

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์

Mathematical Reasoning of Grade 7 Students in Mathematics Classroom

ธมลวรรณ โคตรพันธ์ (Thamonwan Kottapan)^{1*} ดร.หล้า ภาวภูตานนท์ (Dr.Lha Pavaputanon)**

ดร.นิศากร บุญเสนา (Dr.Nisakorn Boonsena)**

(Received: May 13, 2021; Revised: August 24, 2021; Accepted September 1, 2021)

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจรูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดโดยใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพที่เน้นการวิเคราะห์ โพรโตคอลและการบรรยายเชิงวิเคราะห์ กลุ่มเป้าหมายคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 40 คน โรงเรียนโยธินวิทยา คณบดีโรงเรียนที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องเรขาคณิต เครื่องบันทึก วิดีทัศน์ เครื่องบันทึกเสียง กล้องถ่ายภาพนิ่งและแบบบันทึกภาคสนาม ผลการวิจัยพบว่า ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษา ชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดไม่พบการให้เหตุผลรูปแบบที่ 1 คือ การให้เหตุผลจากตัวแบบแต่พบการให้เหตุผลรูปแบบที่ 2 คือ การให้เหตุผลที่เกิดจากคณิตศาสตร์แบบสร้างสรรค์ซึ่งประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่ 1) ความแปลกใหม่ 2) ความ น่าเชื่อถือและ 3) ฐานทางคณิตศาสตร์ในทุกแผนการจัดการเรียนรู้

ABSTRACT

This research aimed to explore mathematical reasoning forms of grade 7 students in mathematics classroom using lesson study and Open Approach by using qualitative research methods that emphasized on analytic description and protocol analysis. The target group was 40 students of grade 7 in the first semester of the academic year 2019 in Yasothonpittayakom School. The research instruments consisted of lesson plans of geometry, video-taped, audio-recording, camera and field notes. The result found that in mathematics classroom using lesson study and open approach was as follows: No mathematical reasoning with Imitative reasoning. Mathematical reasoning with creative mathematically founded reasoning showed all 3 components which are novelty, plausibility and mathematical foundation.

คำสำคัญ: การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การศึกษาชั้นเรียน วิธีการแบบเปิด

Keywords: Mathematical Reasoning, Lesson study, Open approach

¹Corresponding author: thkottapan@hotmail.com

*นักศึกษา หลักสูตรศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

**อาจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

บทนำ

การให้เหตุผลเป็นมาตรฐานที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนฝึกฝนในฐานะรากฐานของคณิตศาสตร์เพื่อการเลือกใช้รูปแบบการให้เหตุผลและการพิสูจน์ได้หลากหลาย [1] ประเทศไทยจำเป็นต้องพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์โดยเฉพาะด้านที่จำเป็นต้องพัฒนาอย่างเร่งด่วนคือ ทักษะกระบวนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ [2] การให้เหตุผลถือเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน [3] ซึ่งมีความสำคัญเนื่องจากการให้เหตุผลเป็นความสามารถของคนที่ใช้คิดกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งเพื่อนำไปสู่การกระทำอย่างมีเป้าหมาย โดยเฉพาะอย่างยิ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ [4] ซึ่งเป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียนเป็นการฝึกฝนให้เกิดทักษะและความชำนาญช่วยให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้มากขึ้น [5] นักเรียนไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนการแก้ปัญหาโดยปราศจากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ [6] นอกจากนี้ การให้เหตุผลยังเป็นเครื่องมือในการทำความเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมเป็นการเชื่อมต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ภายในขอบเขตของคณิตศาสตร์ด้วยกันและการศึกษาเกี่ยวกับเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้องจะเป็นแนวทางในการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้น [7] จากผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์พบว่า ในการแก้ปัญหาบ่อยครั้งที่นักเรียนเพียงแค่ออกคำตอบจากนักเรียนคนอื่นโดยไม่ได้อ่านเหตุผลทางคณิตศาสตร์ [8] นอกจากนี้สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงแม้ว่านักเรียนบางคนจะสามารถแก้ปัญหาได้แต่นักเรียนยังไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจน [9]

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นแนวความคิดที่นำมาใช้เพื่อยืนยันข้อสรุปของการแก้ปัญหาในชั้นเรียนคณิตศาสตร์โดยไม่จำเป็นต้องเป็นการให้เหตุผลอย่างเป็นทางการ ไม่มีข้อจำกัดในการพิสูจน์และอาจไม่ถูกต้องแต่ต้องมีเหตุผลบางอย่างสนับสนุน การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบ่ง 2 แบบ คือ 1) การให้เหตุผลจากตัวแบบ (Imitative reasoning) ประกอบด้วย การให้เหตุผลจากความจำ (Memorised Reasoning: MR) และการให้เหตุผลจากวิธีการ (Algorithmic Reasoning: AR) และ 2) การให้เหตุผลที่เกิดจากคณิตศาสตร์แบบสร้างสรรค์ (Creative Mathematically Founded Reasoning: CMR) ประกอบด้วย ความแปลกใหม่ (Novelty), ความน่าเชื่อถือ (Plausibility) และรากฐานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical foundation) [10] การพัฒนาให้นักเรียนมีเหตุผลทำได้โดยการจัดสภาพแวดล้อมให้นักเรียนได้คิด ได้ให้เหตุผลในชั้นเรียน ครูต้องมีการตรวจสอบพัฒนาการเกี่ยวกับการให้เหตุผลของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายโดยใช้เหตุผลของตนเองในการคาดการณ์คำตอบและวิธีการในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ร่วมกันในชั้นเรียนซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนเกิดประสบการณ์ในการให้เหตุผลที่เหมาะสม [11]

การสอนโดยเน้นให้นักเรียนท่องจำกฎ สูตรหรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบฝึกหัดเป็นเพียงการบอกคณิตศาสตร์ซึ่งไม่ส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล [2] การสอนคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเข้าใจและมีเหตุผลเป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนให้จดจำการที่นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการได้มาซึ่งหลักการนักเรียนจะได้ตระหนักว่าแนวคิดทางคณิตศาสตร์นั้นมีความเกี่ยวข้องกันการสอนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความเป็นเหตุเป็นผลจะให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจและค้นพบสิ่งใหม่ได้ด้วยตัวเอง [11] การสอนด้วยวิธีการแบบเปิด (Open Approach) เป็นวิธีการสอนที่ให้นักเรียนแต่ละคนมีโอกาสคิดด้วยตัวเองโดยหลักการคือจะต้องสอนให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเองเมื่อนักเรียนคิดได้ครูจะต้องค้นหาแนวคิดของนักเรียนและหาเหตุผลของนักเรียนให้ได้ความถูกต้องจะอยู่ที่เหตุผลของนักเรียน [12] ซึ่งการออกแบบกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อให้สถานการณ์ปัญหาสามารถรองรับแนวคิดของนักเรียนได้หลากหลาย การคาดการณ์แนวคิดของนักเรียน การสังเกตแนวคิดที่เกิดขึ้นจริงของนักเรียนและการสะท้อนผลเกี่ยวกับแนวคิดของนักเรียนจึงเป็นสิ่งสำคัญที่ครูคนเดียวไม่สามารถทำได้ ครูจำเป็นต้องเรียนรู้ร่วมกันโดยใช้การศึกษาชั้นเรียน [13]

การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) เป็นการทำงานร่วมกันของครูในการพัฒนาแผนการสอนหรือและพัฒนาเครื่องมือการเรียนการสอน การทดลองใช้แผนการสอนในห้องเรียนและทำงานร่วมกันเพื่อปรับปรุงแผนการสอน ซึ่งผลของการนำการศึกษาชั้นเรียนไปใช้ในการพัฒนาวิชาชีพครู ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นกับนักเรียนคือนักเรียนที่มีความกล้าแสดงออกและไม่กลัวที่จะแสดงความคิดเห็น ให้เหตุผลและสามารถนำเสนอผลงานของตนเองได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น [14] ขั้นตอนการศึกษาชั้นเรียนเพื่อให้ครูสามารถทำงานร่วมกันได้ทุกสัปดาห์มี 3 ขั้นตอน ดังนี้ 1. การร่วมมือกันวางแผนการสอนรายสัปดาห์ 2. การร่วมกันสังเกตการสอนรายสัปดาห์และ 3. การร่วมมือกันสะท้อนผลรายสัปดาห์ [12]

เนื่องด้วยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น ครูจึงควรส่งเสริมให้นักเรียนมีเหตุผลโดยการจัดสภาพแวดล้อมให้นักเรียนได้คิดได้ให้เหตุผลในชั้นเรียน การสอนด้วยวิธีการแบบเปิดร่วมกับการศึกษาชั้นเรียนเป็นวิธีการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้คิดแก้ปัญหาด้วยตัวเอง มีการนำเสนอและอภิปรายแนวคิดร่วมกัน มีความพยายามในการทำความเข้าใจแนวคิดของนักเรียนที่หลากหลายผ่านการให้เหตุผลของนักเรียน ชั้นเรียนที่มีลักษณะดังกล่าวมีโอกาสที่จะเกิดการให้เหตุผลของนักเรียน ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสำรวจรูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจแนวคิดที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาได้มากขึ้นและเพื่อเป็นแนวทางในการเตรียมสื่อเพื่อสนับสนุนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อสำรวจการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ชั้นเรียนคณิตศาสตร์** หมายถึง ชั้นเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนโยธินวิทยา อําเภอมือง จังหวัดยโสธร บริบทของโรงเรียนเป็นโรงเรียนที่เริ่มใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดโดยให้ความสำคัญกับเหตุผลของนักเรียน ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 เพื่อสร้างบริบทก่อนเก็บรวบรวมข้อมูล

2. **การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study)** เป็นการทำงานร่วมกันของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยโดยการร่วมมือกันวางแผนการสอนรายสัปดาห์ การร่วมกันสังเกตการสอนรายคาบและการร่วมมือกันสะท้อนผลรายสัปดาห์ ดังนี้

ขั้นที่ 1 การร่วมมือกันวางแผนการสอน เริ่มต้นจากการอ่านหนังสือเรียนคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้แล้วจึงร่วมกันออกแบบคำสั่ง ออกแบบสื่อการเรียนการสอน กำหนดวัตถุประสงค์ของคาบเรียน และคาดการณ์แนวคิดของนักเรียน คาดการณ์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ขั้นที่ 2 การร่วมกันสังเกตการสอน ผู้วิจัยจัดการเรียนการสอน ผู้ช่วยวิจัยสังเกตชั้นเรียน โดยเน้นการสังเกตแนวคิดและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ขั้นที่ 3 การร่วมมือกันสะท้อนผล ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการบรรลุวัตถุประสงค์ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้น รวมทั้งเสนอแนะประเด็นในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอน [12]

3. **วิธีการแบบเปิด (Open Approach)** เป็นแนวทางการสอนที่สนับสนุนให้นักเรียนแสดงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน โดยการจัดการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอปัญหาปลายเปิด หมายถึง ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาในรูปของคำสั่งและใบกิจกรรมนำเสนอให้นักเรียนรับรู้ร่วมกันและนำเข้าสู่การทำกิจกรรม

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน หมายถึง นักเรียนแก้ปัญหาพร้อมกันในกลุ่ม พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบการพูดและการเขียนลงในใบงาน โดยครูไม่เข้าไปแทรกแซง

ขั้นที่ 3 การอภิปรายทั้งชั้นและการเปรียบเทียบ หมายถึง นักเรียนออกมาอธิบายแนวคิดหน้ากระดานพร้อมอธิบายเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดของกลุ่มตนเอง โดยมีการเปิดโอกาสให้นักเรียนในชั้นได้แสดงความคิดเห็นและเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่างของแนวคิดที่เกิดขึ้น

ขั้นที่ 4 การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการเรียนรู้ซึ่งได้จากเหตุผลของนักเรียน โดยครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปได้ว่ามีวิธีอะไรบ้าง [15]

4. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หมายถึง การที่นักเรียนอธิบายแนวคิดที่นำมาใช้เพื่อยืนยันข้อสรุปในการแก้ปัญหาในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ผ่านคำพูดและการเขียน การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มี 2 รูปแบบดังนี้

1) การให้เหตุผลจากตัวแบบ (Imitative reasoning) คือ การที่นักเรียนใช้ความรู้เดิมในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาใช้ในการแก้ปัญหาโดยไม่มีความรู้ใหม่ ผ่านการพูดหรือการเขียน มี 2 ประเภทได้แก่

การให้เหตุผลจากความจำ (Memorised reasoning: MR) คือ การที่นักเรียนใช้ความรู้เดิมที่เป็นข้อตกลงหรือข้อเท็จจริงในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาใช้ในการแก้ปัญหา

การให้เหตุผลจากวิธีการ (Algorithmic reasoning: AR) คือ การที่นักเรียนใช้ความรู้เดิมซึ่งเป็นการดำเนินการตามขั้นตอนในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนได้มาในการแก้ปัญหาไม่ได้เป็นการสร้างวิธีการใหม่

2) การให้เหตุผลที่เกิดจากคณิตศาสตร์แบบสร้างสรรค์ Creative mathematically founded reasoning: CMR ซึ่งประกอบด้วย

ความแปลกใหม่ (Novelty) คือ การที่นักเรียนสร้างลำดับการให้เหตุผลขึ้นใหม่ด้วยตัวเองโดยเมื่อนักเรียนเผชิญกับสถานการณ์ปัญหานักเรียนมีการหาแนวทางการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่ความรู้ใหม่หรือข้อสรุปที่เป็นไปได้ผ่านการพูดหรือการเขียน

ความน่าเชื่อถือ (Plausibility) คือ การที่นักเรียนมีข้ออ้างที่สนับสนุนการเลือกหรือการนำแนวคิดไปใช้ในการอ้างว่าข้อสรุปมีความน่าเชื่อถือ ผ่านการพูดหรือการเขียน

รากฐานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical foundation) คือ การที่นักเรียนมีแนวคิดซึ่งสามารถนำไปสู่วิธีการหรือคุณสมบัติที่ได้รับการยอมรับทางคณิตศาสตร์ผ่านการพูดหรือการเขียน [10]

วิธีการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่าง

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 40 คน โรงเรียนยโสธรพิทยาคม ใช้วิธีการเลือกกลุ่มเป้าหมายแบบเจาะจง (Purposive Sampling) สำหรับการคัดเลือกกลุ่มเป้าหมายผู้วิจัยได้สังเกตกลุ่มเป้าหมายใน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ซึ่งกลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนที่สามารถทำงานร่วมกันได้และสามารถอธิบายแนวคิดของตนเองได้

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1) แผนการจัดการเรียนรู้ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้วิธีการแบบเปิด ในส่วนของเนื้อหาใช้แนวทางจากหนังสือเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 Gateway to future Math 1 For Juniors high school สำนักพิมพ์ KEIRINKAN ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยร่วมกันสร้างแผนการจัดการเรียนรู้นำเสนอผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสม ความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหาสาระและกิจกรรมการเรียนรู้ โดยให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาและให้ข้อเสนอแนะ จากนั้นผู้วิจัยได้ดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุง

แก้ไขแล้วเสนอผู้เชี่ยวชาญอีกครั้งเพื่อตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไขเป็นฉบับสมบูรณ์ในการนำไปใช้ โดยคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 0.84

2) แบบบันทึกภาคสนาม (Field Note) สำหรับผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย ใช้จดบันทึกแนวคิดของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งเหตุผลของนักเรียนที่เกิดขึ้นเพื่อเป็นข้อมูลเพิ่มเติมสำหรับการวิเคราะห์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยผ่านการตรวจสอบจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

3) กล้องบันทึกวีดิทัศน์ ใช้ในการบันทึกภาพและเสียงของกลุ่มเป้าหมาย ในระหว่างการจัดการเรียนรู้เพื่อเป็นข้อมูลสำหรับการจัดทำโปรโตคอลและวิเคราะห์ผล โดยบันทึกการแก้ปัญหาของนักเรียนตั้งแต่เริ่มต้นกิจกรรมจนสิ้นสุดแนวทางการบันทึกวีดิทัศน์ผ่านการตรวจสอบจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

4) เครื่องบันทึกเสียง ใช้สำหรับบันทึกเสียงของกลุ่มเป้าหมายในขณะที่แก้ปัญหาและใช้บันทึกเสียงในช่วงสะท้อนผลร่วมกัน

5) กล้องภาพนิ่ง เพื่อใช้บันทึกภาพระหว่างการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ การร่วมกันสังเกตชั้นเรียน การสะท้อนผลและผลงานนักเรียน

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยออกแบบและเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอนกระบวนการการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) และวิธีการแบบเปิด (Open Approach) 2 ส่วนดังต่อไปนี้

ส่วนที่ 1 การดำเนินการก่อนการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยและผู้ร่วมวิจัยร่วมกันออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ โดยร่วมกันอ่านหนังสือเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 Gateway to future Math 1 For Juniors high school สำนักพิมพ์ KEIRINKAN ร่วมกันวิเคราะห์เป้าหมายของคาบเรียน ออกแบบคำสั่ง ออกแบบสื่อและใบกิจกรรม จากนั้นผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด โดยผู้ช่วยวิจัยทำหน้าที่ในการสังเกตพฤติกรรมการแสดงเหตุผลของนักเรียนและแนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน เมื่อสิ้นสุดการสอนจะมีการสะท้อนผลร่วมกันของทีมการศึกษาชั้นเรียนเกี่ยวกับวัตถุประสงค์ การให้เหตุผลของนักเรียน แนวคิดที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนและปัญหาที่พบในการจัดการเรียนรู้เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงการสอน

ส่วนที่ 2 การดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการตามกระบวนการการศึกษาชั้นเรียนประกอบด้วย 3 ขั้นตอน รายละเอียดดังต่อไปนี้

1) การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกัน ผู้วิจัยและผู้ร่วมวิจัยร่วมกันออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ที่สอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดตาม โดยร่วมกันอ่านหนังสือเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 Gateway to future Math 1 for Juniors high school สำนักพิมพ์ KEIRINKAN ร่วมกันวิเคราะห์เป้าหมายของคาบเรียน ออกแบบคำสั่ง คาคการณ์แนวคิด คาคการณ์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากนั้นเสนอแผนการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบและดำเนินการแก้ไขตามข้อเสนอแนะ

2) การสังเกตการสอนร่วมกัน ผู้วิจัยทำหน้าที่สอนด้วยวิธีการแบบเปิดและผู้ช่วยวิจัยดำเนินการตามบทบาทหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย โดยจะไม่เข้าไปแทรกแซงการแก้ปัญหาของนักเรียนพร้อมกับการบันทึกวีดิทัศน์ บันทึกเสียงและบันทึกภาพตามที่ได้กำหนดในหน้าที่ของแต่ละคน ในส่วนของการสังเกตชั้นเรียนผู้สังเกตจะสังเกตและบันทึกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแบบบันทึกภาคสนามตามกรอบแนวคิดที่กำหนด

3) การสะท้อนผลบทเรียนหลังจากการสอนร่วมกัน ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย สะท้อนผลกิจกรรมร่วมกันหลังเสร็จสิ้นกิจกรรมการจัดการเรียนการสอน โดยจะสะท้อนผลเกี่ยวกับแนวคิด การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นเพื่อเป็นข้อมูลประกอบการวิเคราะห์ข้อมูลและสะท้อนเกี่ยวกับปัญหาและแนวทางการแก้ไขเพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ต่อไป

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับขั้นของการศึกษาชั้นเรียนและการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิดในฐานะแนวทางการสอนโดยพิจารณาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิด Lithner [10] โดยการวิเคราะห์วิธีทัศน์ร่วมกับการบรรยายเชิงวิเคราะห์ อาศัยข้อมูลจากการถอดโพโตคอล แบบบันทึกภาคสนามและผลงานนักเรียนในการวิเคราะห์ข้อมูล ทั้งนี้ชื่อนักเรียนที่ปรากฏในโพโตคอลจะเป็นเพียงชื่อสมมติของนักเรียนแต่ละคนเท่านั้นและไม่เปิดเผยใบหน้าของกลุ่มตัวอย่างในการวิเคราะห์ข้อมูล

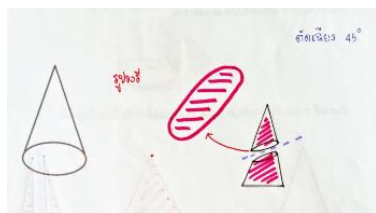
ผลการวิจัย

จากการสำรวจรูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์กลุ่มเป้าหมายคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนยโสธรพิทยาคม จังหวัดยโสธร พบว่า นักเรียนสามารถแสดงให้เห็นรูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีรายละเอียดดังนี้

1) การให้เหตุผลจากตัวแบบ (Imitative reasoning) จากการวิเคราะห์โพโตคอลตาม 4 ขั้นตอนของวิธีการแบบเปิดไม่พบการให้เหตุผลจากตัวแบบทั้ง 2 ประเภท ประเภทที่ 1 การให้เหตุผลจากความจำ (Memorised Reasoning: MR) ในขั้นที่ 1 การนำเสนอปัญหาปลายเปิด ถึงแม้ว่านักเรียนจะมีการกล่าวถึงความรู้เดิมแต่เป็นเพียงการทำความเข้าใจคำสั่ง นักเรียนไม่ได้แสดงให้เห็นถึงวิธีการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ข้อสรุป ในขั้นที่ 2 การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน คือ เมื่อนักเรียนได้เผชิญกับปัญหา นักเรียนจะช่วยกันเสนอแนวคิดโดยใช้ความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับนิยามในคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กับเพื่อนในกลุ่มแต่ความรู้เดิมอย่างเดียวไม่ได้นำไปสู่ข้อสรุป นักเรียนมีการสรุปโดยขยายแนวคิดเพิ่มจากความรู้เดิม ยกตัวอย่างเช่น การที่นักเรียนเห็นว่าเส้นตรงขนานกับระนาบ นักเรียนได้ใช้ความรู้เรื่องเส้นขนานในการอธิบายการขนานกันของเส้นตรงสองเส้นโดยนักเรียนระบุว่า ระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นนั้นเท่ากันต่อมานักเรียนเห็นว่าเส้นตรงที่ขนานกันนั้นมีเส้นตรงหนึ่งที่อยู่บนระนาบที่ต้องการหาความสัมพันธ์นักเรียนจึงสรุปโดยการคาดการณ์ว่า เมื่อเส้นตรงที่หนึ่งขนานกับเส้นตรงที่สองโดยเส้นตรงที่สองอยู่บนระนาบหนึ่ง สามารถบอกได้ว่าเส้นตรงที่หนึ่งนั้นขนานกับระนาบที่เส้นตรงที่สองอยู่ ขั้นที่ 3 การอภิปรายและการเปรียบเทียบทั้งชั้นเรียน คือ ในช่วงที่นักเรียนนำเสนอ นักเรียนจะอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของตนเองโดยใช้ความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับนิยามในคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหากับเพื่อนกลุ่มอื่นๆ แต่การอธิบายโดยความรู้เดิมอย่างเดียวไม่ได้นำไปสู่ข้อสรุป นักเรียนมีการอธิบายข้อสรุปโดยขยายแนวคิดเพิ่มจากความรู้เดิม ยกตัวอย่างเช่น การที่นักเรียนอธิบายการตั้งฉากกันของระนาบสองระนาบนักเรียนได้ใช้ความรู้เรื่องมุมฉากในการอธิบาย โดยนักเรียนเห็นว่า มีเส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบทั้งสองที่ทำให้เกิดมุมฉาก นักเรียนจึงสรุปโดยการคาดการณ์ว่า เมื่อมีเส้นตรงที่หนึ่งอยู่ในระนาบที่หนึ่งตั้งฉากกับเส้นตรงที่สองซึ่งอยู่ในระนาบที่สอง สามารถบอกได้ว่า ระนาบที่เส้นตรงทั้งสองเส้นอยู่นั้นตั้งฉากกัน ต่อมาในขั้นที่ 4 การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน ไม่พบการให้เหตุผลจากความจำในขั้นตอนนี้ นักเรียนไม่ได้แสดงให้เห็นถึงวิธีการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ข้อสรุป การให้เหตุผลจากตัวแบบ ประเภทที่ 1 การให้เหตุผลจากความจำ ไม่ปรากฏให้เห็นใน 6 แผนการจัดการเรียนรู้และไม่พบการให้เหตุผลจากตัวแบบ ประเภทที่ 2 การให้เหตุผลจากวิธีการ (Algorithmic Reasoning: AR) นักเรียนไม่ได้แสดงให้เห็นถึงการใช้ความรู้เดิมซึ่งเป็นการดำเนินการตามขั้นตอนในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนได้มาในการแก้ปัญหา

2) การให้เหตุผลที่เกิดจากคณิตศาสตร์แบบสร้างสรรค์ Creative Mathematically Founded Reasoning: CMR) จากการวิเคราะห์โพโตคอลตาม 4 ขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด พบว่า ในขั้นที่ 1 การนำเสนอปัญหาปลายเปิดไม่พบการให้เหตุผลที่เกิดจากคณิตศาสตร์แบบสร้างสรรค์ ในขั้นตอนนี้เนื่องจากนักเรียนไม่ได้แสดงให้เห็นถึงวิธีการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ข้อสรุป ในขั้นที่ 2 การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน และขั้นที่ 3 การอภิปรายและการเปรียบเทียบทั้ง

ชั้นเรียน นักเรียนมีการให้เหตุผลที่เกิดจากคณิตศาสตร์แบบสร้างสรรค์ ซึ่งประกอบด้วย 1) ความแปลกใหม่ (Novelty) คือ การที่นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาและแสดงให้เห็นถึงวิธีการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ข้อสรุป มีบางครั้งแนวคิดที่เกิดขึ้นในครั้งแรกยังไม่ใช่แนวคิดที่สมบูรณ์นักเรียนจะมีการปรับแนวคิดนั้นเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่สมบูรณ์มากขึ้นโดยความร่วมมือของเพื่อนในกลุ่มหรือเพื่อนในชั้นเรียนซึ่งนักเรียนแสดงออกผ่านการพูด ท่าทางและการเขียน ยกตัวอย่างเช่น การที่นักเรียนคิดหาวิธีการนำระนาบตัดกรวยในแบบอื่นๆที่แตกต่างจากที่คำสั่งกำหนดเพื่อนำไปสู่การหาหน้าตัดที่ได้จากการนำระนาบตัดซึ่งนักเรียนมีแนวการตัดที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับแกนหมุน 2) ความน่าเชื่อถือ (Plausibility) คือ นักเรียนใช้ความรู้เดิมหรือการทดลองจากสื่อที่ครูเตรียมให้เป็นข้ออ้างในการสนับสนุนวิธีการแก้ปัญหาที่นำไปสู่การสรุป นักเรียนแสดงออกผ่านการพูด ท่าทางและการเขียน ยกตัวอย่างเช่น ในการคิดหาวิธีการนำระนาบตัดกรวยในแบบอื่นๆที่แตกต่างจากที่คำสั่งกำหนดเพื่อนำไปสู่การหาหน้าตัดที่ได้จากการนำระนาบตัดนักเรียนได้ทดลองตัดวงรูปกรวยทำให้เห็นหน้าตัดที่เกิดขึ้นจริง 3) รากฐานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical foundation) คือ นักเรียนใช้ความรู้เดิมหรือการทดลองผ่านสื่อที่ครูเตรียมให้เป็นส่วนสนับสนุนการสรุปความรู้ใหม่ในคณิตศาสตร์ของตนเองโดยการแก้ปัญหาร่วมกันภายในกลุ่มและการร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับความคิดเห็นที่แตกต่าง ยกตัวอย่างเช่น ในการหาหน้าตัดที่ได้จากการนำระนาบตัดกรวยหลังจากที่นักเรียนได้ทดลองตัดวงรูปกรวยในแนวต่างๆ ได้แก่ ตัดในแนวตั้งฉากกับแกนหมุน ตัดในแนวแกนหมุนและตัดในแนวอื่นๆที่แตกต่างแล้วนักเรียนได้เห็นว่าหน้าตัดที่เกิดจากการนำระนาบตัดกรวยขึ้นอยู่กับแนวการตัด ต่อมาในขั้นที่ 4 การสรุปโดยการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียน ไม่พบการให้เหตุผลที่เกิดจากคณิตศาสตร์แบบสร้างสรรค์ในขั้นตอนนี้ นักเรียนมักจะกล่าวถึงข้อสรุปที่ได้จากการแก้ปัญหา นักเรียนไม่กล่าวถึงวิธีการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ข้อสรุป การให้เหตุผลที่เกิดจากคณิตศาสตร์แบบสร้างสรรค์ ปรากฏให้เห็นในครบทั้ง 6 แผนการจัดการเรียนรู้

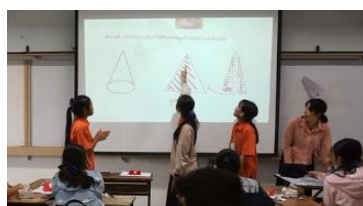


- Item 113 นักเรียน1 ...แบบที่ 3 ตัดเป็นแนวเฉียง 45 องศาจะได้รูปวงรีค่ะ
Item 114 ผู้วิจัย แบบที่ 3 วิธีการตัดต่างจากแบบที่ 1 และแบบที่ 2 อย่างไรคะ
Item 115 นักเรียน2 ก็เราตัดเอียงๆ ไม่ได้ตัดลงมาตรงแกนหมุนค่ะ แล้วก็ไม่ได้ตั้งฉากด้วยเพราะเราตัด 45 องศา

ภาพที่ 1 ความแปลกใหม่แสดงให้เห็นจากการที่นักเรียนคิดหาวิธีการนำระนาบตัดกรวยในแบบอื่นๆที่แตกต่างจากคำสั่ง



ภาพที่ 2 ความน่าเชื่อถือแสดงให้เห็นจากการที่นักเรียนได้ทดลองตัดวงรูปกรวยและนำเสนอหน้าตัดที่เกิดขึ้นจริง



- Item 113 นักเรียน1 แบบแรก การตัดที่เส้นแกนหมุน เส้นแกนหมุนอยู่ตรงกลาง แล้วเราก็ตัดลงมาตามเส้นแกนแล้วก็จะได้อัตราส่วนสามเหลี่ยม
แบบที่ 2 ตัดแค่ที่ตัดฉากกับแกนหมุน จะได้ วงกลม
แบบที่ 3 ตัดเป็นแนวเฉียง 45 องศาจะได้รูปวงรีค่ะ

ภาพที่ 3 รากฐานทางคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นจากการที่นักเรียนค้นพบหน้าตัดที่เกิดขึ้นจริงจากการนำระนาบตัดกรวยในแนวต่างๆซึ่งสอดคล้องกับหลักการทางคณิตศาสตร์

อภิปรายและสรุปผลการวิจัย

จากการสรุปผลการวิจัยพบว่า ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ทีมการศึกษาชั้นเรียนร่วมกันออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ ร่วมกันคาดการณ์แนวคิด คาดการณ์การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมทั้งมีการสะท้อนผลเกี่ยวกับปัญหา แนวทางการแก้ไขและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนผนวกกับการใช้วิธีการแบบเปิดในการจัดการเรียนการสอนโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ค้นหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง นักเรียนมีการแสดงแนวคิดและให้เหตุผลในมุมมองของตนเองเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่เป็นแนวคิดในคณิตศาสตร์ แสดงรายละเอียด ดังนี้

1) การให้เหตุผลจากตัวแบบ (Imitative reasoning) ในชั้นเรียนของผู้วิจัยไม่พบการให้เหตุผลจากตัวแบบทั้ง 2 ประเภท ประเภทที่ 1 การให้เหตุผลจากความจำ นักเรียนมีการกล่าวถึงความจำเดิมเพื่อทำความเข้าใจคำสั่งแต่นักเรียนไม่ได้แสดงให้เห็นถึงวิธีการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ข้อสรุป การสรุปของนักเรียนมีการขยายแนวคิดเพิ่มจากความรู้เดิม ไม่ได้ใช้ความรู้เดิมเพียงอย่างเดียว ประเภทที่ 2 การให้เหตุผลจากวิธีการ นักเรียนไม่ได้ใช้ความรู้เดิมในการดำเนินการตามขั้นตอนในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนได้มาในการแก้ปัญหาจนสำเร็จแต่นักเรียนมีการสร้างวิธีการใหม่โดยการต่อยอดจากวิธีการเดิม การที่นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้โดยการขยายแนวคิดเพิ่มจากความรู้เดิมทำให้เกิดความรู้ใหม่ สอดคล้องกับ สสวท. [11] ที่กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเข้าใจและมีเหตุผล นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการได้มาซึ่งหลักการ นักเรียนได้ตระหนักว่า แนวคิดทางคณิตศาสตร์นั้นมีความเกี่ยวข้องกัน การสอนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความเป็นเหตุเป็นผลจะทำให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจและค้นพบสิ่งใหม่ได้ด้วยตัวเอง

2) การให้เหตุผลที่เกิดจากคณิตศาสตร์แบบสร้างสรรค์ Creative Mathematically Founded Reasoning: CMR) ในชั้นเรียนของผู้วิจัยพบการให้เหตุผลที่เกิดจากคณิตศาสตร์แบบสร้างสรรค์ซึ่งประกอบด้วย ความแปลกใหม่ ความน่าเชื่อถือและรากฐานทางคณิตศาสตร์ทั้ง 6 แผนการจัดการเรียนรู้ คือนักเรียนมีการใช้ความรู้เดิมในคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา นักเรียนแสดงให้เห็นถึงวิธีการแก้ปัญหาที่นำไปสู่ข้อสรุปแม้ว่าบางครั้งแนวคิดที่เกิดขึ้นในครั้งแรกยังไม่ใช่แนวคิดที่สมบูรณ์นักเรียนจะมีการปรับแนวคิดนั้นเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปที่สมบูรณ์มากขึ้นโดยความร่วมมือของเพื่อนในกลุ่มหรือเพื่อนในชั้นเรียนซึ่งในการแก้ปัญหานักเรียนจะมีการใช้ความรู้เดิมหรือการทดลองจากสื่อที่ครูเตรียมให้เพื่อสนับสนุนวิธีการแก้ปัญหาในการสรุปและแนวคิดที่ได้นั้นสามารถนำไปสู่แนวคิดในคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งสอดคล้องกับ ไมตรี [16] ซึ่งระบุว่า ชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดนักเรียนยอมรับความคิดเห็นที่แตกต่างของเพื่อนนักเรียนมีเหตุผลและช่างสังเกตมากขึ้น รู้จักตั้งข้อสังเกตเมื่อเพื่อนออกไปนำเสนอหน้าชั้นเรียน กล้าซักถาม กล้าโต้แย้งเพื่อนและครูอย่างมีเหตุผล สอดคล้องกับงานวิจัยของธีระยุทธ [17] ซึ่งสำรวจพบรูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในทุกขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด สอดคล้องกับงานวิจัยของภัทรพร [18] ซึ่งพบว่าในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดปรากฏองค์ประกอบของกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

ครูสามารถนำการให้เหตุผลที่เกิดจากคณิตศาสตร์แบบต่างๆไปใช้เป็นแนวทางในการวางแผนกิจกรรมการเรียนรู้วางแผนในการออกแบบสื่อเพื่อช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิด อีกทั้งครูสามารถทำความเข้าใจแนวคิดของนักเรียนโดยพิจารณาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์รูปแบบต่างๆ

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

ควรมีการศึกษาการใช้สื่อเพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น และคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

เอกสารอ้างอิง

1. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Principles and standards for school Mathematics. Virginia: National Council of Teacher of Mathematics; 2000.
2. Inprasitha M. Reform process of learning Mathematics in schools focusing Mathematical process. Khonkaen: Khonkaen Publisher; 2003. Thai.
3. The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. Manual for mathematics curriculum (Revised version 2017) [Internet]. 2017 [updated 2019 May 24; cited 2020 Feb 18]. Available from: <https://www.scimath.org/ebook-mathematics/item/8380-2560-2551-8380>. Thai.
4. Saengpun, J. The study of geometric reasoning to resolve open-ended problems: Focus on solving problems in small groups. Educational Research Journal. 2007; 7(1): 3-16. Thai.
5. Makanong A. Skills and mathematical processes development for development. Bangkok: Chulalongkorn University Press; 2010. Thai.
6. Artzt AF, Yaloz-Femia S. Mathematical reasoning during small-group problem solving. Stiff LV, Curcio FR, editors. Developing mathematical reasoning in grades K-12: 1999 yearbook. Virginia: National Council of Teacher of Mathematics; 1999. p. 115-126.
7. Russell, S. J. Mathematical reasoning in the elementary grades. In: Stiff LV, Curcio FR, editors. Developing mathematical reasoning in grades K-12: 1999 yearbook. Virginia: National Council of Teacher of Mathematics; 1999. p. 1-12.
8. Incebacak BB, Ersoy E. Mathematical Reasoning in 7th Grade Students. International Online Journal of Educational Sciences. 2017; 9(1): 262-275.
9. Sidenvall J, Lithner J and Jäder J. Students' reasoning in mathematics textbook task-solving. International Journal of Mathematical Education. 2015; 46(4): 533-552.
10. Lithner J. A research framework for creative and imitative reasoning. Educational Studies in Mathematics. 2008; 67(3): 255-276.
11. The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. Reasoning in mathematics elementary school According to the basic education curriculum. Bangkok: S.P.N. Printing; 2004. Thai.
12. Inprasitha M. Open approach lesson study PLC in practice in real schools. Khonkaen: the Centre for Research in Mathematics Education; 2019. Thai.
13. Inprasitha M. Process of problem solving in school mathematics. Khonkaen: the Centre for Research in Mathematics Education; 2014. Thai.



14. Inprasitha M. Prospective teacher education in mathematics through lesson study. In: Inprasitha M, Isoda M, Yeap BH, editors. Lesson Study challenges in Mathematics Education. Singapore: World Scientific; 2015. p. 185-196.
15. Inprasitha M. Teaching and learning with Open approach. [CD-ROM]. Khonkaen: the Centre for Research in Mathematics Education; 2016. Thai.
16. Inprasitha M. Reform of math learning among secondary school students with open-ended problems. Khonkaen: the Centre for Research in Mathematics Education; 2006. Thai.
17. Wanna T. Mathematical reasoning of grade 11 students in probability in the classroom using open approach [MEd thesis]. Khonkaen: Khonkaen University; 2015. Thai.
18. Donjue P. Students' mathematical reasoning in mathematics classroom using lesson study and open approach [MEd thesis]. Khonkaen: Khonkaen University; 2020. Thai.