

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของ Van Hiele เรื่อง “เส้นขนาน”

Trends in Learning Activities that Focus on “Parallel Lines” Using the Van Hiele Phases of Learning in Instructional Activities

สุจินต์ ภาวังคนันท์* และ ต๋องตา สมใจเพ็ง**

Sujin Pawangkanan and Tongta Somchaipeng

* สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

** ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

บทสรุป

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จเป็นเรื่องจำเป็นที่ผู้สอนต้องมียุทธศาสตร์ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้อย่างเข้าใจและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในสาระการเรียนรู้เรขาคณิต ที่นักเรียนมักประสบปัญหาในการเรียน โดยเฉพาะการเขียนพิสูจน์ ที่ต้องอาศัยการคิด วิเคราะห์และการสื่อสารด้วยภาษา

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของ Van Hiele ที่ Pierre van Hiele และ Dina Geldof-van Hiele สร้างขึ้นเป็นการสอนเรขาคณิต 5 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถาม (Inquiry Information) 2) การแนะนำโดยตรงจากครู (Directed Orientation) 3) การอธิบายอย่างชัดเจน (Exploitation) 4) การศึกษาด้วยตนเอง (Free Orientation) 5) การบูรณาการ (Integration) ซึ่งขั้นตอนเหล่านี้จะช่วยให้ผู้เรียนมีการพัฒนาความคิดทางเรขาคณิต เข้าใจสาระการเรียนรู้เรขาคณิตได้ง่ายขึ้น รู้จักการสังเกต คิด อภิปราย มีประสบการณ์ สามารถหาแนวการคิดพิสูจน์และเขียนพิสูจน์ได้ถูกต้อง

คำสำคัญ: ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เส้นขนาน ขั้นตอนการสอนของ Van Hiele

Abstract

It is necessary to have successful learning activities in mathematics that teachers must provide students learning activities in order to make them understand and have good attitude towards mathematics. Especially in geometry, most students had difficulties in learning geometry, particularly writing proof that requires critical thinking and communication language Framework of the Van Hiele phases of learning by Pierre van Hiele and

Dina Geldof-van Hiele consists of five phases:

1) Inquiry Information, 2) Directed Orientation, 3) Exploitation, 4) Free Orientation, and 5) Integration. The model will enhance students' geometric skills and students will be able to understand geometry more efficiently. Eventually, students will develop their observing, thinking and discussion skills. They will be more experienced and able to find the way to writing proof correctly.

Keywords: Learning Achievement, Parallel Lines, The Van Hiele Phases of Learning in Instructional Activities

คณิตศาสตร์เป็นวิชาแขนงหนึ่งที่มีความสำคัญในการจัดการศึกษา เพื่อพัฒนาคนเข้าสู่สังคม เนื่องจากมนุษย์สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน ใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ระดับสูงต่อไป และช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่มีสมบูรณ์ เป็นพลเมืองดี นอกจากนี้ศาสตร์อื่นๆ ได้แก่ วิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ และสังคมศาสตร์ต่างก็ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการพัฒนาตนเอง (Thipkong, 2010) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จจึงเป็นเรื่องจำเป็นที่ผู้สอนต้องหาวิธีการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเรียนรู้ได้อย่างเข้าใจและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ดังที่ Gullanartsiri, (2015) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 จำเป็นจะต้องอาศัยครูผู้รู้คณิตศาสตร์เพื่อจะได้ถ่ายทอดความรู้ที่นำมาพัฒนาเยาวชนให้เป็นผู้รู้คณิตศาสตร์อย่างสมสมัยทันกับวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เปลี่ยนไปอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์นี้และเรขาคณิตเป็นสาระหนึ่งที่มีความสำคัญในคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับระบบคณิตศาสตร์อย่างชัดเจนและเป็นพื้นฐานสำหรับการ

นำไปใช้ ทั้งด้านเทคโนโลยีทางวิทยาศาสตร์ กลศาสตร์ แสง เสียงและวิศวกรรมศาสตร์ การออกแบบ สถาปัตยกรรม (Plaengprasopchoke, 2015) ปัจจุบันการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จดังที่คาดหวังเห็นได้จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้พื้นฐาน (O-NET) วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2557 ทั่วประเทศ พบว่า ได้คะแนนเฉลี่ย 29.65 คะแนน ซึ่งไม่ถึงร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology, 2012) และรายงานผลการเรียนรู้จากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Program for international Student Assessment: PISA) วิชาคณิตศาสตร์ มีคะแนนมาตรฐานที่ 494 คะแนน ประเทศที่มีคะแนนสูงสุด คือ เซี่ยงไฮ้-จีน ได้ 613 คะแนน ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ย 427 คะแนน ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย เกือบถึงหนึ่งระดับ และยังสอดคล้องกับการรายงานผลการศึกษานโยบายการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ พ.ศ. 2554 (Trends in International Mathematics and Science Study 2011; TIMSS 2011) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ เทียบกับค่ากลางของการประเมิน คือ 500 คะแนน ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ย 427 คะแนน จัดอยู่ในลำดับที่ 28 เกณฑ์ความสามารถของนักเรียนอยู่ในระดับ 1 หรือระดับต่ำ (Low International Benchmark) และในสาระการเรียนรู้เรขาคณิต ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ย 415 คะแนน ต่ำกว่าค่ากลางของการประเมิน และต่ำกว่าผลการประเมินใน พ.ศ.2551 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ, 2556) และจากการทดลองใช้เครื่องมือการประเมินผลการเรียนรู้ โดย The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2010)) พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นยังขาดความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน การเขียนการพิสูจน์รวบรัดมาก ทำให้การสื่อสารสื่อความหมายผิดพลาด ขาดทักษะในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ไม่เห็นความสำคัญของการเรียนเรื่องเส้นขนานทั้งที่ในชีวิตประจำวันมีการนำความรู้เรื่องเส้นขนานไปใช้อย่างมากมาย และจากการศึกษาค้นคว้าและการทำงานวิจัยของ Pierre van Hiele และ Pierre van Hiele พบว่า ผู้เรียนไม่เข้าใจในสาระเรขาคณิต ไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ ขาดทักษะในการให้เหตุผล การแก้ปัญหาทางเรขาคณิต การเขียนพิสูจน์ที่ต้องอาศัยการคิด วิเคราะห์และการสื่อสารด้วยภาษาและให้ความคิดเห็นว่าเรขาคณิตเป็น

เรื่องยากดังนั้น Pierre van Hiele และ Pierre van Hiele จึงได้สร้าง Van Hiele Model ซึ่งเป็นแนวคิดที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้รับการพัฒนาความคิดทางเรขาคณิตโดยได้เสนอขั้นตอนการสอนเรขาคณิต 5 ขั้นตอน (Thompson, 1992 and Thipkong, 2004)

1. การนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถาม (Inquiry Information) ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถามให้นักเรียนตอบเพื่อทบทวนบทเรียนที่ผ่านมา เป็นการตรวจสอบนักเรียนก่อนเรียน หรือเป็นการแนะนำคำศัพท์ สมบัติและทฤษฎีบทในบทเรียนใหม่

2. การแนะนำโดยตรงจากครู (Directed Orientation) ครูแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบท ยกตัวอย่างการนำบทนิยามหรือทฤษฎีบทไปใช้ในการตรวจสอบสถานการณ์ที่กำหนดให้ หรือการให้เหตุผลประกอบการอธิบาย โดยนักเรียนปฏิบัติตามสิ่งที่ครูบอกแต่ละขั้นตอนสำรวจและทำความเข้าใจในสิ่งที่เรียนไปตามลำดับขั้น

3. การอธิบายอย่างชัดเจน (Exploitation) นักเรียนอธิบาย สรุปตามความเข้าใจของตนเองและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นระหว่างเพื่อนเกี่ยวกับสิ่งที่ครูแนะนำหรือสิ่งที่นักเรียนได้รับจากประสบการณ์ก่อนหน้านี้

4. การศึกษาด้วยตนเอง (Free Orientation) นักเรียนจะได้รับมอบหมายงานที่สลับซับซ้อนขึ้น งานที่ต้องใช้วิธีการทำหลายขั้นตอน หรืองานที่มีวิธีการคิดหรือพิสูจน์มากกว่าหนึ่งวิธี นักเรียนจะได้รับประสบการณ์จากการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยครูจะมอบใบงานให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม

5. การบูรณาการ (Integration) นักเรียนร่วมกันสรุปความสัมพันธ์ต่างๆ ในเรื่องที่ได้อ่านรู้มาเป็นแนวคิดในรูปแบบใหม่ตามความเข้าใจ สังเคราะห์สิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้มาทั้งหมด โดยครูเป็นผู้ทำหน้าที่ช่วยสรุปให้ครบถ้วนและสมบูรณ์ยิ่งขึ้นด้วยการตั้งคำถาม

ผู้เขียนมีความสนใจในขั้นตอนการสอนของ Van Hiele และเห็นความสำคัญของสาระเรขาคณิตโดยเฉพาะเรื่องเส้นขนานจึงทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “เส้นขนาน” โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของ Van Hiele โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า กรุงเทพมหานคร โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “เส้นขนาน” และศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “เส้นขนาน” โดยการจัดกิจกรรมการ

เรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของ Van Hiele กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 50 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จากนักเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน โดยจัดนักเรียนคละความสามารถ จำนวนนักเรียน 541 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “เส้นขนาน” โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของ Van Hiele จำนวน 11 แผน ที่ผ่านการตรวจความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้ ความถูกต้องของเนื้อหา ภาษา และความเหมาะสมในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ 2) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “เส้นขนาน” ซึ่งมีค่าดัชนีความยาก (p) ตั้งแต่ 0.23 ถึง 0.80 และมีค่าดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.23 ถึง 0.72 และค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.78 3) แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง “เส้นขนาน” โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของ Van Hiele ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผู้วิจัยได้นำขั้นตอนการสอนของ Van Hiele 5 ขั้นตอนออกแบบการจัดการเรียนรู้อย่างนี้

1. การนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถาม (Inquiry Information)

การนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถามให้นักเรียนตอบเพื่อทบทวนบทเรียนที่ผ่านมา เป็นการตรวจสอบนักเรียนก่อนเรียน หรือเป็นการแนะนำคำศัพท์ สมบัติและทฤษฎีบท เช่น ครูถามว่า “มีสิ่งต่าง ๆ ไตบ้างในสิ่งแฉดล้อมรอบตัวที่มีลักษณะเป็นเส้นขนาน “เส้นขนานมีลักษณะอย่างไร” “มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดต่างกับมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดอย่างไร” “เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมมีความสัมพันธ์กันอย่างไร เพราะเหตุใด” หรือครูทบทวนเรื่องทฤษฎีบทของเส้นขนาน เช่น “เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่ขนานกันก็ต่อเมื่อมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน”

2. การแนะนำโดยตรงจากครู (Directed Orientation)

ครูแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบท ยกตัวอย่างการนำบทนิยามหรือทฤษฎีบทไปใช้ ในการตรวจสอบการขนานกันของเส้นตรง ส่วนของเส้นตรง รังสี การหาขนาดของมุม

เชื่อมโยงไปสู่การพิสูจน์และการให้เหตุผล ครูแนะนำนักเรียนเรื่องการพิสูจน์ว่าให้นักเรียนอ่านโจทย์ให้เข้าใจวิเคราะห์ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และต้องการให้พิสูจน์อะไร แล้วให้คิดย้อนกลับจากสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ เชื่อมโยงกับสิ่งที่โจทย์กำหนดอย่างไร นำทฤษฎีบทของเส้นขนานไปใช้ในการให้เหตุผล ครูแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบท และให้ตัวอย่างการนำทฤษฎีบทเชื่อมโยงไปสู่การหาขนาดของมุมหรือตัวอย่างการพิสูจน์อื่นๆ มีสื่อการเรียนรู้ เช่น การใช้โปรแกรม GSP สำหรับสำรวจขนาดของมุม โปรแกรม PowerPoint สำหรับการนำเสนอการพิสูจน์

3. การอธิบายอย่างชัดเจน (Exploitation)

ครูให้นักเรียนอธิบาย สรุปเกี่ยวกับสิ่งที่ครูแนะนำบอกหรือสอน ตามความเข้าใจของตนเอง แล้วครูแนะนำเพิ่มเติมให้ถูกต้องและสมบูรณ์ เช่น ในขั้นที่ 2 การพิสูจน์ทฤษฎีบท “ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่ขนานกัน” ในขั้นนี้ นักเรียนต้องวิเคราะห์ได้ว่า มีกรณีใดเป็นเหตุทำให้เส้นตรงคู่ขนานกัน จากความรู้ที่ได้เรียนมา เมื่อรู้ว่าถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่ขนานกัน และนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือมุมแย้งเท่ากัน มาเชื่อมโยงไปสู่สิ่งที่โจทย์ต้องการให้พิสูจน์ และสามารถเชื่อมโยงสมบัติของเส้นขนานที่เป็นประโยชน์เงื่อนไข “ถ้า...แล้ว...” สองประโยค เป็น ทฤษฎีบทที่ใช้คำว่า “ก็ต่อเมื่อ” เช่นทฤษฎีบทที่ว่า “ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน” และทฤษฎีบทกลับที่ว่า “ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้วเส้นตรงคู่ขนานกัน” เมื่อนำทฤษฎีบททั้งสองนี้มาเขียนใหม่โดยใช้ “ก็ต่อเมื่อ” จะได้ทฤษฎีบทดังนี้ “เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่ขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน”

4. การศึกษาด้วยตนเอง (Free Orientation)

ครูให้นักเรียนทำใบงานที่มีโจทย์สลับซับซ้อนขึ้น มีวิธีการทำหลายขั้นตอน มีการคิดหรือพิสูจน์มากกว่าหนึ่งวิธี เช่นใบงานที่ 9 นักเรียนจะได้รับประสบการณ์จากการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และแสดงความสัมพันธ์ต่าง ๆ กัน สิ่งที่นักเรียนได้ศึกษา นักเรียนสามารถสร้างข้อความคาดการณ์จากการทำกิจกรรมได้ เช่น ถ้าโจทย์กำหนดให้เส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วจะมีมุมใดเท่ากันบ้าง

5. การบูรณาการ (Integration)

นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ต่าง ๆ แสดงความคิดเห็น และสังเคราะห์สิ่งที่เรียนรู้มาทั้งหมด เป็นแนวคิดใน

รูปแบบใหม่ตามความเข้าใจของนักเรียน ครูจะทำหน้าที่ช่วยสรุปเพิ่มเติมให้สมบูรณ์ เช่น นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ในการนำสมบัติของเส้นขนานมาใช้ในการพิสูจน์ว่า “รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบมุม – มุม – ด้าน จะเท่ากันทุกประการ” หรือนำมาใช้ในการหาขนาดของมุม

ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “เส้นขนาน” โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของ Van Hiele หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน โดยมีคะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบหลังเรียน ($\bar{x}$ เท่ากับ 22.10) เพิ่มขึ้นจากคะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบก่อนเรียน ($\bar{x}$ เท่ากับ 13.08) และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยมีคะแนนเฉลี่ยหลังการเรียนเท่ากับ 22.10 คิดเป็นร้อยละ 73.67 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Sawangsri (2002) Chutkaew (2006) Chamnankit (2007) Phromniwas (2010) และ Howse and Howse (2015) ที่ทำการวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ลำดับขั้นการคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบ Van Hiele และความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของ Van Hiele และ Phromniwas, Y. (2010) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยขั้นตอนการสอนของ Van Hiele ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย จำนวน 41 คน พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ขั้นตอนการสอนของ Van Hiele มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติที่ระดับนัยสำคัญ .05 และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ขั้นตอนการสอนของ Van Hiele มีความสามารถในการให้เหตุผลทาง การเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติที่ระดับนัยสำคัญ .05 จากที่กล่าวมาข้างต้นผลการวิจัย พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของ Van Hiele มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่ผู้วิจัยกำหนดไว้ ทั้งนี้เพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ขั้นตอนการสอนของ Van Hiele ทำให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ได้อธิบายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีอิสระในการเรียนมากขึ้น ได้รับประสบการณ์จากการแก้ปัญหาด้วยตนเองและนักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยอย่างยิ่งกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดย

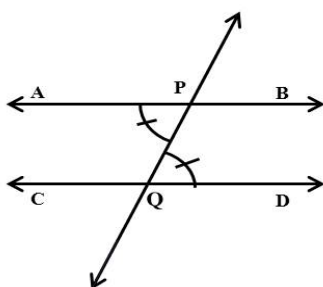
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของ Van Hiele โดยพิจารณาเป็นรายด้านดังนี้ ด้านกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่านักเรียนเห็นด้วยอย่างยิ่งว่า กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนกล้าตัดสินใจและแสดงออกในสิ่งที่ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 86 กิจกรรมการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้และความเข้าใจในบทเรียนได้ดี คิดเป็นร้อยละ 82 และกิจกรรมการเรียนรู้ทำให้นักเรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน คิดเป็นร้อยละ 76 ด้านสาระการเรียนรู้ พบว่านักเรียนเห็นด้วยอย่างยิ่งว่าการเรียงลำดับหัวข้อของสาระการเรียนรู้ มีความเหมาะสม คิดเป็นร้อยละ 70 และสาระการเรียนรู้มีความยากง่ายเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน คิดเป็นร้อยละ 66 ด้านสื่อการเรียนรู้ พบว่านักเรียนเห็นด้วยอย่างยิ่งว่าสื่อการเรียนรู้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้นคิดเป็นร้อยละ 74 และสื่อการเรียนรู้ที่ใช้อย่างหลากหลายทำให้นักเรียนมองเห็นช่องทางการแสวงหาความรู้มากขึ้น คิดเป็นร้อยละ 72 ด้านครูผู้สอน พบว่านักเรียนเห็นด้วยอย่างยิ่งว่า ครูใช้วาจาสุภาพ เอาใจใส่และให้ความเป็นกันเองทำให้นักเรียนกล้าซักถามและแสดงความคิดเห็น คิดเป็นร้อยละ 88 ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัยทั้งในและนอกเวลาการจัดกิจกรรมคิดเป็นร้อยละ 84 และครูส่งเสริมและสนับสนุนให้นักเรียน มีการพัฒนาตนเองอย่างต่อเนื่อง คิดเป็นร้อยละ 80 ด้านการวัดผลและการประเมินผล พบว่านักเรียนเห็นด้วยอย่างยิ่งว่า ครูแจ้งเกณฑ์การวัดผลและการประเมินผลก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คิดเป็นร้อยละ 90 ครูมีการวัดผลและการประเมินผลด้วยวิธีที่หลากหลายและเหมาะสม คิดเป็นร้อยละ 78 และจำนวนข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้สอบ คิดเป็นร้อยละ 64 ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น สอดคล้องกับ Markanong (2003) ที่กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่ว่า “สอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์หรือได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปรายเพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย และเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป” เป็นหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ช่วยในการจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น และสอดคล้องกับ Phromniwas (2010) ที่พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ขั้นตอนการสอนของ Van Hiele มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของ Van Hiele เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ได้สำรวจ สังเกต วิเคราะห์ อธิบาย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น เกิดการเรียนรู้ ได้รับประสบการณ์จากการแก้ปัญหาด้วยตนเอง เข้าใจโน้ตทัศน์และสรุปโน้ตทัศน์ที่ได้เรียนรู้ในแต่ละคาบได้ ผู้เรียน

เกิดทักษะในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการเชื่อมโยง สามารถเรียบเรียงการพิสูจน์และให้เหตุผลประกอบการพิสูจน์ได้ถูกต้องมากขึ้น ส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น

ตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของ Van Hiele

การพิสูจน์ทฤษฎีบท “ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน” โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของ Van Hiele



กำหนดให้ $\overleftrightarrow{PQ}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด P และจุด Q ตามลำดับ ทำให้ $\angle APQ$ และ $\angle DQP$ เป็นมุมแย้งที่มีขนาดเท่ากัน

ต้องการพิสูจน์ว่า $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

พิสูจน์ $\angle APQ = \angle DQP$ (กำหนดให้)

$$\angle APQ + \angle BPQ = 180^\circ \quad (\text{ขนาดของมุมตรง})$$

$$\angle DQP + \angle BPQ = 180^\circ \quad (\text{แทน } \angle APQ \text{ ด้วย } \angle DQP)$$

เนื่องจาก $\angle DQP$ และ $\angle BPQ$ เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด PQ

ดังนั้น $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180° แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน)

การดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ตามขั้นตอนการสอนของ Van Hiele มีดังนี้

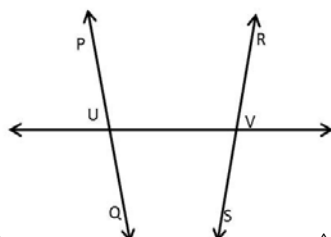
1. การนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถาม

ครูทบทวนเรื่องมุมแย้ง โดยใช้การถามตอบ ครูให้นักเรียนดูรูปเส้นตรงสองเส้นขนานกันมีเส้นตัด และรูปเส้นตรงสองเส้นไม่ขนานกันมีเส้นตัด จาก โปรแกรม PowerPoint และถามนักเรียนว่าจากรูปมุมคูใดเป็นมุมแย้งโดยใช้การสังเกต

2. การแนะนำโดยตรงจากครู

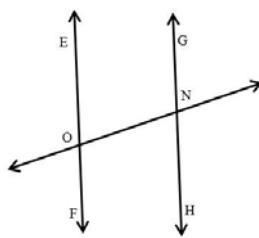
2.1 ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 เรื่อง การสำรวจมุมแย้งโดยใช้การถามตอบดังนี้

ข้อ 1) จากการสำรวจมุมคูใดเป็นมุมแย้ง



($\hat{P}UV$ และ $\hat{U}VS$ เป็นมุมแย้ง กับ $\hat{Q}UV$ และ $\hat{U}VR$ เป็นมุมแย้ง)

ข้อ 2) จากการสำรวจมุมคูใดมีขนาดเท่ากัน



($\hat{EON} = \hat{ONH}$ กับ $\hat{FON} = \hat{ONG}$) และใช้โปรแกรม GSP ตรวจสอบขนาดของมุม

2.2 ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปผลจากการสำรวจในงานที่ 1 พบว่า “ ถ้า $\overleftrightarrow{EF} \parallel \overleftrightarrow{GH}$ และมี $\overleftrightarrow{ON}$ เป็นเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน” เป็นข้อสรุปที่เป็นไปตามทฤษฎีบทที่ว่า “ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน”

2.3 ครูอธิบายการพิสูจน์ทฤษฎีบท “ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่ขนานกัน” โดยใช้วิธีการสอนแบบวิเคราะห์-สังเคราะห์โดยใช้การถามตอบและโปรแกรม PowerPoint ดังนี้

2.3.1 (การวิเคราะห์) โจทย์ต้องการให้พิสูจน์อะไร ($\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$)

2.3.2 $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ จะขนานกันเมื่อใด (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของ เส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180° แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน)

2.3.3 มุมคูใดเป็นภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของ เส้นตัดที่รวมกันเท่ากับ 180° ($\hat{DQP} + \hat{BPQ} = 180^\circ$)

2.3.4 $\hat{DQP} + \hat{BPQ} = 180^\circ$ ได้อย่างไร (เนื่องจาก $\hat{APQ} + \hat{BPQ} = 180^\circ$ ขนาดของมุมตรงและโจทย์กำหนด $\hat{APQ} = \hat{DQP}$)

2.3.5 (การสังเคราะห์) เริ่มเขียนการพิสูจน์อย่างไร (เริ่มจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ $\overleftrightarrow{PQ}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด P และจุด Q ตามลำดับ ทำให้ $\hat{APQ}$ และ $\hat{DQP}$ เป็นมุมแย้งที่มีขนาดเท่ากัน)

2.3.6 $\hat{APQ} + \hat{BPQ} = 180^\circ$ เพราะเหตุใด (ขนาดของมุมตรง)

2.3.7 $\hat{DQP} + \hat{BPQ} = 180^\circ$ เพราะเหตุใด (แทน $\hat{APQ}$ ด้วย $\hat{DQP}$)

2.3.8 $\hat{DQP}$ และ $\hat{BPQ}$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร (เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด PQ)

2.3.9 $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ เพราะเหตุใด (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของ เส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180° แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน)

3. การอธิบายอย่างชัดเจน

ครูให้นักเรียนอาสาสมัคร 1 คน ออกมานำเสนอวิธีการพิสูจน์ทฤษฎีบท “ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน” ตามความเข้าใจของนักเรียน แล้วครูแนะนำเพิ่มเติมให้ถูกต้องและสมบูรณ์

4. การศึกษาด้วยตนเอง

ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2 เรื่อง “เส้นขนานและมุมแย้ง” เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนจำนวน 2 คน ออกมาพร้อมกันและช่วยกันนำเสนอ

5. การบูรณาการ

5.1 ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปทฤษฎีบทของเส้นขนานและมุมแย้ง โดยครูช่วยเพิ่มเติมให้สมบูรณ์จนได้ข้อสรุปเป็นทฤษฎีบทดังนี้

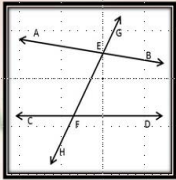
ทฤษฎีบท ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

5.2 ครูให้นักเรียนแบบฝึกหัดที่ 4.2 ข้อ 3 หนังสือเรียนของ สสวท.เป็นการบ้าน

ตัวอย่าง PowerPoint

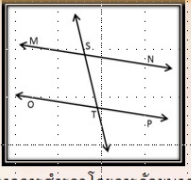
การสำรวจมุมแย้ง

1) ถ้าหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ มี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด จงสำรวจว่ามุมคูใดเป็นมุมแย้ง



ตอบ $\angle AEF$ และ $\angle DFE$ เป็นมุมแย้ง
 $\angle BEF$ และ $\angle CFE$ เป็นมุมแย้ง

2) ถ้าหนดให้ $\overleftrightarrow{MN} \parallel \overleftrightarrow{OP}$ และมี $\overleftrightarrow{ST}$ เป็นเส้นตัด จงสำรวจว่ามุมคูใดมีขนาดของมุมเท่ากัน โดยการวัด

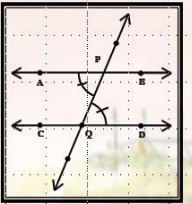


วิธีทำ จากการสำรวจโดยการวัดขนาดของมุมพบว่า
 $\angle MST = 112^\circ$
 $\angle PTS = 112^\circ$
 $\angle MST = \angle PTS$
 ดังนั้น $\angle MST$ และ $\angle PTS$ เป็นมุมแย้งที่มีขนาดเท่ากัน

การตรวจสอบว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่ โดยพิจารณาจากขนาดของมุมแย้งด้วยทฤษฎีบท

ทฤษฎีบท
 ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

การพิสูจน์ทฤษฎีบท



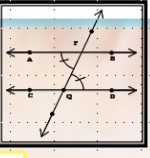
กำหนดให้ $\overleftrightarrow{PQ}$ ตัด $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ที่จุด P และจุด Q ตามลำดับ ทำให้ $\angle APQ$ และ $\angle DQP$ เป็นมุมแย้งที่มีขนาดเท่ากัน

ต้องการพิสูจน์ว่า $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

พิสูจน์ $\angle APQ + \angle BPQ = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)
 $\angle APQ = \angle DQP$ (กำหนดให้)
 $\angle DQP + \angle BPQ = 180^\circ$ (แทน $\angle APQ$ ด้วย $\angle DQP$)

เนื่องจาก $\angle DQP$ และ $\angle BPQ$ เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{PQ}$

ดังนั้น $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180° แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน)



ตัวอย่างใบงาน

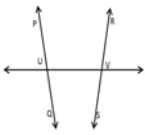
ใบงานที่ 1

เรื่อง การสำรวจมุมแย้ง

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

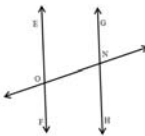
1) จากรูปกำหนดให้ $\overleftrightarrow{PQ}$ และ $\overleftrightarrow{RS}$ มี $\overleftrightarrow{UV}$ เป็นเส้นตัด

จงสำรวจว่ามุมคูใดเป็นมุมแย้ง



ตอบ _____

2) จากรูปกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ มี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด จงสำรวจว่ามุมแย้งคูใดมีขนาดเท่ากันโดยการวัดขนาดของมุม



ตอบ _____

ใบงานที่ 9

เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

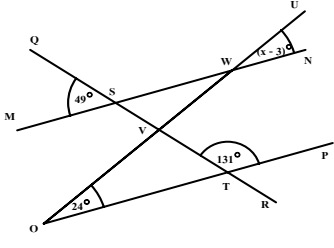
จากรูป $\overleftrightarrow{QR}$ ตัด $\overleftrightarrow{MN}$ และ $\overleftrightarrow{OP}$ ที่ S และ T

ตามลำดับ $\overleftrightarrow{OU}$ ตัด $\overleftrightarrow{QR}$ ที่ V ถ้า

$\angle MSQ = 49^\circ$, $\angle UOT = 24^\circ$ และ

$\angle VTP = 131^\circ$

แล้ว x เท่ากับเท่าใด



References

Chamnankit, N. (2007). *The Effect of Geometric Teaching Based on Dina Van Hiele's Phases on Van Hiele's Levels of Geometric Thinking and Proof Ability of Student Teacher in Mathematics Program, Nakhon Sawan Rajabhat University*. Faculty of Science: Nakhon Sawan Rajabhat University. [in Thai].

Chutkaew, C. (2006). *A Development of Geometric Units and Levels of Geometric Thought Based on the Van Hiele Model by Using Dynamic Geometry Software for Mathayomsuksa Two Students*. Dissertation of Doctor Degree of Education in Curriculum and Instruction in Kasetsart University. [in Thai].

- Gullanartsiri, P. (2015). *Mathematics Education Management in 21st Century*. Retrieved from <http://203.172.238.228/plan/km1/?name=research&file=readresearch&id=23>. [in Thai].
- Meng, C. C. and N, Idris. (2007). *Proceedings of 4th East Asia Regional Conference on Mathematics Education (Earcome4): Enhancing Form One Students' Learning of Solid Geometry Through Phase-bases Instruction Using the Geometer's Sketchpad*.
- National Institute of Educational Testing Service. (2015). *The Basic Statistics of Ordinary National Educational Test (O-NET) Mathayomsuksa Three Students Academic Year 2014*. Retrieved from [www://C:/Users/s/Downloads/Basic_BY_Grade_2557_M3%20\(1\).pdf](http://www://C:/Users/s/Downloads/Basic_BY_Grade_2557_M3%20(1).pdf). [in Thai].
- Phromniwas, Y. (2010). *Effect of Organizing Learning Activities Using The Van Hiele Model on Mathematics Learning Achievement and Geometric Reasoning Ability of Eighth Grade Students*. Dissertation of Master of Education in Mathematics Education in Chulalongkorn University. [in Thai].
- Plaengprasopchoke, S. (2015). *Importance of Geometrics Learning*. Retrieved from <http://203.172.205.25/ftp/intranet/mc41/area/gift-math02.htm>. (October 23, 2015). [in Thai].
- Sawangsri, N. (2002). *The Effect of Geometric Teaching with Teaching of Diana Van's Hiele Phases on the Level of Geometric Thinking Achievement of Mathayomsuksa One Students*. Dissertation of Master Degree of Education in Curriculum and Instruction in Nakhon Sawan Rajabhat University. [in Thai].
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (2010). *The Example of Assessment Tools for Mathematics Learning, Secondary School*. Bangkok: Sahamit printing and Publishing Company Limited. [in Thai].
- _____. (2012). *Professional Mathematics Teachers, The Path to Success*. Bangkok: 3 - Q Media Company Limited. [in Thai].
- The Institute for the Promotion of Teaching. (2012). *The Findings of "TIMSS 2011 Mathayomsuksa 2 Research"* Samut Prakan: Advance Printing Service Company Limited. [in Thai].
- Thipkong, S. (2004). "The Van Hiele Model: Levels of Learning Activities Geometric" *Mathematics Journal Special Issue on 72nd Year HM Queen Sirikit*. Bangkok: Pitak Kan Pim Printing: 55-64. [in Thai].
- _____. (2010). "How to Teach Mathematics Interestingly with Questions" Kitti Phattanatrakulsook. (Editor). *The Experience of Teaching Mathematics at Kasetsart Demonstration School: The Article Collection of Mathematics Teaching in Secondary School*. Bangkok: Pattana Koonnapap Vichakarn. 11-23. [in Thai].
- Thompson, E. O. (1992). *Three Methods of Instruction in High School Geometry and the Effects They Have on Achievement, Retention, and Attitude*. Dissertation of Doctor Degree in Education in Montana State University.