษาขั้นตอนและรายละเอียดเกี่ยวกับแนวปฏิบัติของชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิดเพื่อส่งเสริมให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิดเป็นวิธีการสอน พบว่า การวิเคราะห์รายละเอียดเกี่ยวกับขั้นตอนและแนวปฏิบัติของวิธีการสอนจะวิเคราะห์ในประเด็นของการจัดการเรียนการสอนที่ครูและนักเรียนได้แสดงบทบาทที่ผลักดันให้เกิดความคิดที่นำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ในเรื่องการคูณพหุนาม ผ่านแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยอาศัยสื่อรูปธรรมและทำให้เกิดเป็นสัญลักษณ์ การวิเคราะห์แสดงให้เห็นดังต่อไปนี้

**ตารางที่ 3** บทบาทของครู และบทบาทของนักเรียนในแต่ละขั้นตอนของชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด

ขั้นตอนและรายละเอียดของวิธีการแบบเปิด	บทบาทของครู	บทบาทของนักเรียน
ขั้นที่ 1: การนำเสนอสถานการณ์ปัญหา	ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด “ฉันทแปลงร่างเป็นอะไร” โดยมีคำสั่งให้นักเรียนนำกระดาษสีมาเรียงต่อกันให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความกว้างและความยาวเท่ากับพหุนามที่กำหนด พร้อมแจกอุปกรณ์ให้กับนักเรียนประกอบด้วย กระดาษสีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 3 สี 3 ขนาด	ภายหลังจากที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด นักเรียนร่วมกันตีความคำสำคัญในปัญหาเพื่อทำความเข้าใจปัญหาที่ครูนำเสนอ โดยพูดคุยกับเพื่อนในกลุ่มถึงพหุนามที่ครูกำหนด เช่น $(x + 2)(x + 3)$ ว่าจะนำกระดาษมาเรียงต่อกันอย่างไร
ขั้นที่ 2: การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน	1. ในระหว่างการแก้ปัญหา ครูเดินดูนักเรียนพร้อมทั้งตั้งคำถามชวนคิด “ถ้าในกรณีที่นักเรียนวางกระดาษไม่สอดคล้องพหุนามที่กำหนด เช่นกระดาษที่วางมีความกว้าง ความยาว เท่าไร” และครูให้คำแนะนำเพิ่มเติม 2. ครูจัดบันทึกวิธีการแก้ปัญหของนักเรียนแต่ละกลุ่ม เพื่อจัดลำดับการออกมานำเสนอ	1. นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม โดยพูดคุยถึงอุปกรณ์ที่ครูให้มา 2. จากคำถามชวนคิดของครูนำไปสู่การค้นพบวิธีการใช้อุปกรณ์เพื่อสนับสนุนแนวคิดในการหาคำตอบ (แนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหาผ่านสื่อรูปธรรม (โลกเชิงกายภาพ)) 3. ตั้งคำถามกับครูเป็นระยะ เพื่อให้แน่ใจว่านักเรียนมาถูกทาง

ตารางที่ 3 บทบาทของครู และบทบาทของนักเรียนในแต่ละขั้นตอนของชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด (ต่อ)

ขั้นตอนและรายละเอียดของวิธีการแบบเปิด	บทบาทของครู	บทบาทของนักเรียน
		<p>4. มีแนวคิดหลากหลายที่เกิดในกลุ่ม เช่น ใช้การคูณแบบจับคู่ การคูณแนวตั้ง ฯลฯ แต่ไม่แสดงถึงความขัดแย้งกันของความรู้ (แนวคิดที่ได้จากการคิดคำนวณเชิงสัญลักษณ์ (โลกเชิงสัญลักษณ์)) และสามารถสรุปเป็นหลักการได้</p> <p>5. มีนักเรียนบางกลุ่มที่สามารถตั้งโจทย์การคูณพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์หน้าพจน์แรกมีค่ามากกว่า 1 และสร้างแนวคิดจากสื่อจนสามารถทำให้เป็นสัญลักษณ์และตรวจสอบแนวคิดที่ได้จากหลักการที่ค้นพบได้ ดังภาพ</p> 
<p>ขั้นที่ 3: การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน</p>	<p>1. ครูจัดลำดับการนำเสนอของนักเรียนจากกลุ่มที่มีวิธีการแก้ปัญหาแบบพื้นฐานไปสู่กลุ่มที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่สลับซับซ้อน</p> <p>2. เปรียบเทียบแนวคิดของนักเรียนและประเมินความถูกต้องเหมาะสมของแนวคิดที่นำไปสู่ข้อค้นพบที่ได้</p>	<p>1. นักเรียนออกมานำเสนอผลการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียนที่ละกลุ่ม นักเรียนที่เป็นผู้ฟังตั้งประเด็นคำถาม ข้อสังเกต</p> <p>2. นักเรียนเปรียบเทียบแนวคิดของตนเองกับเพื่อนแต่ละกลุ่มในแง่มุมของความเหมือน ความต่าง ข้อดี และข้อเสีย</p> <p>3. การอภิปรายร่วมกันเพื่อยืนยันและสร้างความเข้าใจร่วมกัน</p>

ตารางที่ 3 บทบาทของครู และบทบาทของนักเรียนในแต่ละขั้นตอนของชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด (ต่อ)

ขั้นตอนและรายละเอียดของวิธีการแบบเปิด	บทบาทของครู	บทบาทของนักเรียน
ขั้นที่ 4: การสรุปผ่านการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน	ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีคิด โดยการเชื่อมโยงจากสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้วเพื่อสร้างความรู้ใหม่และบันทึกประเด็นที่สรุปได้ลงบนกระดาน	การอภิปรายร่วมกันเพื่อยืนยันและสร้างความเข้าใจร่วมกันในหลักการที่สรุปได้ ได้แก่ การคูณพหุนามทำได้โดยการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความกว้างและความยาวเท่ากับพหุนามที่กำหนด ใช้การคูณแบบจับคู่ตามรูปแบบที่ได้จากการหาพื้นที่ ใช้การโยงเส้นเพื่อจับคู่คูณ ซึ่งแนวคิดที่ได้นำไปสู่มนทัศน์เรื่อง การคูณพหุนาม

จากการวิเคราะห์แต่ละขั้นของวิธีการแบบเปิด พบว่า ครูและนักเรียนมีบทบาทที่ผลักดันให้เกิดวิธีคิดที่นำไปสู่การสร้างมนทัศน์ นอกจากนี้ในระหว่างการเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน นักเรียนมองเห็นว่ากระดาษแผ่นใหญ่ 1 แผ่น เปรียบได้กับสัมประสิทธิ์หน้าพจน์แรกที่เป็น 1 ดังนั้นถ้าต้องการสัมประสิทธิ์หน้าพจน์แรกที่เป็น 2 ก็ต้องเพิ่มกระดาษแผ่นใหญ่อีก 1 แผ่น ซึ่งในแง่มุมนี้สามารถตรวจสอบความชัดเจนของแนวคิดได้จากผลจากการสัมภาษณ์ครูผู้สอน และนักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย รายละเอียดดังตัวอย่างต่อไปนี้

“...ไม่คิดว่าจะใช้อุปกรณ์แค่กระดาษสี่ก็ทำให้นักเรียนหาวิธีการได้...มันเป็นแนวคิดที่ได้จากโลกที่หนึ่งจริง ๆ (หัวเราะ)” (ครูผู้สอน, การสื่อสารบุคคล, 12 กุมภาพันธ์ 2567 เวลา 11.00 น)

“...ที่น่าทึ่งคือ เขาคิดได้เอง เขารู้ได้ยังไงว่าจะต่อแบบไหนถึงตรงกับโจทย์...ที่อาจารย์พูดว่าอะไรนะ...โลกของคณิตศาสตร์เทรอ มันได้จริง ๆ นะ” (ครูผู้สังเกตการสอน, การสื่อสารบุคคล, 12 กุมภาพันธ์ 2567 เวลา 11.00 น)

“...การสอนวิธีนี้ดี ครูแค่เตรียมการมานักเรียนทำเองหมดเลย คิดเองได้ด้วย แต่ครูก็ต้องเตรียมเนอะ...” (ครูผู้สังเกตการสอน, การสื่อสารบุคคล, 12 กุมภาพันธ์ 2567 เวลา 11.00 น)

“...ครูแนะนำสี่เหลี่ยมมีด้านกว้างด้านยาว ถ้าจะหาพื้นที่ต้องทำไง ก็นี่ก็ออกเลยคะว่าต้องคูณ...” (นักเรียนคนที่ 1, การสื่อสารบุคคล, 19 กุมภาพันธ์ 2567 เวลา 15.00 น)

“...เพื่อนกลุ่มอื่นต่อได้หลายแบบ ใช้การต่อกระดาษตั้งโจทย์เองได้ด้วย ครูไม่ต้องตั้งโจทย์ให้เลย...” (นักเรียนคนที่ 2, การสื่อสารบุคคล, 19 กุมภาพันธ์ 2567 เวลา 15.00 น.)

## อภิปรายผลการวิจัย

1. ในการสร้างมโนทัศน์ นักเรียนสามารถสรุปที่มาของหลักการ และใช้การคำนวณเชิงสัญลักษณ์ได้ นักเรียนแสดงให้เห็นแนวคิดที่เกิดจากโลกเชิงกายภาพ และโลกเชิงสัญลักษณ์ โดยแนวคิดที่ได้จากการดำเนินการคำนวณต่าง ๆ เพื่อนำเสนอในรูปแบบสัญลักษณ์ (โลกเชิงสัญลักษณ์) เป็นแนวคิดที่เชื่อมต่อการมองเห็นสิ่งที่เป็นรูปธรรมซึ่งในที่นี้ คือ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และต้องการหาพื้นที่ของรูปนั้น ๆ จึงส่งผลให้เกิดการสรุปว่า พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีค่าเท่ากับผลคูณของพหุนาม และนำไปสู่การสรุปเป็นหลักการ ของการคูณพหุนามอย่างมีความหมาย ผลการศึกษาที่ได้ สอดคล้องกับ Tall (2004) ที่กล่าวว่า การสร้างมโนทัศน์ของนักเรียนเป็นการผสมผสานกันของสองโลกทางคณิตศาสตร์ นั่นคือ โลกเชิงกายภาพ และโลกเชิงสัญลักษณ์ นอกจากนี้ Tall and Isoda (2007) ยังแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการคิดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการเชื่อมต่อโลกเชิงกายภาพและโลกเชิงสัญลักษณ์เข้าไว้ด้วยกัน โดยการวิจัยนี้ได้ข้อค้นพบว่านักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่จะคิดอย่างคณิตศาสตร์กล่าวคือ เมื่อนักเรียนเกิดแนวคิดจากโลกเชิงกายภาพและโลกเชิงสัญลักษณ์นักเรียนขยายแนวคิดจากแนวคิดพื้นฐาน (สัมประสิทธิ์หน้าพจน์แรกเป็น 1) ไปสู่แนวคิดที่มีความสลับซับซ้อน (สัมประสิทธิ์หน้าพจน์แรกมากกว่า 1) ซึ่งสอดคล้องกับ Becker & Shimada (1997) ที่กล่าวถึงการเรียนรู้เพื่อที่จะคิดอย่างคณิตศาสตร์ว่าเป็นการเชื่อมโยงโลกเชิงกายภาพกับโลกเชิงสัญลักษณ์ผ่านวิธีการคิดต่าง ๆ และ Inprasitha (2024) ที่กล่าวว่า นักเรียนเกิดการเรียนรู้เพื่อที่จะคิดอย่างคณิตศาสตร์เมื่อนักเรียนมีวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาและวิธีการเหล่านั้นนักเรียนคิดได้ด้วยตนเอง และสอดคล้องกับ Tall (2013) ที่กล่าวว่า การผสมผสานกันของสองโลกทางคณิตศาสตร์ส่งผลให้เกิดมโนทัศน์และการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์

2. ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิดเป็นวิธีการสอน ซึ่งเน้นที่กระบวนการของการค้นหาสิ่งที่เป็นคณิตศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่าน 4 ขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด ถ้าพิจารณาถึงการวิเคราะห์ในแต่ละขั้นตอนของวิธีการแบบเปิดจะพบว่า การที่นักเรียนสามารถแสดงวิธีคิดโดยใช้อุปกรณ์ที่ครูนำมาให้นั้น ครูต้องนำเสนอปัญหาและแนวทางการแก้ปัญหาโดยคร่าว ๆ ให้กับนักเรียน พร้อมทั้งมีการตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้เดิมมาใช้เพื่อสร้างความรู้ใหม่ โดยเป็นการผสมผสานความรู้ในสาระการวัดและเรขาคณิต (การทำพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก) ไปสู่ข้อค้นพบในสาระจำนวนและพีชคณิต (การคูณพหุนาม) ได้อย่างลงตัว นอกจากนี้การผสมผสานสาระความรู้ต่าง ๆ เกิดขึ้นได้ในชั้นเรียนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและค้นหาความรู้ด้วยตนเอง (Petcharaporn ,2020) ยิ่งไปกว่านั้น วิธีการแบบเปิดซึ่งเป็นวิธีสอนตามแนวคิดของ (Inprasith, 2010) ทำให้นักเรียนสามารถคิดอย่างเป็นคณิตศาสตร์และสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง ทั้งนี้เนื่องจากวิธีสอนดังกล่าวเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดผ่านการหยิบจับอุปกรณ์ต่าง ๆ อย่างอิสระ และแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการอภิปรายร่วมกันเพื่อ

ขยายแนวคิด นอกจากวิธีการแบบเปิดแล้วยังมีวิธีการสอนอื่น ๆ ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและเป็นวิธีการสอนที่นำไปสู่การคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่น การสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) การสอนแบบ GPASS 5 STEPS การสอนแบบกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ (5E) ฯลฯ ซึ่งจำเป็นต้องศึกษาต่อไป

### ข้อเสนอแนะ

#### 1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

ผลการวิจัยนี้เกิดขึ้นภายในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการแบบเปิด ซึ่งผลการวิจัยได้สะท้อนให้เห็นถึงลำดับของการเรียนการสอนที่ส่งผลให้เกิดวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน ดังนั้นสิ่งที่ครูต้องเตรียมหากนำวิธีการนี้ไปใช้ เช่น การสร้างสถานการณ์ปัญหา การตั้งคำถามของครู รวมถึงการจัดลำดับการนำเสนอ

#### 2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

ในการทำวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการแบบเปิดเป็นวิธีการสอน ในการศึกษาครั้งต่อไปอาจใช้วิธีการสอนแบบอื่น ๆ ที่เน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม และสามารถสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง

### กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยราชภัฏเทพสตรี ปีงบประมาณ 2566

### References

- Becker, J. P., & Shimada, S. (1997). *The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Changsri, N. (2022). 'There is not just one way to find the answer.' *A mathematics classroom that emphasizes process rather than product*. Retrieved from <https://thepotential.org/creative-learning/teaching-mathematics-open-approach>. [in Thai]
- Gray, E. M., & Tall D. O. (1992). Success and failure in Mathematics: Procept and procedure 1. A primary perspective. Published in *Workshop on Mathematics Education and Computers*, April 1992 (pp. 209–215). Taipei National University.

- Inprasitha, M. (2006). Open-ended approach and teacher education. *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*, 25, 169-178. [in Thai]
- Inprasitha, M. (2010). One feature of adaptive lesson study in Thailand: Designing learning unit. *Proceeding of the 45<sup>th</sup> Korean National Meeting of Mathematics Education* (pp. 193-206). Dongkook University. [in Thai]
- Inprasitha, M. (2022). Lesson study and open approach development in Thailand: A longitudinal study. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 11(5), 1-15.
- Inprasitha, M. (2024). Learning to think mathematically in Thai classroom using Thailand Lesson Study Incorporated with Open Approach (TLSOA). *Proceeding of the National Academy of Mathematics Education (TSMED 10)*, February 3-4, 2024 (p. 2). Phra Nakhon Si Ayutthaya Rajabhat University. [in Thai]
- Makhanong, A. (2010). *Skills and mathematical processes development for development*. Chulalongkorn University Press. [in Thai]
- Petcharaporn, K. (2020). *Learning management science*. Faculty of Education, Suan Sunandha Rajaphat University. [in Thai]
- Saengpun, J & Kanchaisak, P. (2017). From Embodied to Symbolic World: Learning Process in Addition of First Grade Students in Classroom taught through Open Approach. *Journal of Inclusive and Innovative Education*, 1(1), 53-67. [in Thai]
- Suthisung N. (2013). *The function of abstraction process for students' concept formation through Mathematical activity in classroom using lesson study and open approach* [Unpublished doctoral dissertation]. Khonkaen University. [in Thai]
- Tall, D. (2004). Introducing three worlds of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 23(3), 29-33.
- Tall, D., & Isoda, M. (2007). *Long-term development of mathematical thinking and lesson study*. <https://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2007x-tall-isoda-lessonstudy.pdf>
- Tall, D. (2013). *How humans learn to think Mathematically: Exploring the three worlds of Mathematics*. Cambridge University Press.