

การจัดการเรียนรู้โดยใช้เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ เพื่อส่งเสริมทักษะการโต้แย้งทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบ
ของพหุนามดีกรีสอง

Learning Management Using an Area Model Game to Promote
Mathematical Argumentation Skills of Grade 8 Students
on Factoring Quadratic Polynomials

วรรณวิไล เทพวงษ์^{1*} และ อาร์ท นกแก้ว²

^{1*}ผู้ประพันธ์อันดับแรก สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์

อีเมล: wanwilait66@nu.ac.th

²ผู้ประพันธ์บรรณกิจ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์ อีเมล: artornn@nu.ac.th

Wanwilai Thepwong^{1*} and Artorn Nokkaew²

^{1*}First Author, Mathematics Education, Department of Education, Faculty of Education, Naresuan University,

Email: wanwilait66@nu.ac.th

²Corresponding Author, Mathematics Education, Department of Education, Faculty of Education, Naresuan

University, Email: artornn@nu.ac.th

Received: May 06, 2025 / Revised: June 16, 2025 / Accepted: July 16, 2025

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ในการส่งเสริมทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง การวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนขนาดกลางแห่งหนึ่งในจังหวัดนครสวรรค์ จำนวน 24 คน เครื่องมือที่ใช้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ แบบสังเกตพฤติกรรม และแบบทดสอบทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ข้อมูลวิเคราะห์ด้วยแนวทางการวิเคราะห์เชิงเนื้อหาแบบจัดโครงสร้าง และตรวจสอบความน่าเชื่อถือด้วยการตรวจสอบสามเส้า ผลการวิจัยพบว่า ด้านที่นักเรียนมีพัฒนาการสูงสุดคือข้อกล่าวอ้าง รองลงมาคือข้อมูล และเหตุผลสนับสนุนข้อกล่าวอ้าง ส่วนเหตุผลคัดค้านเป็นด้านที่มีพัฒนาการต่ำที่สุด เมื่อพิจารณาระดับรายองค์ประกอบในระดับดีขึ้น พบว่าข้อกล่าวอ้างมีนักเรียนร้อยละ 62.50 ข้อมูลและเหตุผลสนับสนุนข้อกล่าวอ้างร้อยละ 45.83 เท่ากัน และเหตุผลคัดค้านร้อยละ 33.33 ซึ่งสอดคล้องกับข้อมูลเชิงพฤติกรรมที่พบว่า นักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนแนวคิดและอธิบายเหตุผลอย่างมีโครงสร้าง ผ่านการตีความภาพแบบจำลองเชิงพื้นที่ในการแข่งขันกลุ่ม

ซึ่งเปิดโอกาสให้โต้แย้งและตรวจสอบแนวคิดร่วมกันสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้เกมแบบจำลอง
เชิงพื้นที่ช่วยส่งเสริมทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์เรื่องการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง

คำสำคัญ: การจัดการเรียนรู้โดยใช้เกมเป็นฐาน เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ ทักษะการโต้แย้งทาง
คณิตศาสตร์ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง

Abstract

This study aimed to examine the effects of learning management using an area model game on enhancing the mathematical argumentation skills of Grade 8 students in the topic of factoring quadratic polynomials. The research was conducted as classroom action research with a target group of 24 students from a medium-sized secondary school in Nakhon Sawan Province. The research instruments included lesson plans, an area model game, a behavior observation form, and a mathematical argumentation skills test. Data were analyzed using the Structuring–Deductive Category Assignment method and triangulated for credibility. The results revealed that the claim component showed the highest improvement, followed by data and warrant, while rebuttal showed the least. Considering the proportion of students who achieved good to excellent levels, 62.50% performed well in the claim component, 45.83% in both data and warrant, and 33.33% in rebuttal. These findings were consistent with behavioral observations, which showed that students were able to exchange ideas and explain their reasoning structurally through interpreting area model representations in team-based competition, where they engaged in collaborative argumentation and idea evaluation. In conclusion, learning management using an area model game effectively promotes mathematical argumentation skills in the context of factoring quadratic polynomials

Keywords: Game-Based Learning, Area Model Game, Mathematical Argumentation Skills, Factoring Quadratic Polynomials

บทนำ

การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Argumentation) เป็นกระบวนการให้เหตุผลที่มี
โครงสร้าง ประกอบด้วยการเสนอข้อสรุป การนำเสนอข้อมูลสนับสนุน การให้เหตุผลประกอบ และการ
ตอบโต้แนวคิดอื่น ๆ อย่างมีตรรกะ (Jeannotte & Kieran, 2017; Toulmin, 2003) ความสามารถในการ
การโต้แย้งสัมพันธ์กับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาทักษะ

การคิดวิเคราะห์ และการให้เหตุผล (Şengül & Altinel, 2021) การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง (Indrawatiningsih et al., 2020)

แม้จะมีการเน้นย้ำถึงความสำคัญของการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ แต่นักเรียนจำนวนมากยังคงประสบปัญหาในการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ Şengül and Altinel (2021) พบว่า นักเรียนมีข้อจำกัดในการให้เหตุผลในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในส่วนของ การนำเสนอข้อโต้แย้งที่ต้องใช้หลักฐานรองรับอย่างชัดเจนและมีลำดับขั้นที่เป็นระบบ ซึ่งสอดคล้องกับข้อค้นพบของ Orain et al. (2023) ที่พบว่า แม้นักเรียนจะสามารถให้ข้อคิดเห็นหรือเหตุผลสนับสนุนได้ในระดับหนึ่ง แต่ยังคงขาดความสมบูรณ์ในการอธิบายหรือโต้แย้งกลับในประเด็นที่มีความซับซ้อน ปัญหาดังกล่าวสะท้อนถึงความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ยังไม่ลึกซึ้ง ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถใช้ข้อมูลหรือหลักการที่ถูกต้องมาสนับสนุนข้อโต้แย้งได้อย่างมีประสิทธิภาพ (Schwarz et al., 2010) ในทำนองเดียวกัน Lin and Mintzes (2010) พบว่า นักเรียนจำนวนมาก โดยเฉพาะผู้ที่มีความสามารถด้านการคิดต่ำจะมีความสับสนระหว่างเหตุผลกับหลักฐาน โดยใช้เหตุผลส่วนตัวแทนที่จะอ้างอิงข้อมูลหรือเนื้อหาที่เกี่ยวข้องซึ่งเป็นอุปสรรคต่อการพัฒนาการโต้แย้ง ปัญหาเหล่านี้สะท้อนให้เห็นว่า ความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนก็มีส่วนสำคัญต่อการพัฒนาทักษะการโต้แย้งเช่นเดียวกัน

นอกจากทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์แล้ว เนื้อหาด้านการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองก็เป็นอีกหนึ่งเนื้อหาที่นักเรียนจำนวนมากพบอุปสรรคในการเรียนรู้ แม้จะเป็นเนื้อหาพื้นฐานในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและเป็นรากฐานของคณิตศาสตร์ระดับที่สูงขึ้น แต่นักเรียนส่วนใหญ่ยังมีผลการเรียนในหัวข้อนี้ต่ำกว่าเกณฑ์ โดยเฉพาะในด้านการเข้าใจรูปแบบของพหุนามและการเลือกวิธีแยกตัวประกอบ ซึ่งสะท้อนจากผลการสอบในปีการศึกษาที่ผ่านมาในโรงเรียนของผู้วิจัย พบว่ามีนักเรียนที่ทำคะแนนไม่ถึงเกณฑ์ผ่านคิดเป็นสัดส่วนร้อยละ 50 เนื่องจากเนื้อหากการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองโดยใช้สมบัติการแจกแจงมีลักษณะเป็นนามธรรม ยากต่อการเชื่อมโยงแนวคิดและการสร้างความเข้าใจ (Baring & Alegre, 2019; Meesap et al., 2021) นักเรียนยังมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในด้านวิเคราะห์โครงสร้างของพหุนาม ด้านการเชื่อมโยงสัมพันธ์กับผลคูณของตัวประกอบ และด้านการเลือกวิธีการแยกตัวประกอบที่เหมาะสม ซึ่งสะท้อนถึงความไม่เข้าใจในโครงสร้างของพหุนามอย่างแท้จริง (Srisuthunyavong, 2023) ส่งผลให้การเรียนรู้อย่างคงแน่นที่กระบวนการหาคำตอบ มากกว่าการอธิบายหรือแลกเปลี่ยนแนวคิด

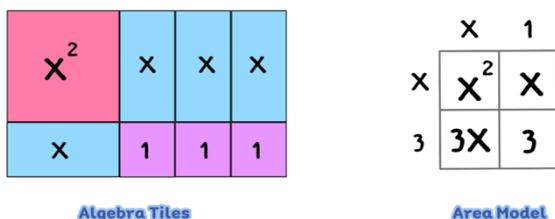
แม้ว่าที่ผ่านมานักการศึกษาคณิตศาสตร์จะได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนรู้เรื่องการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่หลากหลาย เช่น การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือด้วยเทคนิค TAI (Bumrunpakdee, 2020) การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดห้องเรียนกลับด้านร่วมกับ STAD (Ratchakham, 2020) การใช้ชุดกิจกรรมร่วมกับเทคนิค Box Method (Meesap et al., 2021) และการจัดการเรียนรู้แบบ 5E ร่วมกับเทคนิค TGT (Aupan & Thienyutthakul, 2024) ซึ่งต่างก็มีจุดเด่นในการช่วยส่งเสริม

ความเข้าใจและการมีส่วนร่วมของนักเรียน แต่แนวทางส่วนใหญ่ยังคงมุ่งเน้นไปที่การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หรือการฝึกฝนกระบวนการคิดคำนวณ มากกว่าการส่งเสริมให้นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดของตนเองโดยอ้างอิงจากหลักฐาน หรือพัฒนาทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ ไม่เอื้อต่อการอภิปรายหรือการให้เหตุผลอย่างมีโครงสร้าง (Kersaint, 2015) นอกจากนี้ แนวทางการสื่อความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นนามธรรม เช่น โครงสร้างของพหุนาม ยังมีข้อจำกัดในการช่วยให้นักเรียนมองเห็นความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดได้อย่างชัดเจน ส่งผลให้การเรียนรู้อย่างแน่นที่กระบวนการหาคำตอบมากกว่าการอธิบายหรือแลกเปลี่ยนแนวคิด จึงมีความจำเป็นที่จะต้องแสวงหาแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่สามารถพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนควบคู่กัน

Tabpum and Poonpaiboonpipat (2021) ได้เสนอว่า การพัฒนาทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ควรจัดกิจกรรมโดยใช้สถานการณ์ที่มีแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ใช้คำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นการอภิปราย และสร้างบรรยากาศที่เอื้อต่อการกล้าคิด กล้าแสดงออกของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ Orain et al. (2023) ที่ได้ออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด โดยใช้สถานการณ์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น อธิบายเหตุผล และโต้แย้งอย่างมีหลักการในบริบทของคณิตศาสตร์ แนวคิดในการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นอย่างหลากหลายนี้ สามารถต่อยอดได้ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้เกมเป็นฐาน (Game-Based Learning) ซึ่งช่วยสร้างบรรยากาศที่มีเป้าหมายชัดเจน กระตุ้นการมีส่วนร่วม และส่งเสริมการแสดงความคิดเห็นอย่างเป็นธรรมชาติ เกมที่ออกแบบอย่างเหมาะสมสามารถสร้างแรงจูงใจ เสริมปฏิสัมพันธ์ และส่งผลให้เกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง (Plass et al., 2015) และยังเป็นกลยุทธ์ที่ช่วยส่งเสริมทั้งแรงจูงใจและการพัฒนาทักษะการใช้เหตุผล โดยเฉพาะเมื่อกิจกรรมในเกมมีความท้าทายและเชื่อมโยงกับความสนใจของผู้เรียน (Panichayapan & Boonsong, 2023)

การใช้ภาพเพื่อแสดงแทนการคูณกันของพหุนามช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ต่าง ๆ อย่างเป็นรูปธรรม (Kajander, 2022) โดยมีรูปแบบการแสดงแทนการคูณ หรือการแยกตัวประกอบพหุนามในรูปแบบที่หลากหลาย อาทิ แบบจำลองเชิงพื้นที่ (Area Model) ที่เน้นการแทนค่าพื้นที่และความสัมพันธ์เชิงพื้นที่ระหว่างพจน์ต่าง ๆ และกระเบื้องพีชคณิต (Algebra Tiles) ซึ่งใช้แผ่นสี่เหลี่ยมสีต่าง ๆ แทนพจน์ของพหุนาม ดังแสดงในภาพที่ 1

$$x^2 + 4x + 3$$



ภาพที่ 1 เปรียบเทียบกระเบื้องพีชคณิต (Algebra Tiles) (ซ้าย) กับ แบบจำลองเชิงพื้นที่ (Area model) (ขวา) ในการแยกตัวประกอบพหุนามของ x^2+4x+3

การใช้แบบจำลองเชิงพื้นที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามได้อย่างลึกซึ้ง รวมถึงสามารถสังเกตรูปแบบและสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์กับค่าคงที่ได้ด้วยตนเอง โดยแบบจำลองเชิงพื้นที่ที่น่าจะเอื้อต่อการที่นักเรียนจะสามารถใช้เป็นหลักฐานในการอธิบายเหตุผล แสดงความคิดเห็น และโต้แย้งแนวคิดที่แตกต่าง ซึ่งเป็นองค์ประกอบสำคัญในการพัฒนาทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่มีเหตุผลและน่าเชื่อถือ

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจใช้แบบจำลองเชิงพื้นที่ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในลักษณะของเกมที่ออกแบบให้มีเป้าหมายการโต้แย้งที่ชัดเจนและเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถกระตุ้นให้เกิดการใช้เหตุผล การอภิปราย และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อเสริมสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้และกระตุ้นการมีส่วนร่วมของผู้เรียน งานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่เพื่อส่งเสริมทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง โดยกิจกรรมดังกล่าวไม่เพียงช่วยกระตุ้นการมีส่วนร่วมของผู้เรียนเท่านั้น แต่ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกอธิบายแนวคิดของตนผ่านกระบวนการใช้เหตุผล การเชื่อมโยงข้อมูลกับข้อสรุป และการสร้างข้อโต้แย้งที่มีโครงสร้างชัดเจน ซึ่งสามารถประยุกต์ใช้เป็นแนวทางในการออกแบบการเรียนรู้ในหัวข้ออื่นที่มีลักษณะเป็นนามธรรมได้เช่นกัน และช่วยให้นักเรียนสามารถนำความเข้าใจที่ได้ไปต่อยอดในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ ได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้ กิจกรรมในรูปแบบเกมยังสามารถใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมส่งเสริมการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ทั้งในและนอกห้องเรียน โดยมีลักษณะสนุกสนานและส่งเสริมแรงจูงใจเชิงบวกต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน สำหรับงานวิจัยนี้ กลุ่มเป้าหมาย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ห้องเรียนปกติ จำนวน 24 คน จากโรงเรียนขนาดกลางในจังหวัดนครสวรรค์

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อศึกษาผลการส่งเสริมทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง โดยการจัดการเรียนรู้แบบใช้เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ ซึ่ง

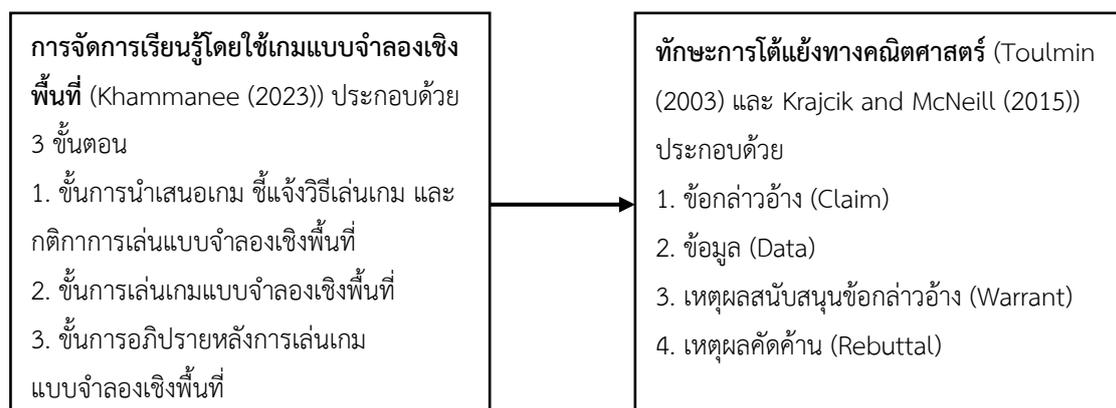
มุ่งศึกษาพัฒนาการของทักษะการโต้แย้งในแต่ละองค์ประกอบ ได้แก่ ข้อกล่าวอ้าง ข้อมูล เหตุผล สนับสนุนข้อกล่าวอ้าง และเหตุผลคัดค้าน

ขอบเขตการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง จำนวน 11 ชั่วโมง ประกอบด้วย การคูณพหุนามโดยใช้แบบจำลองเชิงพื้นที่ จำนวน 3 ชั่วโมง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวโดยใช้แบบจำลองเชิงพื้นที่ จำนวน 4 ชั่วโมง และการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้แบบจำลองเชิงพื้นที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์และผลต่างกำลังสอง จำนวน 4 ชั่วโมง โดยใช้เวลาเรียนแบบแยกในชั่วโมงคณิตศาสตร์ (1 ชั่วโมงต่อครั้ง) ให้เหมาะกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่

ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษานี้ ตัวแปรต้น คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่เป็นการใช้เกมเป็นสื่อกลางในการเรียนรู้ที่ออกแบบมาเพื่อกระตุ้นความสนใจและส่งเสริมการมีส่วนร่วมของนักเรียน เกมที่ใช้จะมีกติกาเรียบง่าย ไม่ซับซ้อน และผสมผสานแบบจำลองเชิงพื้นที่ที่ใช้พื้นที่สี่เหลี่ยมแทนส่วนต่าง ๆ ของพหุนาม เพื่อแสดงกระบวนการคูณและแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองอย่างเป็นรูปธรรม และตัวแปรตาม คือ ทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ ได้แก่ ข้อกล่าวอ้าง (Claim) ข้อมูล (Data) เหตุผลสนับสนุนข้อกล่าวอ้าง (Warrant) และเหตุผลคัดค้าน (Rebuttal)

กรอบแนวคิดการวิจัย



ภาพที่ 2 กรอบแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) ตามแนวคิดของ Kemmis and McTaggart (2013) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติการ (Act) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) และขั้นสะท้อนผล (Reflect) ดำเนินการทั้งหมด 3

วงจรถอบปฏิบัติกร โดยนำผลการวิเคราะห์ในแต่ละวงจรถอบปฏิบัติกรมาปรับปรุงการจัดการเรียนรู้อิงวงจรถอบปฏิบัติกร โดยมียรายละเอียด ดังนี้

1. กลุ่มเป้าหมาย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ห้องเรียนปกติ จำนวน 24 คน จากโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดกลางแห่งหนึ่งในอำเภอตากาลี จังหวัดนครสวรรค์ ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567

2. เครื่องมือวิจัย

2.1 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ เวลา 11 ชั่วโมง

2.2 เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ Factor Quest “ภารกิจแยกตัวประกอบ” เป็นเกมกระดานที่ออกแบบขึ้นเพื่อใช้ในการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แบบจำลองเชิงพื้นที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจโครงสร้างของพหุนาม และส่งเสริมการให้เหตุผลและการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ระหว่างการเล่นเกม

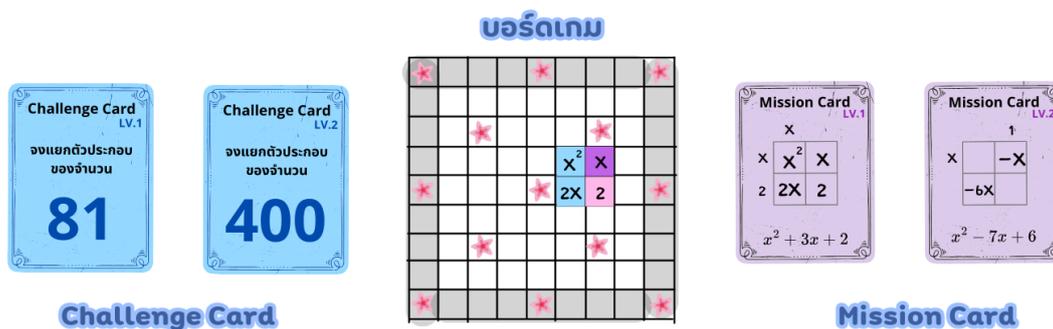
2.3 แบบสังเกตพฤติกรรมการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ใช้สำหรับรวบรวมข้อมูลพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ โดยพิจารณาตาม 4 องค์ประกอบของการโต้แย้ง ได้แก่ ข้อกล่าวอ้าง ข้อมูล เหตุผลสนับสนุน และเหตุผลคัดค้าน

2.4 แบบทดสอบทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง มีลักษณะเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ สร้างขึ้นเพื่อประเมินทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ใน 4 องค์ประกอบ ได้แก่ ข้อกล่าวอ้าง ข้อมูล เหตุผลสนับสนุน และเหตุผลคัดค้าน โดยมีสถานการณ์ปัญหาที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง ให้นักเรียนอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ แปลงเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสรุปคำตอบอย่างมีเหตุผล

3. เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ Factor Quest “ภารกิจแยกตัวประกอบ”

เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ Factor Quest “ภารกิจแยกตัวประกอบ” หมายถึง เกมกระดานที่ออกแบบให้ผู้เรียนทำงานเป็นทีม ทีมละ 2 คน โดยใช้เบี้ยแทนเอกพจน์และวางลงในตารางเพื่อสร้างแผนภาพที่แสดงความสัมพันธ์ของพหุนามในลักษณะเชิงพื้นที่ เกมนี้ช่วยให้นักเรียนมองเห็นโครงสร้างของพหุนามได้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม โดยทีมแรกจะทำการสุ่มเลือก Mission Card ขึ้นมาและวางไว้ที่กลางกระดานเพื่อเป็นเป้าหมายของเกม ทีมใดที่สามารถทำภารกิจตาม Mission Card สำเร็จก่อน จะได้รับคะแนนตามที่กำหนด ในระหว่างการเล่น เมื่อวางเบี้ยลงในช่องที่มีสัญลักษณ์รูปดาว ทีมนั้นต้องเปิด Challenge Card เพื่อแข่งขันแยกตัวประกอบของจำนวนที่ระบุใน Challenge Card ทีมที่ทำภารกิจสำเร็จได้เร็วและถูกต้องจะได้รับคะแนน เกมส่งเสริมให้นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดของ

ตนเอง ตรวจสอบคำตอบ และโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นโดยอ้างอิงจากแบบจำลองและการคำนวณบนกระดาน โดยใช้เวลาในการเล่นแต่ละรอบประมาณ 25–30 นาที



ภาพที่ 3 เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ Challenge Card และ Mission Card

4. การเก็บรวบรวมข้อมูล แบ่งออกเป็น 2 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 ระหว่างการจัดการจัดการการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยใช้แบบสังเกตพฤติกรรมการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์เพื่อเก็บข้อมูลพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างการทำกิจกรรมกลุ่ม โดยมีการบันทึกอย่างต่อเนื่องตลอด 3 วงจรปฏิบัติการ

ระยะที่ 2 หลังการจัดการเรียนรู้ทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยเก็บข้อมูลด้วยแบบทดสอบทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ แบบปลายเปิด เพื่อประเมินความสามารถของนักเรียนในการใช้ข้อกล่าวอ้าง ข้อมูล เหตุผลสนับสนุน และเหตุผลคัดค้านอย่างมีเหตุผล ชัดเจน และสอดคล้องกับหลักคณิตศาสตร์

5. การวิเคราะห์ข้อมูล ข้อมูลที่เก็บรวบรวมถูกวิเคราะห์แยกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

ข้อมูลเชิงคุณภาพ วิเคราะห์จากแบบสังเกตพฤติกรรมโดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาแบบจัดโครงสร้าง (Structuring–Deductive Category Assignment) ของ Mayring (2014) ภายใต้กรอบโครงสร้างของ Toulmin (2003) และ Krajcik and McNeill (2015) โดยจำแนกพฤติกรรมในแต่ละองค์ประกอบ ได้แก่ ข้อกล่าวอ้าง ข้อมูล เหตุผลสนับสนุน ข้อกล่าวอ้าง และเหตุผลคัดค้าน พร้อมประเมินระดับทักษะในแต่ละองค์ประกอบตามเกณฑ์ 4 ระดับ ได้แก่ ปรับปรุง (0) พอใช้ (1) ดี (2) และดีมาก (3) เพื่อสะท้อนพัฒนาการของนักเรียนในแต่ละวงจรปฏิบัติการ

ข้อมูลเชิงปริมาณ วิเคราะห์จากแบบทดสอบทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ซึ่งคะแนนถูกประเมินตามเกณฑ์ 4 ระดับ ได้แก่ ดีมาก (3 คะแนน), ดี (2 คะแนน), พอใช้ (1 คะแนน) และปรับปรุง (0 คะแนน) โดยพิจารณาจากความถูกต้อง ความครบถ้วน และความชัดเจนของข้อโต้แย้ง ผลคะแนนจะถูกวิเคราะห์โดยการนับความถี่และคำนวณร้อยละของนักเรียนในแต่ละระดับ พร้อมทั้งนำเสนอผลในรูปแบบตารางและแผนภูมิแท่งแยกรายองค์ประกอบของทักษะการโต้แย้ง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลทั้งสองส่วนจะถูกใช้เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของข้อมูลและใช้อภิปรายเพื่ออธิบายการพัฒนาการการเปลี่ยนแปลงทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

ผลการวิจัย

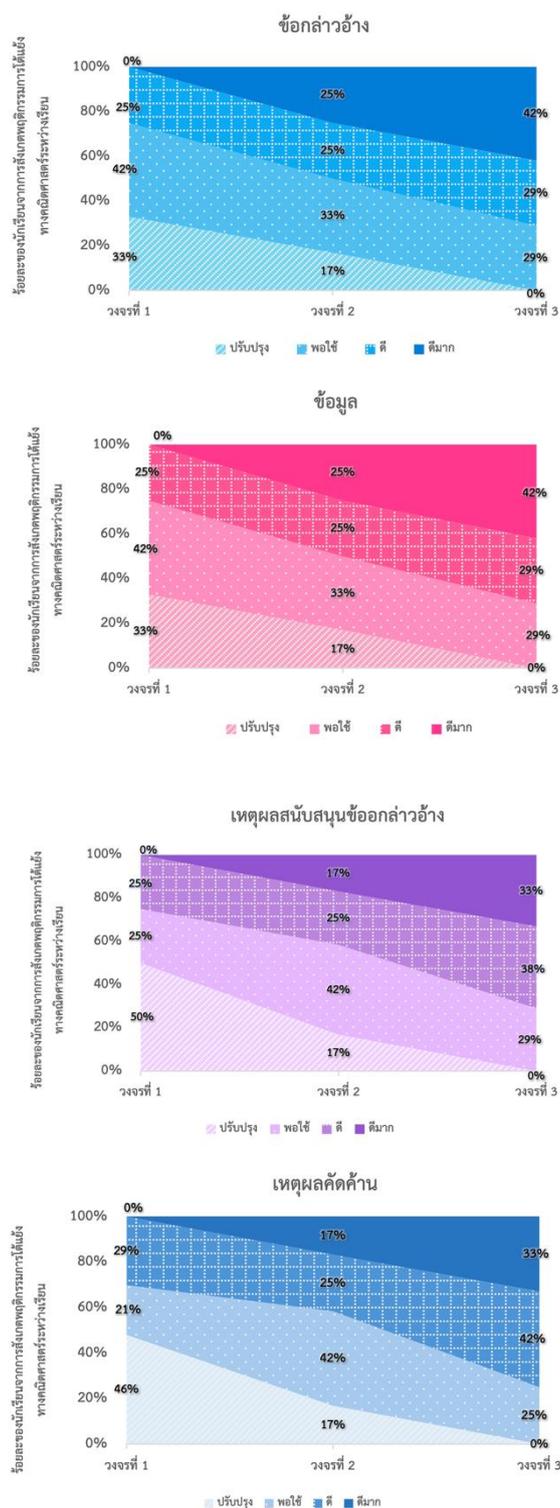
ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยเกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ช่วยพัฒนาทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เมื่อพิจารณาจากการสังเกตพฤติกรรมที่ปรากฏในแต่ละวงจรปฏิบัติการ จะพบแนวโน้มพัฒนาการในแต่ละองค์ประกอบของทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ข้อกล่าวอ้าง ข้อมูล เหตุผลสนับสนุน ข้อกล่าวอ้าง และเหตุผลคัดค้าน ดังแสดงในภาพที่ 4 ภาพดังกล่าวแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นในทุกองค์ประกอบเมื่อเปรียบเทียบระหว่างวงจรที่ 1 ถึงวงจรที่ 3 รายละเอียดในแต่ละองค์ประกอบมีดังนี้

ด้านข้อกล่าวอ้าง (Claim) จากผลการสังเกตพฤติกรรมพบว่า นักเรียนมีพัฒนาการในการระบุข้อกล่าวอ้างทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนมากขึ้น ในวงจรที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับพอใช้ร้อยละ 42 และระดับปรับปรุงร้อยละ 33 โดยยังไม่ปรากฏนักเรียนในระดับดีมาก อย่างไรก็ตาม ในวงจรที่ 3 สัดส่วนนักเรียนในระดับดีมากเพิ่มขึ้นเป็นร้อยละ 42 และระดับดีร้อยละ 29 ขณะที่ระดับปรับปรุงลดลงจนเหลือศูนย์ สะท้อนว่านักเรียนสามารถสรุปแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจนและมั่นใจมากยิ่งขึ้น

ด้านข้อมูล (Data) จากผลการสังเกตพฤติกรรมพบว่า นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลสนับสนุนข้อคิดเห็นทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น โดยเฉพาะจากการใช้แบบจำลองเชิงพื้นที่ในการแสดงความสัมพันธ์ของพหุนามอย่างเป็นรูปธรรม ในวงจรที่ 1 นักเรียนอยู่ในระดับพอใช้ร้อยละ 42 โดยยังไม่ปรากฏนักเรียนในระดับดีมาก แต่ในวงจรที่ 3 สัดส่วนนักเรียนในระดับดีมากเพิ่มขึ้นเป็นร้อยละ 42 และระดับดีร้อยละ 29 ขณะที่ระดับปรับปรุงลดลงจนเหลือศูนย์ แสดงถึงความสามารถที่เพิ่มขึ้นในการเลือกและใช้ข้อมูลอย่างเหมาะสมต่อสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

ด้านเหตุผลสนับสนุนข้อกล่าวอ้าง (Warrant) จากผลการสังเกตพฤติกรรมพบว่า นักเรียนพัฒนาความสามารถในการอธิบายเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อคิดเห็นของตน โดยในวงจรที่ 1 มีนักเรียนอยู่ในระดับปรับปรุงถึงร้อยละ 50 และยังไม่มียุทธนักเรียนที่อยู่ในระดับดีมาก แต่ในวงจรที่ 3 สัดส่วนนักเรียนในระดับดีมากเพิ่มขึ้นเป็นร้อยละ 33 และระดับดีร้อยละ 38 ขณะที่ระดับปรับปรุงลดลงจนเหลือศูนย์ แสดงว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงแนวคิดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์เข้ากับข้อสรุปได้อย่างมีเหตุผลยิ่งขึ้น

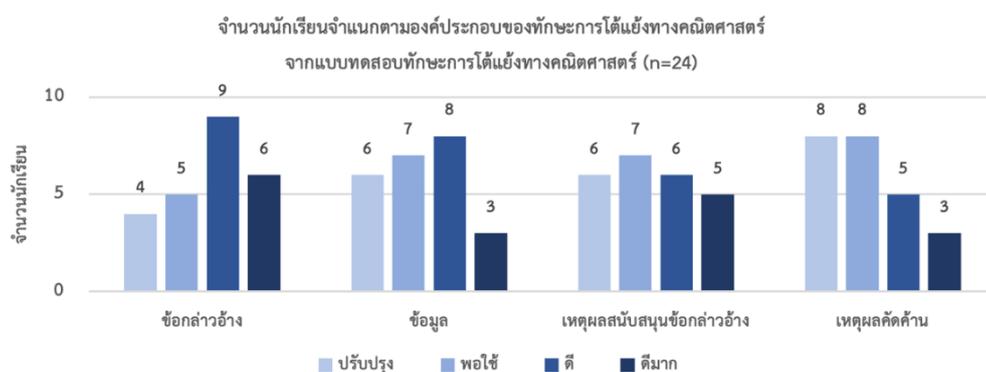
ด้านเหตุผลคัดค้าน (Rebuttal) จากผลการสังเกตพฤติกรรมพบว่า แม้พัฒนาการด้านเหตุผลคัดค้านจะเกิดขึ้นช้ากว่าองค์ประกอบอื่น แต่ยังคงแสดงแนวโน้มที่ดีขึ้นอย่างต่อเนื่อง โดยในวงจรที่ 1 นักเรียนอยู่ในระดับปรับปรุงร้อยละ 46 และระดับพอใช้ร้อยละ 21 ขณะที่ในวงจรที่ 3 นักเรียนในระดับดีมากเพิ่มขึ้นเป็นร้อยละ 33 และระดับดีร้อยละ 42 ระดับปรับปรุงลดลงจนเหลือศูนย์ แสดงว่านักเรียนเริ่มสามารถโต้แย้งข้อเสนอของผู้อื่นโดยใช้เหตุผลและหลักการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจนมากขึ้น



ภาพที่ 4 ร้อยละของนักเรียนจากการสังเกตพฤติกรรมการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ที่สังเกตได้ระหว่างเรียน จากการสังเกตพฤติกรรมการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 4 องค์ประกอบ พบว่านักเรียนมีพัฒนาการอย่างต่อเนื่องในทุกด้าน โดยเฉพาะในวาระที่ 3 ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี

และดีมาก แสดงถึงความสามารถที่เพิ่มขึ้นในการระบุข้อสรุป ใช้ข้อมูลประกอบ อธิบายเหตุผล และโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นได้อย่างมีเหตุผลมากยิ่งขึ้น สะท้อนให้เห็นว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่มีบทบาทสำคัญในการส่งเสริมทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ผลการทดสอบทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ ครบ 3 วงจร โดยจำแนกรายองค์ประกอบ ได้แก่ ข้อกล่าวอ้าง ข้อมูล เหตุผลสนับสนุน ข้อกล่าวอ้าง เหตุผลคัดค้าน ดังแสดงในภาพที่ 5



ภาพที่ 5 จำนวนนักเรียนจำแนกตามองค์ประกอบของทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

เมื่อพิจารณาในแต่ละองค์ประกอบของการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ พบว่า องค์ประกอบด้านข้อกล่าวอ้าง พบว่ามีนักเรียนในระดับดีและดีมาก จำนวน 15 คน คิดเป็นร้อยละ 62.50 สามารถระบุข้อสรุปได้ถูกต้องและเชื่อมโยงกับโครงสร้างพหุนามได้ชัดเจน องค์ประกอบด้านข้อมูลและเหตุผลสนับสนุนข้อกล่าวอ้างมีนักเรียนที่อยู่ในระดับดีและดีมาก มีจำนวนด้านละ 11 คน คิดเป็นร้อยละ 45.83 ซึ่งแสดงว่านักเรียนบางส่วนสามารถใช้แบบจำลองอธิบายข้อมูลและเชื่อมโยงเหตุผลกับข้อสรุปได้ แต่ยังคงขาดความครบถ้วนและแม่นยำ ส่วนองค์ประกอบด้านเหตุผลคัดค้าน มีนักเรียนที่อยู่ในระดับดีและดีมาก มีเพียงจำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 33.33 ซึ่งต่ำที่สุด สะท้อนถึงข้อจำกัดในการวิเคราะห์และวิพากษ์ข้อโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

นอกจากนี้ ผลการวิจัยจากแบบทดสอบทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ครบ 3 วงจร พบว่า นักเรียนร้อยละ 50 มีทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีและดีมาก ขณะที่อีกร้อยละ 50 อยู่ในระดับพอใช้และปรับปรุง ดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

ระดับทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์	ดีมาก	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
ช่วงคะแนน	10-12	7-9	4-6	0-3
จำนวนนักเรียน (ร้อยละ)	2 (8)	10 (42)	7 (29)	5 (21)

นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี ร้อยละ 42 รองลงมาคือระดับพอใช้ ร้อยละ 29 ส่วนในระดับดีมากมีนักเรียนร้อยละ 8 และในระดับปรับปรุงมีนักเรียนร้อยละ 21 แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ด้วยเกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถพัฒนาและแสดงทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

จากข้อมูลดังกล่าว สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่มีส่วนช่วยในการพัฒนาทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในด้านข้อกล่าวอ้าง ข้อมูล เหตุผลสนับสนุน และเหตุผลคัดค้าน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในด้านการเสนอข้อคิดเห็นอย่างมีเหตุผลและสามารถตอบโต้แนวคิดของผู้อื่นได้อย่างมีหลักฐานรองรับ

สรุปและอภิปรายผล

ผลการศึกษาพบว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยเกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ช่วยส่งเสริมทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 4 องค์ประกอบ ได้แก่ ข้อกล่าวอ้าง ข้อมูล เหตุผลสนับสนุนข้อกล่าวอ้าง และเหตุผลคัดค้าน โดยผลการวิเคราะห์พบว่านักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีถึงดีมาก ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Krajcik and McNeill (2015) ที่เน้นว่าการสร้างข้ออธิบายหรือข้อโต้แย้งที่มีคุณภาพควรเกิดขึ้นในบริบทที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนอภิปราย ซักถาม และใช้หลักฐานหลากหลายเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตน

ด้านข้อกล่าวอ้าง นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำเสนอข้อสรุปเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองได้อย่างถูกต้องและชัดเจนขึ้น แม้ยังมีบางส่วนที่ไม่สามารถอธิบายหรือเชื่อมโยงแนวคิดกับแบบจำลองได้ ซึ่งสอดคล้องกับ Şengül and Altinel (2021) ที่ระบุว่า การสร้างข้อกล่าวอ้างคุณภาพสูงต้องเกิดจากการฝึกฝนและอธิบายด้วยเหตุผลของตนเอง

ด้านข้อมูล นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ข้อมูลจากแบบจำลองเชิงพื้นที่อธิบายแนวคิดได้ดี เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ส่งเสริมให้นักเรียนทดลองและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกัน แต่ยังมีบางส่วนที่ไม่สามารถถ่ายทอดข้อมูลในรูปแบบภาษาคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน ซึ่งสอดคล้องกับ Tabpum and Poonpaiboonpipat (2021) ที่พบว่าการพัฒนาทักษะโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นเมื่อมีการตรวจสอบวิเคราะห์ และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นภายใต้กิจกรรมที่ส่งเสริมการคิดเชิงวิพากษ์

ด้านเหตุผลสนับสนุนข้อกล่าวอ้าง นักเรียนเริ่มเชื่อมโยงข้อมูลกับข้อสรุปได้ดีขึ้น แม้ยังไม่สมบูรณ์ในบางส่วน แต่การทำงานร่วมกันและอภิปรายภายในทีมช่วยให้นักเรียนให้เหตุผลได้ชัดเจน ซึ่งสอดคล้องกับ Putfak and Klin-eam (2024) ที่ระบุว่าการจัดการเรียนรู้ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนอธิบายแนวคิดโดยใช้ข้อมูลและเหตุผลควบคู่กัน เพื่อช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้องและชัดเจนยิ่งขึ้น

ด้านเหตุผลคัดค้าน นักเรียนบางส่วนสามารถเสนอข้อโต้แย้งเพื่อตอบโต้ข้อผิดพลาดได้ดีขึ้น แต่ยังมีข้อจำกัดในการโน้มน้าวผู้อื่น ซึ่งสะท้อนความจำเป็นในการฝึกฝนเพิ่มเติมตามที่ Orain et al. (2023) ระบุว่านักเรียนยังขาดความชัดเจนในการให้เหตุผลที่สมบูรณ์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เกมแบบจำลองเชิงพื้นที่ที่มีส่วนสำคัญในการพัฒนาทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในด้านข้อกล่าวอ้างมีพัฒนาการสูงที่สุด ด้านการใช้ข้อมูลและเหตุผลสนับสนุนข้อกล่าวอ้างที่มีพัฒนาการรองลงมา แม้ว่าด้านเหตุผลคัดค้านจะมีพัฒนาการน้อยที่สุด แต่โดยรวมพบว่านักเรียนสามารถเสนอข้อสรุป ใช้ข้อมูลประกอบ ให้เหตุผล และโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่นได้ดีขึ้น ทั้งนี้ ด้านเหตุผลคัดค้านยังเป็นองค์ประกอบที่ควรส่งเสริมเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

1.1 การส่งเสริมการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการเล่นเกม ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนใช้ข้อมูลและหลักการทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายข้อกล่าวอ้าง เพื่อสร้างการเชื่อมโยงแนวคิดคณิตศาสตร์ในการสร้างข้อโต้แย้งที่มีเหตุและผลและส่งเสริมการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.2 เกมควรมีการออกแบบที่เปิดโอกาสให้นักเรียนอภิปราย ซักถาม และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน เพื่อส่งเสริมทักษะการคิดวิเคราะห์และทักษะการโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรศึกษารูปแบบการจัดการเรียนรู้และการสะท้อนหลังการเล่นเกมที่ช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบายข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน โดยเฉพาะในส่วนของ การให้เหตุผลที่เชื่อมโยงกับข้อมูลและหลักทางคณิตศาสตร์

2.2 ควรศึกษาวิธีพัฒนาเครื่องมือหรือกิจกรรมในเกมที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเขียนอธิบายแนวคิดและเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนขึ้น เพื่อส่งเสริมการโต้แย้งที่สมบูรณ์และลดความคลาดเคลื่อนในการสื่อสาร โดยเฉพาะด้านเหตุผลคัดค้านที่พบว่าเป็นจุดอ่อนของนักเรียนส่วนใหญ่ในการอภิปรายแนวคิด

References

- Aupan, C., & Thienyutthakul, S. (2024). The Improvement of Mathematical Argumentation Skills through Learning Activities based on Open Approach in the topic of Similarity for Matthayomsuksa 3 Students. *Journal of Education Buriram Rajabhat University*, 4(1), 13-25. [In Thai]
- Baring, C., & Alegre, E. (2019). Difficulties encountered in solving quadratic equation of the grade 9 students: Basis for constructing instructional materials. *International Journal of Scientific and Research Publications*, 9(4), 271-277.
- Bumrunpakdee, K. (2020). *The Development of Mathematical Problem Solving Ability using Cooperative Learning TAI Technique on Factoring Quadratic Polynomial of Mathayomsuksa Two Students* [Master of Education Thesis]. Rajabhat Maha Sarakham University. [In Thai]
- Indrawatiningsih, N., Purwanto, P., Asari, A., & Sa'dijah, C. (2020). Argument Mapping to Improve Student's Mathematical Argumentation Skills. *TEM Journal*, 9(4), 1208-1212.
- Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(3), 1-23.
- Kajander, A. (2022). MB4T (mathematics by and for teachers): Using concrete tools, exploration, and reasoning to develop factoring. *Gazette-Ontario Association for Mathematics*, 60(4), 30-32.
- Kemmis, S., & McTaggart, R. (2013). *The Action Research Planner: Doing Critical Participatory Action Research* (3rd ed.). Deakin University Press.
- Kersaint, G. (2015). *Orchestrating mathematical discourse to enhance student learning*. Retrieved 11 September, 2024, from https://ttaonline.org/Document/zxbIhX_YCJNP0qvIYsAJT0x-qdzE3VIX/WP-Curriculum_Associates%20Orchestrating_Mathematical_Discourse.pdf
- Khammanee, T. (2023). *14 Teaching Methods For Professional Teachers* (14th ed.). Chulalongkorn University Press (CUPRINT). [In Thai]
- Krajcik, J., & McNeill, K. (2015). Designing and assessing scientific explanation tasks. *Encyclopedia of science education*, 285-291.

- Lin, S.-S., & Mintzes, J. (2010). Learning Argumentation Skills Through Instruction in Socioscientific Issues: The Effect Of Ability Level. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8(6), 993-1017.
- Mayring, P. (2014). *Qualitative content analysis - theoretical foundation, basic procedures and software solution*. Retrieved 12 December, 2024, from <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0168-ssoar-395173>
- Meesap, P., Chanfoy, P., & Meekrua, P. (2021). Development of Academic Achievement in Mathematics Subject on Factoring Quadratics Secondary School Students, 2/6 Year at Taweethapisek School by Cooperative Learning Using Box Method in Conjunction with Activity Packages. *Journal of Roi Kaensarn Academi*, 6(6), 104-113. [In Thai]
- Orain, K., Ugsonkid, S., Lertamornpong, C., & Tangkawsakul, S. (2023). The Development of Mathematical Argumentation Ability on Geometric Sequences and Series of Mathayomsuksa 5 Students through Learning Management based on Open Approach. *Journal of Legal Entity Management and Local Innovation*, 9(7), 215-231. [In Thai]
- Panichayapan, P., & Boonsong, V. (2023). The result of using Sim Geography board game integrated with game-based learning approach to develop the geography holistic thinking in the physical geography course (SS2203101) for first-year students. *Journal of Kasetsart Educational Review*, 38(1), 409-425. [In Thai]
- Plass, J. L., Homer, B. D., & Kinzer, C. K. (2015). Foundations of game-based learning. *Educational Psychologist*, 50(4), 258-283.
- Putfak, P., & Klin-eam, C. (2024). Learning Implementation Through Mathematising Process To Enhance Of Grade 12 Students' Mathematical Reasoning And Mathematical Argument Skills On Application Of Derivative. *Journal of Kasetsart Educational Review*, 4(3), 819-835. [In Thai]
- Ratchakham, P. (2020). *Development of Mathematical Learning Activities Based on Flipped Classroom Approach and Cooperative Learning STAD Entitled Polynomial and Factorization Second Degree Polynomial for Mathayomsuksa 2 Students* [Master of Education Thesis]. Sakon Nakhon Rajabhat University. [In Thai]

- Schwarz, B., Hershkowitz, R., & Prusak, N. (2010). *Argumentation and mathematics* (1st ed.). Taylor & Francis, Routledge London, UK.
- Şengül, S., & Altinel, Ç. (2021). The Examination of Argumentation Based Problem Solving Processes of 10th Grade Students. *Acta Didactica Napocensia*, 14(1), 46-63.
- Srisuthunyavong, T. (2023). *Organization of learning activities on the factorization of one variable two-degree polynomial using games-based learning to promote algebraic thinking of grade 8 students*. [Master's Thesis, Chiang Mai University]. [In Thai]
- Tabpum, N., & Poonpaiboonpipat, W. (2021). The improvement of mathematical argumentation skills through learning activities based on open approach in the topic of similarity for Matthayomsuksa 3 students. *Journal of Arts Management*, 5(3), 703-717. [In Thai]
- Toulmin, S. E. (2003). *The Uses of Argument* (2nd ed.). Cambridge University Press.