

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์
ชั้นปีที่ 1: ผลจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรณนิยม
First-Year Preservice Mathematics Teachers' Ability to Mathematically Reason:
Results of using a Constructivist Instructional Model

วิทยา พูลสวัสดิ์^{1*}
Wittaya Pulsawad^{1*}
ลือชา ลดาชาติ²
Luecha Ladachart²

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรณนิยมต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 สาขาคณิตศาสตร์ จากคณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 26 คน ซึ่งมาจากการเลือกแบบเจาะจงด้วยเกณฑ์เป็นนักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียนในรายวิชาหลักการทางคณิตศาสตร์หมู่เรียนที่ 2 เครื่องมือในการวิจัย ได้แก่ 1) รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรณนิยม 2) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และ 3) แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างตรวจสอบความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณประกอบด้วยการหาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบทางสถิติแบบนอนพารามตริก ส่วนการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นการตีความเพื่อสร้างข้อสรุปแบบอุปนัย ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรณนิยมมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น ทั้งการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย โดยการทดสอบทางสถิติบ่งชี้ว่า การเปลี่ยนแปลงเหล่านี้มีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ($W = 0.000$, $z = 4.457$, $p < .001$ สำหรับการให้เหตุผลแบบอุปนัย และ $W = 0.000$, $z = 4.457$, $p < .001$ สำหรับการให้เหตุผลแบบนิรนัย) ผลการสัมภาษณ์นักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ สรุปได้ว่า นักศึกษาทุกคนสามารถบอกได้ว่าในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบไปด้วยการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยรวมถึงสามารถบอกคุณลักษณะการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบได้อย่างถูกต้อง

คำสำคัญ: การศึกษาระดับความสามารถในการให้เหตุผล, การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์, รูปแบบการเรียนการสอน, การสอนตามทฤษฎีสรณนิยม, การสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์

¹ นักศึกษาปริญญาเอก การศึกษาดุษฎีบัณฑิต วิทยาลัยการศึกษา มหาวิทยาลัยพะเยา
Ph. D. Candidate. college of education University of Phayao.

² รองศาสตราจารย์ ดร. , วิทยาลัยการศึกษา มหาวิทยาลัยพะเยา
Associate Professor Dr., College of Education University of Phayao.

*Corresponding Author, e-mail: wittaya.pul@crru.ac.th

Abstract

The purpose of this research was to study the effect of a teaching model based on constructivist theory on mathematical reasoning ability of first-year mathematics students from the Faculty of Education, Chiang Rai Rajabhat University. In the first semester of the academic year 2022, purposive sampling technique was used to select 26 students from section two of mathematics principles subject. The research tools consisted of 1) a teaching and learning model based on constructivist theory, 2) a mathematical reasoning ability test, and 3) a semi-structured interview form to examine understanding and abilities to build mathematical knowledge from mathematical reasoning. Quantitative data analysis comprised determining average, standard deviation and non-parametric statistical tests. The qualitative data analysis was also used to generate inductive conclusions. The results showed that students who was approached by the constructivist teaching style increased mathematical reasoning abilities for both inductive and deductive reasoning. The statistical test indicated that these changes were significant at the .05 level ($W = 0.000$, $z = 4.457$, $p < .001$). The results of interviews revealed that all students studying with the teaching and learning model were able to understand mathematical reasoning and correctly identify characteristics of both inductive and deductive reasoning.

Keywords: Reasoning ability, Mathematical reasoning, Teaching and learning model
Teaching based on constructivist theory, Creating mathematical knowledge

บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีลักษณะและธรรมชาติที่มีความแตกต่างจากศาสตร์อื่น ๆ ซึ่งเป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้าง “แบบรูปและความสัมพันธ์” (Patterns and relationships) ของสิ่งต่าง ๆ ภายใต้การดำเนินการนั้น นักคณิตศาสตร์จะใช้ “กระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์” (Mathematical Inquiry) ในการสร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอนหลัก ได้แก่ 1) การสร้างตัวแทนเชิงนามธรรมและสัญลักษณ์ (Abstraction and Symbolic Representations) 2) การจัดกระทำข้อแฉงทางคณิตศาสตร์ (Manipulating Mathematical Statements) และ 3) การนำผลการจัดกระทำทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ (Applications) (AAAS, 1993) และสิ่งที่แฝงอยู่ในกระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ นั่นก็คือ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) ที่ต้องใช้ในทุกระบวนการที่กล่าวมา ดังจะเห็นได้จาก Christiansen (1969) ได้กล่าวถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ประเภทหลัก ได้แก่ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) ซึ่งเป็นการให้เหตุผลเพื่อสร้าง “หลักการ (หรือข้อแฉงทั่วไป) ที่ผู้กรวม (ข้อเท็จจริงต่าง ๆ) เข้าไว้ด้วยกัน” ซึ่งการใช้เหตุผลในลักษณะนี้จะเกิดในขั้นตอนที่ 1 และขั้นตอนที่ 2 ในการสร้างตัวแทนเชิงนามธรรมและจัดทำข้อแฉงทางคณิตศาสตร์และ 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) ซึ่งเป็นการให้เหตุผลเพื่อ “ทดสอบ ยืนยัน ปฏิเสธ และปรับปรุง (ข้อแฉงนั้น)” ซึ่งการใช้เหตุผลลักษณะนี้จะเป็นการนำผลการจัดกระทำทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในขั้นตอนที่ 3 จึงแสดงให้เห็นว่าแม้ความคิดหรือข้อแฉงทางคณิตศาสตร์จะเริ่มเกิดขึ้นจากการให้เหตุผล

แบบอุปนัย แต่ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้รับการตรวจสอบและยืนยันจากการให้เหตุผลแบบนิรนัย (Khan, 2015) เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นจริงและถูกยอมรับในการนำไปใช้ต่อไป

จากการสร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักคณิตศาสตร์ข้างต้น ความรู้ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้นผ่านกระบวนการสืบเสาะและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มุมมองนี้สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้สรณนิยม (Constructivist Theory of Learning) ที่อธิบายว่า ความรู้เป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้นจากประสบการณ์กับโลกทางกายภาพ และถูกตรวจสอบความน่าเชื่อถือผ่านกระบวนการทางสังคม (Von Glasersfeld, 2001) มุมมองนี้ยังสอดคล้องกับสิ่งที่ Dossey (1992) และ Ernest (1993) เสนอว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นตัวแทนภายในจิตใจที่มนุษย์สร้างขึ้นเพื่อใช้แทนสิ่งที่เกิดขึ้นในโลกภายนอกหาใช้สิ่งที่มีอยู่แล้วและถูกค้นพบโดยมนุษย์ในภายหลัง ดังนั้น คณิตศาสตร์จึงไม่ใช่ “ความรู้ที่เป็นปรนัยสมบูรณ์ แน่นนอน และแก้ไขไม่ได้” หากแต่ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็น “ผลลัพธ์ของกระบวนการทางสังคม” ที่ซึ่ง “ผิดพลาดได้และเปิดกว้างต่อการปรับปรุงแก้ไข” (Ernest, 1996) ยิ่งไปกว่านั้น ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่ได้เป็นอิสระไปจากค่านิยมและวัฒนธรรมของมนุษย์ ในทางตรงกันข้ามความรู้ทางคณิตศาสตร์มีค่านิยมและวัฒนธรรมในบริบทที่ความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นถูกสร้างขึ้นพ่วงติดอยู่ (Lerman, 1990)

จากที่กล่าวมา ครูจำเป็นต้องได้รับการส่งเสริมให้มีมุมมองต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีสรณนิยมที่แสดงให้เห็นว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้น ผ่านกระบวนการสืบเสาะการใช้ความรู้เดิมเมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์ใหม่และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อการสร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ มุมมองนี้จะเป็นรากฐานสำคัญให้กับครูในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นหัวใจของการปฏิรูปการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศไทยและของต่างประเทศในปัจจุบัน (Ministry of Education Thailand, 2017; National Council of Teachers of Mathematics, 2000) เนื่องจากการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งในกระบวนการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ ทั้งในส่วนของการสร้างความคิดเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์จากประสบการณ์ในชีวิตประจำวันผ่านการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการตรวจสอบความคิดเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์นั้นผ่านการให้เหตุผลแบบนิรนัย ครูจึงควรได้รับการส่งเสริมให้มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองแบบ โดยงานวิจัยเปิดเผยว่า การมีส่วนร่วมในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ครูและนักศึกษาครูเข้าใจว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีบทบาทในการสร้าง ตรวจสอบ และยืนยันความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างไร (Khan, 2015) ซึ่งจะเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ผ่านการสืบเสาะและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยในฐานะผู้สอนในสถาบันการศึกษาและในหน่วยงานที่ผลิตครูคณิตศาสตร์ จึงได้จัดทำ การพัฒนาและศึกษาผลของการใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีการเรียนรู้สรณนิยมต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครู ผลการวิจัยจะให้แนวทางแก่มหาวิทยาลัยที่มีหลักสูตรการผลิตครูคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในช่วงเวลาที่มีการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างของหลักสูตรการผลิตครูจากเดิมที่ใช้เวลา 5 ปี มาเป็น 4 ปี ซึ่งได้สร้างความท้าทายใหม่ให้แก่มหาวิทยาลัยที่เกี่ยวข้องกับการผลิตครูคณิตศาสตร์ ด้วยเวลาที่ลดลงนี้ หลักสูตรการผลิตครูจึงจำเป็นต้องพัฒนานักศึกษาครูในทุกมิติที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ทั้งความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านวิธีสอน กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อคณิตศาสตร์ไปพร้อม ๆ กัน ตั้งแต่ในปีแรกของหลักสูตรการผลิตครู การเตรียมความพร้อมเช่นนี้จะช่วยปูพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนรู้ในรายวิชาอื่น ๆ อาทิ วิธีสอนคณิตศาสตร์ การฝึกปฏิบัติการสอนคณิตศาสตร์ และการฝึกประสบการณ์วิชาชีพในโรงเรียน เป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับ

Ministry of Education (2019: 2-20) มาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรสี่ปี) นอกจากนี้ผลการวิจัยยังสะท้อนให้เห็นว่าผู้สอนควรให้ความสำคัญกับการสะท้อนคิดเกี่ยวกับลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบ ความแตกต่างของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบและความสัมพันธ์ระหว่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบ ทั้งนี้ เพื่อให้ นักศึกษามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเข้าใจธรรมชาติของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งเพียงพอในการนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์กับนักเรียนต่อไป

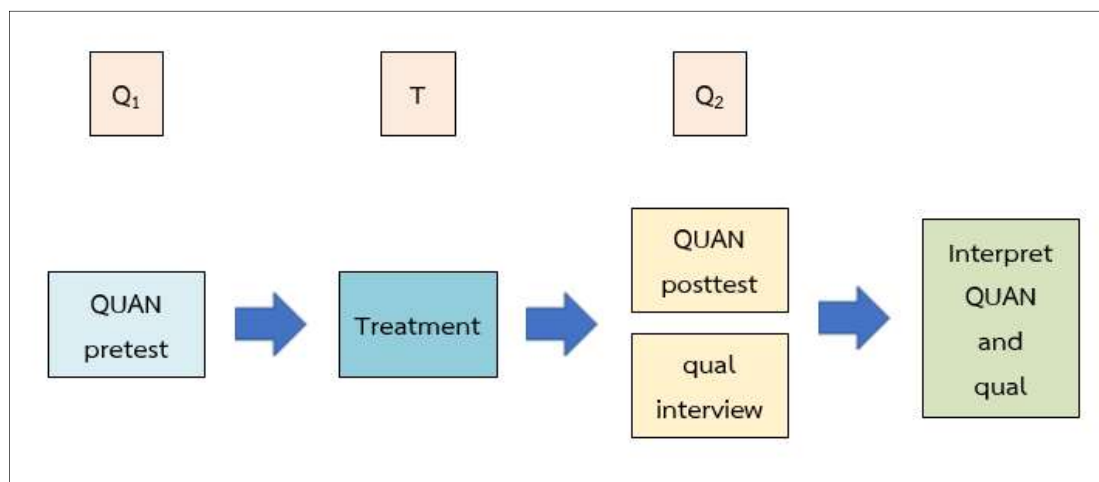
วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาผลของรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรณนิยมต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์

วิธีดำเนินการวิจัย

แหล่งข้อมูล กลุ่มทดลอง ได้แก่ นักศึกษาชั้นปีที่ 1 สาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงราย ชั้นปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2565 หมู่เรียนที่ 2 จำนวน 26 คน ได้จากการเลือกแบบเจาะจง (purposive sampling) เพราะทุกปีการศึกษา สาขาคณิตศาสตร์จะรับนักศึกษาจำนวน 2 หมู่เรียน ซึ่งมีคุณลักษณะใกล้เคียงกัน ซึ่งผู้วิจัยใช้นักศึกษาหมู่เรียนที่ 1 ในการทดลองเพื่อทำการทดลองนำร่องและหาค่าดัชนีประสิทธิผลของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนในการวิจัยในระยะแรกไปแล้ว

แบบแผนการทดลอง แบบแผนที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ One-Group Pretest-Posttest Design (Buasonte, 2019: 42) โดยในแบบแผนที่ใช้ในการทดลอง จะใช้การวิจัยเชิงผสมผสานแบบรองรับภายใน (Embedded Design) โดยการศึกษาวิธีการวิจัยเชิงปริมาณเป็นวิธีการหลักและวิธีการวิจัยเชิงคุณภาพเป็นวิธีการรอง เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบแผนการวิจัยเชิงผสมผสานแบบรองรับภายใน สามารถเขียนเป็นแผนภูมิได้ตาม ภาพที่ 1



ภาพที่ 1 แบบแผนการวิจัยที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในการวิจัย

ที่มา: Buasonte (2011)

ขั้นตอนการทดลอง ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. ทำการทดสอบก่อนการทดลอง (Pretest) กับนักศึกษากลุ่มทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับที่ 1 ใช้เวลา 2 ชั่วโมงและฉบับที่ 2 ใช้เวลา 2 ชั่วโมง (นอกคาบเรียนปกติ) (รายละเอียดข้อสอบอยู่ในหัวข้อถัดไป)

2. ดำเนินการทดลองโดยจัดการจัดการเรียนสอนกับกลุ่มทดลอง โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรณนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู กับนักศึกษาในกลุ่มทดลอง ในคาบเรียนปกติเวลาในการทดลอง 4 ชั่วโมง/สัปดาห์ รวม 7 สัปดาห์ รวมเวลาจัดกิจกรรม 28 ชั่วโมง

3. หลังเสร็จสิ้นการทดลอง ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังการทดลอง (Posttest) โดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 และฉบับที่ 2 เป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับเดียวกับก่อนเรียน ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ รวมทั้งสิ้น 4 ชั่วโมง (นอกคาบเรียนปกติ)

4. หลังเสร็จสิ้นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ผู้วิจัยทำการสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้างกับนักศึกษา โดยเป็นตัวแทนจากนักศึกษา จำนวน 8 คน เป็นนักศึกษาที่มีระดับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและนิรนัยอยู่ในระดับดีมาก 2 คน ระดับดี 4 คน และระดับพอใช้ 2 คน เพื่อให้ข้อมูลเกี่ยวกับความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ รูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรณนิยม เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาครู ซึ่งจากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 7 ท่าน มีระดับความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด ($\bar{x} = 4.82$, S.D.=0.24) และมีค่าดัชนีประสิทธิผล (E.I.) เท่ากับ 0.62

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ชนิดเขียนอธิบาย ฉบับที่ 1 เรื่อง เซต และฉบับที่ 2 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ฉบับละ 4 ข้อ โดยในแต่ละข้อจะวัดความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและนิรนัยและตรวจให้คะแนนความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัยอย่างละ 3 คะแนน รวมคะแนนความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย 24 คะแนนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย 24 คะแนน โดยแสดงตัวอย่างแบบทดสอบ ดังนี้

ตัวอย่างแบบทดสอบ

1. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ เมื่อเซต $(A \cup B) \cap C$ และเซต $A \cup (B \cap C)$ จงพิจารณาว่าเซตทั้งสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร

1.1 จงแสดงการให้เหตุผลโดยการยกตัวอย่างเซตภายใต้เงื่อนไขของข้อความที่กำหนดให้ อย่างน้อย 3 ตัวอย่างหรือมากกว่านั้นเพื่อแสดงให้เห็นเพียงพที่จะสร้างเงื่อนไขหรือความสัมพันธ์ที่จะสร้างข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้ว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร

1.2 จงแสดงให้เหตุผลประกอบในลงข้อสรุปจากข้อความที่กำหนดให้ว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร โดยอ้างอิงจากแนวคิด ทฤษฎีหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการพิจารณาในการลงข้อสรุปดังกล่าว

โดยแบบทดสอบวัดความสามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับผ่านการประเมินด้านความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 7 ท่าน ซึ่งผลการประเมินข้อสอบค่าประเมินดัชนีความสอดคล้อง IOC ในช่วง 0.86 – 1.00 ซึ่งมีค่าเฉลี่ยมากกว่า 0.5 สามารถนำไปใช้ได้ทุกข้อ และคุณภาพของข้อสอบทั้ง 2 ฉบับ แสดงผลดังตารางที่ 1 และตารางที่ 2

ตารางที่ 1 ผลการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบทดสอบวัดความสามารถ
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 1 เรื่อง เซต

ข้อที่	ความยาก(P)	แปลความหมาย	อำนาจจำแนก (D)	แปล ความหมาย	แปลผล คุณภาพแบบวัด
1	0.49	ยากพอเหมาะ	0.31	จำแนกพอใช้	เป็นข้อสอบที่ใช้ได้
2	0.43	ยากพอเหมาะ	0.55	จำแนกดี	เป็นข้อสอบที่ใช้ได้
3	0.45	ยากพอเหมาะ	0.57	จำแนกดี	เป็นข้อสอบที่ใช้ได้
4	0.41	ยากพอเหมาะ	0.52	จำแนกดี	เป็นข้อสอบที่ใช้ได้

ที่มา: ผู้เขียน

จากตารางที่ 1 พบว่า ผลการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกรายข้อ จากสูตรของ Whitney and Sabers (khunkaew, 2015) แบบทดสอบฉบับที่ 1 เรื่อง เซต มีคุณภาพของแบบทดสอบเป็นไปตามเกณฑ์เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ทุกข้อและมีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (phatthiyatane, 2003) เท่ากับ 0.968

ตารางที่ 2 ผลการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกรายข้อของแบบทดสอบวัดความสามารถ
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับที่ 2 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ข้อที่	ความยาก(P)	แปลความหมาย	อำนาจจำแนก (D)	แปล ความหมาย	แปลผล คุณภาพแบบวัด
1	0.51	ยากพอเหมาะ	0.53	จำแนกดี	เป็นข้อสอบที่ใช้ได้
2	0.51	ยากพอเหมาะ	0.35	จำแนกพอใช้	เป็นข้อสอบที่ใช้ได้
3	0.48	ยากพอเหมาะ	0.46	จำแนกดี	เป็นข้อสอบที่ใช้ได้
4	0.43	ยากพอเหมาะ	0.49	จำแนกดี	เป็นข้อสอบที่ใช้ได้

ที่มา: ผู้เขียน

จากตารางที่ 2 พบว่า ผลการวิเคราะห์ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกรายข้อสูตรของ Whitney and Sabers (khunkaew, 2015) แบบทดสอบฉบับที่ 2 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันมีคุณภาพของแบบทดสอบเป็นไปตามเกณฑ์เป็นข้อสอบที่ใช้ได้ทุกข้อและมีค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (phatthiyatane, 2003) เท่ากับ 0.958

2.2 แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง ตรวจสอบความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยมีประเด็นคำถาม ดังนี้

1. นักศึกษาคิดว่าในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีกี่แบบ ประกอบด้วยอะไรบ้าง
2. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบที่กล่าวมามีลักษณะการให้เหตุผลอย่างไร
3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบมีจุดแข็ง/จุดอ่อนอย่างไร
4. ทำไมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงต้องแยกออกเป็นแต่ละแบบ
5. เมื่อการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละแบบไม่เหมือนกัน (แตกต่างกัน) แล้วการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบช่วยสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร

6. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบจะทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร

7. โดยส่วนตัวนักศึกษานิยมใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบใดในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหา มากกว่ากัน เพราะเหตุใด

8. ลองยกตัวอย่างสถานการณ์ที่นักศึกษานิยมใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบที่กล่าวมาในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหา ว่าจะใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบอย่างไร

การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 ตรวจสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษากลุ่มทดลองและให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ โดยผู้วิจัยได้เปรียบเทียบการให้คะแนนกับผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งได้ค่า Rater Agreement Cohen's Unweighted kappa เท่ากับ 0.718 (การตรวจให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย) และ 0.723 (การตรวจให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย) ซึ่งมีค่าความสอดคล้องในการประเมินระดับมาก

1.2 หาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคะแนนสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

1.3 ทดสอบการแจกแจงปกติด้วยวิธี Shapiro-Wilk test ซึ่งผลปรากฏว่า ข้อมูลทั้งก่อนและหลังเรียนในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและแบบนิรนัยไม่มีการแจกแจงปกติ ($p < .05$)

1.4 เปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษากลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนตามรูปแบบการจัดการเรียนสอนโดยใช้สถิตินอนพาราเมตริกทดสอบแบบวิลคอกซ์ (The Wilcoxon signed - rank test)

1.5 คำนวณหาขนาดอิทธิพล (Effect size) ด้วยวิธีการ Rank-Biserial Correlation ซึ่งมีเกณฑ์การตีความ (Moore et al., 2012) ดังนี้

Rank-biserial (r)	<0.10	0.10 – 0.29	0.30 – 0.49	>0.50
ขนาดอิทธิพล	ไม่มีผล	ส่งผลในระดับน้อยมาก	ส่งผลในระดับปานกลาง	ส่งผลในระดับมาก

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

- 2.1 ตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล
- 2.2 จำแนกและจัดระบบข้อมูล โดยนำข้อมูลที่ได้มาจำแนกและจัดหมวดหมู่อย่างเป็น ระบบ
- 2.3 วิเคราะห์ข้อมูลโดยการตีความสร้างข้อสรุปแบบอุปนัย (Analytic Induction)
- 2.4 นำเสนอข้อมูลแบบบรรยาย

ผลการวิจัย

1. ผลการเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยนักศึกษาในกลุ่มทดลองระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนฯ แสดงผลดังตารางที่ 3 และตารางที่ 4 ตามลำดับ

ตารางที่ 3 การเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการให้เหตุผลแบบอุปนัยระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนฯ

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	W	z	p	r
ก่อนเรียน	26	24	9.23	2.36	0.000	4.457*	< .001	1.00
หลังเรียน		24	16.05	2.92				

*p < .05

ที่มา : ผู้เขียน

จากตารางที่ 3 แสดงว่า นักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ หลังเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลแบบอุปนัยสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีขนาดอิทธิพล (Effect size) เท่ากับ 1.00 ดังนั้น รูปแบบการเรียนการสอนฯ ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยของนักศึกษาในระดับมากตามเกณฑ์การตีความค่าขนาดอิทธิพล (Moore et al., 2012)

ตารางที่ 4 การเปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยในการให้เหตุผลแบบนิรนัยระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนจากการใช้รูปแบบการเรียนการสอนฯ

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	W	z	p	r
ก่อนเรียน	26	24	9.08	2.80	0.000	4.457*	< .001	1.00
หลังเรียน		24	14.94	2.96				

*p < .05

ที่มา : ผู้เขียน

ตารางที่ 4 แสดงว่า นักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ หลังเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลแบบนิรนัยสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีขนาดอิทธิพล (Effect size) เท่ากับ 1.00 ดังนั้น รูปแบบการเรียนการสอนฯ ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยของนักศึกษาในระดับมากตามเกณฑ์การตีความค่าขนาดอิทธิพล (Moore et al., 2012)

2. ผลการสัมภาษณ์นักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ สรุปได้ว่า นักศึกษาทุกคนสามารถบอกได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบไปด้วยการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยรวมถึงสามารถบอกคุณลักษณะการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบได้อย่างถูกต้อง แต่ยังมีนักศึกษาบางคนที่ยังมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการให้เหตุผลแบบอุปนัยเกี่ยวกับการลงข้อสรุป ว่าการลงข้อสรุปจากการให้เหตุผลแบบอุปนัยสามารถลงข้อสรุปตามที่ตนเองวิเคราะห์เหตุและหาความสัมพันธ์เพียงเท่านั้น ดังตัวอย่างคำตอบต่อไปนี้

S4: “การให้เหตุผลแบบอุปนัยสามารถดำเนินการจากเงื่อนไขที่กำหนดให้ทำหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อให้รู้ว่าเกี่ยวข้องกันอย่างไรแล้วทำการสรุป”

คำตอบข้างต้นแสดงให้เห็นว่า นักศึกษายังมีความเข้าใจการให้เหตุผลแบบอุปนัยยังไม่ชัดเจนว่าข้อสรุปในการให้เหตุผลลักษณะนี้เป็นเพียงข้อคาดการณ์ซึ่งอาจไม่เป็นจริงในทุกกรณีและอาจเป็นจุดอ่อนของการให้เหตุผลแบบอุปนัยที่มีโอกาสผิดพลาดได้ ซึ่งส่งผลต่อจุดแข็งของการให้เหตุผลแบบนิรนัยที่ต้องนำข้อคาดการณ์ดังกล่าวไปตรวจสอบผ่านการอ้างอิงหลักการและทฤษฎีเพื่อสรุปในรูปนัยทั่วไป

นอกจากนี้ นักศึกษาบางคนยังไม่สามารถบอกได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบจะทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร ซึ่งเข้าใจเพียงว่าการให้เหตุผลทั้ง 2 แบบมีคุณลักษณะในการให้เหตุผลต่างกันเพียงรู้อย่างใดอย่างหนึ่งก็เพียงพอ ดังตัวอย่างคำตอบต่อไปนี้

S2: “เขาทำงานคนละแบบค่ะ ไม่จำเป็นที่จะต้องใช้ทั้ง 2 แบบค่ะ”

S4: “การให้เหตุผลทั้งสองแบบมีวิธีการต่างกันครับแต่ขึ้นอยู่กับครูครับว่าจะสอนแบบไหนให้นักเรียนนำไปใช้ในการแก้ปัญหา อาจไม่จำเป็นต้องรู้ทั้ง 2 แบบครับ”

S7: “ผมคิดว่าเขาสร้างความรู้ต่างกันครับ แบบไหนก็ทำให้เรารู้ได้ครับ อาจไม่ต้องใช้การให้เหตุผลทั้ง 2 แบบร่วมกันครับ”

คำตอบเหล่านี้แสดงให้เห็นว่า นักศึกษายังไม่เข้าใจว่าการให้เหตุผลทั้งสองแบบจะช่วยสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัยใช้ในการสร้างข้อคาดการณ์และการให้เหตุผลแบบนิรนัยจะช่วยตรวจสอบความถูกต้องของข้อคาดการณ์นั้น และยังพบว่านักศึกษาทุกคนใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยในการสร้างองค์ความรู้และใช้ในการแก้ปัญหาเมื่อต้องเผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่ทางคณิตศาสตร์ โดยตอบในทำนองเดียวกันว่าจะสามารถวิเคราะห์ปัญหาจากเหตุที่กำหนดให้ เพื่อสร้างความสัมพันธ์และหาข้อสรุปในสร้างองค์ความรู้หรือแก้ปัญหาในสถานการณ์นั้น ๆ

นอกจากนี้การตรวจสอบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยให้ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบในการสร้างองค์ความรู้ ผลปรากฏว่า นักศึกษาทุกคนสามารถยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ตนเองจะใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและแบบนิรนัยสร้างองค์ความรู้ได้ ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1) ยกตัวอย่างเพียงสถานการณ์เดียวและแสดงว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบจะช่วยสร้างองค์ความรู้ ดังตัวอย่างคำตอบต่อไปนี้

S5: “จะแสดงว่า $(A')'$ เท่ากับ A หรือไม่” โดยกำหนดให้

1. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A = \{1, 2, 3\}$ จะได้ $A' = \{4, 5\}$ และ $(A')' = \{1, 2, 3\}$
2. $U = \{0, 1, 2, 3\}, A = \{0\}$ จะได้ $A' = \{1, 2, 3\}$ และ $(A')' = \{0\}$
3. $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}, A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ จะได้ $A' = \emptyset$ และ $(A')' = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

สรุปได้ว่า $(A')' = A$ (นักศึกษาใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยในการสร้างข้อคาดการณ์)

กำหนดให้ x ทุกตัวเป็นสมาชิก $(A')'$ เมื่อ A เป็นเซตใด ๆ (แสดงการตรวจสอบโดยให้เหตุผลแบบนิรนัย) ให้ $x \in (A')' \leftrightarrow x \notin A'$ นิยามคอมพลีเมนต์เซต

$$\leftrightarrow x \in A \text{ นิยามคอมพลีเมนต์เซต}$$

$$\text{นั่นคือ } (A')' = A$$

และกลุ่มที่ 2) ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่แตกต่างกันในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบในการสร้างองค์ความรู้ ดังตัวอย่างคำตอบต่อไปนี้

S7: 1. “จะแสดงว่า $(A \cap B) \cap C$ เท่ากับ $A \cap (B \cap C)$ หรือไม่” โดยกำหนดให้ (นักศึกษาใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยในการสร้างข้อสรุปในตัวอย่างที่ 1)

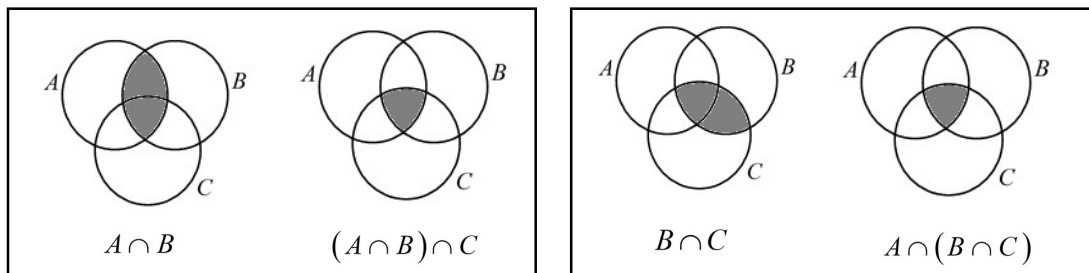
1. ให้ $A = \{0, 1, 2\}, B = \{1, 2, 3, 4\}, C = \{4, 5, 6\}$ ดังนั้น $A \cap B = \{1, 2\}$ จะได้

$$(A \cap B) \cap C = \emptyset \text{ และ } B \cap C = \{4\} \text{ จะได้ } A \cap (B \cap C) = \emptyset$$

2. ให้ $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}, C = \{3, 4, 5\}$ ดังนั้น $A \cap B = \{2, 3\}$ จะได้

$$(A \cap B) \cap C = \{3\} \text{ และ } B \cap C = \{3, 4\} \text{ จะได้ } A \cap (B \cap C) = \{3\}$$

3.



สรุปได้ว่า $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

2. “จะแสดงว่า $A \cap B$ เท่ากับ $B \cap A$ หรือไม่” โดยกำหนดให้ (นักศึกษาใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยในการสร้างข้อสรุปในตัวอย่างที่ 2) กำหนดให้ x ทุกตัวเป็นสมาชิก $A \cup B$ เมื่อ A, B เป็นเซตใด ๆ

ให้ $x \in (A \cap B) \leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$ นิยามยูเนียนเซต

$$\leftrightarrow x \in B \wedge x \in A \text{ จาก } p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$\leftrightarrow x \in (B \cap A) \text{ นิยามยูเนียนเซต}$$

$$\text{นั่นคือ } A \cap B = B \cap A$$

สรุปและอภิปรายผล

1. จากการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนตามขั้นตอนในกิจกรรมการเรียนรู้ของรูปแบบการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นทำให้นักศึกษามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยและแบบนิรนัยหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีขนาดอิทธิพล เท่ากับ 1.00 ซึ่งแสดงว่า รูปแบบการเรียนการสอนฯ ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในระดับสูง ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ ทั้งนี้เป็นเพราะว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละขั้นตอนได้ดำเนินการตามขั้นตอนอย่างเป็นระบบ ซึ่งกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

เป็นไปตามแนวคิดทฤษฎีสรณนิยมและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนการสอน (EISDGA) จึงส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักศึกษาให้มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 สำรวจปัญหา (Explore the Problem : E) ผู้วิจัยมีการดำเนินการโดยการนำปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่เชื่อมโยงระหว่างความรู้พื้นฐาน (ความรู้เดิม) กับความรู้ใหม่ที่ต้องเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนได้ทำการสำรวจปัญหาเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ข้อมูลในปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสรณนิยมที่เป็นการกระตุ้นการใช้ความรู้เดิม activate prior knowledge เมื่อประสบกับสถานการณ์ใหม่ กระตุ้นเพื่อสร้างความสนใจแก่ผู้เรียน ขั้นนี้จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลด้านการสำรวจปัญหาวิเคราะห์ข้อมูล/สถานการณ์/เหตุ

ขั้นที่ 2 แก้ปัญหา (Inductively Solve : I) ผู้วิจัยมีการดำเนินการโดยนำปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความรู้ใหม่ที่ต้องเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยกระบวนการอุปนัยผ่านการสังเกต วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาร่วมกับความรู้เดิมที่ตนเองมีอยู่ ซึ่งในขั้นตอนนี้คำตอบของปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนสามารถแตกต่างกันได้ สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสรณนิยมในการสำรวจเพื่อการค้นพบจากการปฏิบัติกิจกรรม เชื่อมโยงความรู้และทักษะเดิมเข้ากับความรู้และทักษะที่ใหม่ ค้นพบมโนทัศน์หรือสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมในขั้นตอนนี้เป็นรายบุคคล ขั้นนี้จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลด้านการแก้ปัญหาผ่านการสังเกต สืบเสาะ วิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลจากโจทย์ปัญหา สร้างชุดข้อมูลใหม่ ความรู้ต้นแบบหรือข้อคาดการณ์

ขั้นที่ 3 แลกเปลี่ยนข้อสรุป (Share Results : S) ผู้วิจัยมีการดำเนินการโดยให้ผู้เรียนได้แลกเปลี่ยนเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย (ประมาณ 5 – 6 คน) เพื่อสรุปทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของเพื่อนในกลุ่มรวบรวมวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบในการแก้ปัญหาแต่ละวิธีการ จากนั้นทำการแลกเปลี่ยนเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบในกลุ่มใหญ่ (ทั้งห้องโดยตัวแทนแต่ละกลุ่ม) เพื่อสร้างชุดกฎเกณฑ์ทั่วไปหรือการวางนัยทั่วไปจากการแก้ปัญหา สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสรณนิยมที่ส่งเสริมและกระตุ้นให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนมุมมอง แนวคิดและข้อมูล มีส่วนร่วมเน้นการสร้างความรู้ใหม่ผ่านปฏิสัมพันธ์ทางสังคมเป็นการแลกเปลี่ยนและไม่ได้ยึดติดในคำตอบว่าต้องมีเพียงอย่างเดียวหนึ่ง ขั้นนี้จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลด้านการวิเคราะห์/สังเคราะห์แลกเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบทำความเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบของผู้อื่นในการสร้างชุดกฎเกณฑ์ทั่วไปหรือการวางนัยทั่วไป

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบข้อสรุป (Deductively Validate s : D) ผู้วิจัยมีการดำเนินการโดยนำปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความรู้ที่ต้องใช้ชุดความรู้ที่ได้จากขั้นที่ 3 เพื่อให้ผู้เรียนนำข้อสรุปทั้งหมดมาตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัย เพื่อเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของแต่ละข้อสรุป (ขั้นตอนนี้ผู้เรียนจะได้ข้อสรุปที่ตนเองคิดว่าเป็นความรู้ที่เหมาะสมที่สุดที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา) โดยการปฏิบัติกิจกรรมในขั้นตอนนี้จะดำเนินการเป็นรายบุคคลในการใช้ข้อสรุปของตนเอง ในการเผชิญสถานการณ์ใหม่อีกครั้ง สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสรณนิยมในการประยุกต์ใช้มโนทัศน์ ประยุกต์ใช้ความรู้ การเชื่อมโยงความรู้นำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ตลอดจนปรับปรุงความรู้หรือทักษะของตนเองทำให้เกิดความรู้ที่ลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น ขั้นนี้จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลด้านเผชิญกับปัญหาหรือสถานการณ์ใหม่และสามารถใช้กฎเกณฑ์ทั่วไปหรือการวางนัยทั่วไปจากกระบวนการอุปนัยมาตรวจสอบความถูกต้องด้วยกระบวนการนิรนัยร่วมกัน

ขั้นที่ 5 วางนัยทั่วไปและให้เหตุผล (Generalize and Reason : G) ผู้วิจัยมีการดำเนินการโดยนำปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความรู้ที่ได้รับ โดยการปฏิบัติกิจกรรมในขั้นตอนนี้จะแบ่งเป็นกลุ่มย่อย (ประมาณ 5 – 6 คน) เพื่อให้ผู้เรียนนำข้อสรุปที่ผ่านการตรวจสอบด้วยกระบวนการนิรนัยแล้วมาตรวจสอบกับโจทย์ปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้นพร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุป จากนั้นทำการแลกเปลี่ยนเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบซึ่งกันและกันในกลุ่มใหญ่ (ทั้งห้องโดยตัวแทนแต่ละกลุ่ม) สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสมรรถนะในการแลกเปลี่ยนเรียนรู้เปลี่ยนแปลงจากรูปแบบเดิม นำผลการประยุกต์ใช้หรือผลการค้นพบข้อมูลมาแสดงเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ความคิด ทักษะและเจตคติ มีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันก่อให้เกิดสังคมแห่งการเรียนรู้ ขั้นนี้จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลด้านการนำความรู้ไปใช้ตรวจสอบกับปัญหาใหม่ที่เกี่ยวข้องกัน เพื่อวางนัยทั่วไปของข้อสรุปนั้น พร้อมทั้งให้เหตุผลที่สนับสนุนความน่าเชื่อถือของข้อสรุปนั้น

ขั้นที่ 6 ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน (Apply to Everyday Life : A) ผู้วิจัยมีการดำเนินการโดยนำสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่ต้องใช้ความรู้ที่ได้รับ ให้ผู้เรียนได้ใช้ความรู้หรือข้อสรุปนั้นในการแก้ปัญหา จากนั้นให้ผู้เรียนเขียนสรุปความรู้ที่ได้จากการวางนัยทั่วไปว่าสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันในสถานการณ์อื่น ๆ นอกเหนือจากที่ผู้สอนยกตัวอย่างเรื่องใดได้บ้างและลองให้ผู้เรียนลองออกแบบแนวทางการสอนที่จะส่งเสริมการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร (เนื่องจากผู้เรียนเป็นนักศึกษาครุคณิตศาสตร์) สอดคล้องกับแนวคิดทฤษฎีสมรรถนะในการเปิดโอกาสให้เกิดการปฏิบัติจริง ผู้เรียนได้แสดงพฤติกรรมที่คาดหวังจากการเรียนรู้ในปัญหาหรือสถานการณ์ผ่านรูปแบบการปฏิบัติจริงและแสดงผลลัพธ์ที่ปฏิบัติขั้นนี้จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลด้านการนำสรุปผลกรณีเฉพาะไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ที่อยู่ใกล้เคียงกันได้รวดเร็วขึ้นสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันในการแก้ปัญหาได้

จะเห็นว่าวครู (ผู้จัดการเรียนการสอน) ควรมีการวางแผนทางการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในกิจกรรมการเรียนรู้ไว้อย่างเป็นระบบในทุกขั้นตอน ลดทอนบทบาทของตนเองหรือยุติการให้ความช่วยเหลือลงเมื่อเห็นว่าผู้เรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง จึงเป็นแนวทางที่นำไปสู่การเพิ่มและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนซึ่งในกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวยึดแนวทางตามทฤษฎีสมรรถนะและการจัดการเรียนการสอนโดยการสืบเสาะทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ chinaphat (2017) ที่ได้ศึกษาวิจัยเรื่องการพัฒนาแบบการสอนตามแนวคิดการสร้างองค์ความรู้ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งชี้ให้เห็นว่าหลังการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน (IPDSPIL Model) นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์โดยภาพรวมอยู่ในระดับสูงมากและสูงกว่าก่อนเรียน งานวิจัยของ Simon et al. (1993) ทำการศึกษาโดยการจัดอบรมผู้สอนรายกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาลจนถึงเกรด 12 ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิซึม พบว่า ผู้สอนและนักเรียนมีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ดีขึ้น นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับ khaemmanee (2007: 141) ที่กล่าวถึงการจัดการเรียนการสอนโดยใช้วัฏจักรการสืบเสาะหาความรู้ว่า เป็นการดำเนินการเรียนการสอนที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดคำถามเกิดความคิดและลงมือต่อแสวงหาความรู้ ในการนำมาประมวลเพื่อหาคำตอบและลงข้อสรุปด้วยตนเอง โดยที่ผู้สอนเป็นเพียงผู้ช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ในด้านต่าง ๆ รวมถึงการกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายโต้แย้งทางวิชาการและการทำงานร่วมกับผู้อื่นและสร้างข้อสรุปให้ชัดเจน

ส่วนของการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างเป็นระบบ โดยขั้นตอนในการปฏิบัติ

กิจกรรมผู้เรียนจะได้แสดงความคิดเห็นของตนเองผ่านสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากการแก้ปัญหา แลกเปลี่ยนเรียนรู้ อภิปราย สร้างข้อคาดการณ์ ตรวจสอบข้อสรุป ลงข้อสรุปในรูปนัยทั่วไปเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน สอดคล้องกับ Yumus (2001) ที่กล่าวว่า ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้อธิบายและให้เหตุผล ช่วยเหลือการพิจารณาและประเมินแนวทางแก้ไขปัญหามากมายและสร้างบรรยากาศห้องเรียนที่ผู้เรียนรู้สึกสบาย มีคำถามที่ท้าทาย กระตุ้นให้เกิดการซักถาม ไม่ตัดสินคำตอบของผู้เรียนว่าถูกหรือผิด นอกจากนี้การออกแบบกิจกรรมการจัดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นยังช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย ดังแสดงตามขั้นกิจกรรมการเรียนการสอนในขั้นที่ 1 – 3 จะเป็นแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลแบบอุปนัยทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนได้ วิเคราะห์เหตุจากปัญหาหรือสถานการณ์ ใช้ความรู้เดิมในการแก้ปัญหา ตรวจสอบความสัมพันธ์ผ่านการสังเกตหรือการทดลองสอดคล้องกับปัญหา มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาและคำตอบในการสร้างชุดกฎเกณฑ์ทั่วไปหรือการวางนัยทั่วไปและทำการสรุปผล/ข้อคาดการณ์ในขั้นที่ 4 – 6 จะเป็นแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลแบบนิรนัยทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนได้นำความรู้พื้นฐานซึ่งได้ศึกษาผ่านการใช้บทนิยามหรือทฤษฎีที่ยอมรับว่าเป็นจริงเข้ามาใช้อ้างอิงในการแก้ปัญหาใหม่นำไปสู่ข้อสรุปที่สมเหตุสมผลและสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับ การพัฒนาการให้เหตุผล โดย Jeannotte (2015) Stylianides (2008) และ Artzt (1999) ที่แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการสร้างคำอธิบายแสดงออกถึงความหมายของแนวคิด เจาะลึกของความคิด กล่าวโดยทั่วไป คือ "การส่งถ่ายความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากชุดข้อมูลที่กำหนดไปยังชุดข้อมูลใหม่ซึ่งชุดข้อมูลเดิมเป็นองค์ประกอบย่อยของการดำเนินการ" และยังสอดคล้องโดย Pedemonte (2001) ที่กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นกระบวนการของการโต้แย้งที่เกี่ยวข้องกับการวางนัยทั่วไป “การโต้แย้งทางคณิตศาสตร์มีวัตถุประสงค์ในการแสวงหาความจริงเสมอ” และสอดคล้องกับ Dewey (1910: 82) ที่กล่าวว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัยซึ่งเป็นการให้เหตุผลเพื่อสร้าง “หลักการ (หรือข้อแถลงทั่วไป) ที่ผู้รวม (ข้อเท็จจริงต่าง ๆ) เข้าไว้ด้วยกัน” ส่วนการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลเพื่อ “ทดสอบ ยืนยัน ปฏิเสธ และปรับปรุง (ข้อแถลงนั้น)” จะเห็นได้ว่าผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 6 ขั้นตอนตาม EISDGA Model ซึ่งสอดคล้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครูสูงขึ้น

2. ผลการสัมภาษณ์เพื่อตรวจสอบความเข้าใจและการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนฯ ซึ่งนักศึกษาทุกคนสามารถบอกได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบไปด้วยการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยรวมถึงสามารถบอกคุณลักษณะได้อย่างถูกต้อง ทั้งนี้อาจเป็นเพราะกระบวนการในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในทุกขั้นตอนที่ผู้วิจัยได้ออกแบบสอดคล้องกับคุณลักษณะและกระบวนการในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองแบบ แต่ยังมีนักศึกษาบางส่วนที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับจุดแข็งและจุดอ่อนของการให้เหตุผลแต่ละแบบ เช่น การตอบว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดแข็งคือ การยกตัวอย่างซ้ำ ๆ จากเงื่อนไขแล้วทำการสรุป (ไม่ได้มองถึงความรู้ใหม่ที่เกิดขึ้น) อาจเป็นเพราะนักศึกษาไม่เข้าใจว่าจุดแข็งของการให้เหตุผลแบบอุปนัยจะก่อให้เกิดความรู้หรือความคิดใหม่ เช่น ความสัมพันธ์ใหม่ที่ยังไม่รู้มาก่อน แม้ว่าความรู้ความคิดนั้นอาจไม่ถูกต้องเสมอไปและยังต้องมีการตรวจสอบต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับ Polya (1967) ที่ระบุว่ากระบวนการให้เหตุผลแบบอุปนัยจะทำให้เกิดการคาดเดาตามกรณีเฉพาะที่มีมาก่อนหน้าและสร้างความสัมพันธ์ใหม่เพื่อยืนยันในรูปแบบของข้อคาดการณ์ทั่วไปทำให้เกิดแนวทางใหม่ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ในการสร้างข้อสรุป

เพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยคือการมองหาความสัมพันธ์ใหม่ ๆ และต้องมีข้อมูลที่เพียงพอในการสร้างข้อคาดการณ์ที่อาจมีความแตกต่างกันซึ่งมาจากการใช้กลยุทธ์ที่แตกต่างกันของผู้ให้เหตุผล ในส่วนของการให้เหตุผลแบบนิรนัย ผู้เรียนบางส่วนยังเข้าใจว่าการจุดแข็งของการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั้นสามารถแก้ปัญหาได้รวดเร็ว สามารถสรุปได้ง่ายกว่าถ้ารู้เนื้อหาที่จะมาอ้างอิงหรือเนื้อหาที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ แต่แท้จริงแล้วการให้เหตุผลลักษณะนี้เป็นการช่วยยืนยันความรู้ความคิดให้ถูกต้องและน่าเชื่อถือมากขึ้น (ใช้ตรวจสอบข้อคาดการณ์) ซึ่งสอดคล้องกับ Mariotti (2006) และ Yackel and Hanna (2003) ที่กล่าวว่า นักคณิตศาสตร์ใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยนี้สำหรับตรวจสอบข้อความ (ข้อคาดการณ์) ทางคณิตศาสตร์และแสดงความเป็นสากล

ประเด็นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทำงานร่วมกันในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร นักศึกษาที่ไม่สามารถระบุได้จะตอบไปในแนวทางเดียวกัน คือ การให้เหตุผลทั้ง 2 แบบมีลักษณะในการสร้างความรู้ต่างกันอาจไม่จำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้ง 2 แบบในการสร้างความรู้ร่วมกัน ทั้งนี้เป็นเพราะนักศึกษากลุ่มนี้จะมุ่งเน้นเพียงต้องการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้เหตุผลแบบใดแบบหนึ่งในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบจากเงื่อนไขที่ถูกกำหนดไว้เท่านั้น แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนมีมุมมองในลักษณะของคนที่เรียนคณิตศาสตร์ (คนที่นำคณิตศาสตร์ไปใช้) เพื่อใช้ทำโจทย์ในการทำข้อสอบหรือแก้ปัญหาเท่านั้น แต่อย่างไรก็ตามสำหรับนักคณิตศาสตร์หรือครูคณิตศาสตร์จำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้ง 2 แบบ ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของนักวิจัยหลายท่านที่ชี้ให้เห็นว่าการใช้เหตุผลทั้ง 2 แบบเป็นมิติที่สำคัญของวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (Kanari & Miller, 2004; Oehrtman & Lawson, 2008; Türkmen, 2006) นอกจากนี้ Felder (1996) ที่กล่าวเพิ่มเติมว่า หากการจัดการเรียนการสอนในการให้เหตุผลเฉพาะในแบบใดแบบหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกว่าการตนเองทำได้ดี อาจทำให้ไม่สามารถพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์ในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสำเร็จในการจัดการเรียนการสอนในฐานะครูมืออาชีพได้ อีกประเด็นหนึ่งที่น่าสนใจ คือ คำตอบของผู้เรียนที่ตอบว่าขึ้นอยู่กับครูว่าจะสอนการให้เหตุผลแบบใดให้นักเรียนนำไปใช้ในการแก้ปัญหา อาจไม่จำเป็นต้องรู้ทั้ง 2 แบบ แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนที่ตอบในลักษณะนี้ยังไม่ได้เชื่อในเรื่องการสร้างความรู้ตามทฤษฎีสรณนิคม คือ ไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์ไปเพื่อสร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์จริง ๆ แต่เรียนไปเพื่อสอนความรู้ที่มีอยู่หรือเพื่อแก้ปัญหาโจทย์ที่มีเฉลยอยู่แล้วเพียงเท่านั้น

ในส่วนของ การใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สร้างองค์ความรู้หรือการแก้ปัญหานักศึกษาทุกคนตอบไปในแนวทางเดียวกันคือจะใช้เหตุผลแบบอุปนัยในการสร้างองค์ความรู้หรือใช้ในการแก้ปัญหาเมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์ใหม่ที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Neubert and Binko (1992) ที่กล่าวว่า การใช้เหตุผลแบบอุปนัยในวิชาคณิตศาสตร์กับการค้นหารูปแบบและความสัมพันธ์เป็นการคิดในการแก้ปัญหาโดยเบื้องต้นของมนุษย์ และ Polya (1967) ที่กล่าวถึงการให้เหตุผลแบบอุปนัยว่าเป็นธรรมชาติของการคิดให้เหตุผลที่ทำให้เราได้รับความรู้ทางวิทยาศาสตร์และในคณิตศาสตร์เป็นวิธีการค้นพบคุณสมบัติจากปรากฏการณ์และเพื่อค้นหาความสัมพันธ์และเชื่อมโยงของข้อมูลในสถานการณ์เป็นวิธีการที่จะสร้างข้อคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

จากการให้นักศึกษาแสดงตัวอย่างการใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างองค์ความรู้สรุปได้ว่า แบ่งออกเป็น 2 กลุ่มคือ กลุ่มที่ 1 ยกตัวอย่างเพียงสถานการณ์เดียวในการแก้ปัญหาหรือสร้างองค์ความรู้แล้วให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัยในการสร้างข้อคาดการณ์และใช้เหตุผลแบบนิรนัยพิสูจน์ข้อความในสถานการณ์นั้นว่าเป็นจริงในรูปนัยทั่วไป และกลุ่มที่ 2 ยกตัวอย่างสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

ในการแก้ปัญหาหรือสร้างองค์ความรู้โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและใช้การให้เหตุผลแบบนิรนัยจากตัวอย่างที่ต่างกัน ทั้งนี้แสดงให้เห็นว่านักศึกษากลุ่มที่ 1 มีความเข้าใจว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการสร้างความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยจะช่วยสร้างข้อคาดการณ์และนำไปสู่การตรวจสอบโดยให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อสรุปในรูปนัยทั่วไป ซึ่งสอดคล้องกับลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ Schoenfeld (1983) ได้กล่าวถึงหลักฐานที่นักคณิตศาสตร์แสดงการพิสูจน์หรือการดำเนินการตรวจสอบเพื่อให้ได้กฎหรือการสรุปในรูปนัยทั่วไปนั้นจะผ่านการค้นหา รวบรวมแบบรูป คาดเดาตาม และโต้แย้งอภิปรายจนได้ข้อสรุปในรูปนัยทั่วไป ส่วนกลุ่มที่ 2 ยังมีความเข้าใจแยกส่วนระหว่างการใช้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยในการทำงานร่วมกันในการสร้างองค์ความรู้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะผู้เรียนกลุ่มนี้เข้าใจว่าการให้เหตุผลทั้งสองแบบนี้สามารถสร้างองค์ความรู้หรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับสถานการณ์ที่พบว่าจะใช้การให้เหตุผลแบบใดในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับ Lawson (1995) ในการทดลองการวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนต่อคำถามเกี่ยวกับการกำหนดรูปแบบการให้เหตุผล โดยการกำหนดเงื่อนไขเพื่อให้นักเรียนได้แก้ปัญหาโดยการอนุมาน (ให้เหตุผลแบบนิรนัย) จากปัญหาที่กำหนดขึ้น การวิเคราะห์ปรากฏว่ามีช่องว่างที่นักเรียนสามารถใช้วิธีการวิเคราะห์เงื่อนไขสำหรับการแก้ปัญหา โดยจัดประเภทของข้อมูลตามสมมติฐานเพื่อความต้องการของการแก้ปัญหา (ให้เหตุผลแบบอุปนัย) ได้เช่นกัน แต่อย่างไรก็ตามในฐานะนักศึกษาคู (ครูในอนาคต) จำเป็นต้องเข้าใจและใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 แบบได้อย่างดีนอกจากจะเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ของตนเองแล้วยังส่งผลต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพและมีความหมายกับผู้เรียนต่อไปในอนาคต

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้ประโยชน์

1.1 คณะอาจารย์ที่มีหน้าที่ผลิตครูคณิตศาสตร์สามารถนำรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรณนิยมไปใช้ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้กับนักศึกษาได้

1.2 การนำรูปแบบรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรณนิยมควรให้ความสำคัญกับการสะท้อนคิดเกี่ยวกับลักษณะของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบ ความแตกต่างของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบและความสัมพันธ์ระหว่างการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แต่ละแบบ ทั้งนี้ เพื่อให้ นักศึกษามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเข้าใจธรรมชาติของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งเพียงพอในการนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์กับนักเรียนต่อไป

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรศึกษาพฤติกรรมการเรียนของนักศึกษากลุ่มที่ผ่านการเรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรณนิยมว่าสามารถใช้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ช่วยในการเรียนรายวิชาทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ หรือไม่และเป็นอย่างไร เช่น วิชาการระบบจำนวน วิชาทฤษฎีจำนวน วิชาแคลคูลัส

2.2 ควรศึกษาวิธีการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้และการจัดการเรียนการสอนของนักศึกษากลุ่มที่ผ่านการเรียนด้วยรูปแบบการเรียนการสอนตามทฤษฎีสรณนิยมว่าสามารถนำการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สู่การจัดการเรียนการสอนในรายวิชาการสอนคณิตศาสตร์และการปฏิบัติการสอนในสถานการณ์จริง หรือไม่และเป็นอย่างไร เช่น รายวิชาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และรายวิชาการปฏิบัติการสอนในสถานศึกษา

Reference

- American Association for the Advancement of Science (AAAS). (1993). *Benchmarks for Science Literacy*. New York: Oxford University.
- Artzt, A.F., & Shirel, Y.F. (1999). *Mathematic reasoning during small-group problem solving. In developing mathematical reasoning in K – 12*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Buasonte, R. (2011). Mixed Methods in Educational Research. *Silpakorn Educational Research Journal*, 2(2), 7-20.
- Buasonte, R. (2019). *Research and Development of Educational Innovations*. Bangkok: Chulalongkorn University Printing House.
- Chinaphat, O. (2017). *The Development of Learning Model Using the Constructivist to Develop the Mathematics Achievement of Students in Grade One*. Ubon Ratchathani: Muangdet School.
- Christiansen, C. (1969). *Person-environment-occupation-performance: an occupation-based framework for practice*. New Jersey: SLACK Incorporated.
- Dewey, J. (1910). *How We Think*. Boston: D. C. Heath & co., publishers.
- Dossey, J. A. (1992). *Mathematics methods and modeling for today's mathematics classroom: A contemporary approach to teaching grades 7-12*. CA: Brooks/Cole.
- Ernest, D. (1993). *Management: Theory and Practices*. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Ernest, D. (1996). *Personnel: Management People at Work*. New York: The McMillan.
- Felder, M. R. (1996) Matters of Style, *ASEE Prism*, 6(4): 18-23.
- Jeannotte, L. (2015). *Metonymy: hidden shortcuts in language, thought and communication*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kanari, Z. & Millar, R. (2004). Reasoning from data: How Students Collect and Interpret Data in Science Investigations, *Journal of Research in Science Teaching*, 41(7): 748-769.
- Khaemmanee, T. (2007). *INSTRUCTION MODEL: Various choices*. Bangkok: Chulalongkorn University Printing House.
- Khan, B. H. (2015). *Web-based instruction*. New Jersey: Educational Technologies Publication
- Khunkaew, A. (2015). *Measurement and Evaluation of New Education*. Bangkok: Chulalongkorn University Printing House.
- Lawson, A. E. (1995). *Science Teaching and The Development of Thinking*. Wadsworth Publishing Company, Belmont, California.
- Lerman, J. (1990). *101 best Web sites for teacher tools and professional development*. Eugene: International Society for Technology in Education.
- Mariotti, M. A. (2006). 'Proof and proving in mathematics education'. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 173–203). Rotterdam: Sense.

- Ministry of Education Thailand. (2017). Learning standards and indicators for learning subjects in mathematics, science, and geography in the group of learning social studies religion and culture (revised version 2017) according to the Basic Education Core Curriculum B.E. 2551. Bangkok: Ministry of Education.
- Ministry of Education Thailand. (2019). *Announcement of the Ministry of Education on Bachelor's Degree Qualifications in the Branch of Education (Four years program) B.E. 2562*. 6 March 2019
- Moore, D. S., McCabe, G. P., & Craig, B. A. (2012). *Introduction to the practice of statistics* (7th ed.). New York, NY: W. H. Freeman and Company.
- National Council of Teachers of Mathematics, NCTM. (2000). *Principle and Standards for School Mathematics*. Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.
- Neubert, G. A., & Binko, J. B. (1992). Inductive reasoning in the secondary classroom. Washington DC: National Education Association.
- Oehrtman, M. & Lawson, A. E. (2008). Connecting Science and Mathematics: The Nature of Proof and Disproof in Science and Mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 6(2):377-403
- Pedemonte B. (2001). Some cognitive aspects of the relationship between argumentation and proof in mathematics Proc. of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education PME-25, Editors: van den Heuvel-Panhuizen M., Utrecht (Olanda); vol. 4, 33-40
- Phatthiyatane, S. (2003). *Educational Measurement* (4th ed). Kalasin: Thaiprasan.
- Polya, G. (1967). *La decouverte des mathematiques*. Paris: DUNOD.
- Schoenfeld, A. H. (1983). *Problem solving in the mathematics curriculum: A report, recommendations, and an annotated bibliography*. The Mathematical Association of America, MAA Notes, No. 1.
- Simon, M. A. & Deborah, S. (1993). *Constructivism in Our Classroom*. London: Rewood Books.
- Stylianides, G. J. (2008). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(1), 289-321.
- Türkmen, H. (2006). How Should Science Be Taught by Using Learning Cycle Approach in Elementary Schools?. *Elementary Education Online*, 5(2): 1-15
- Von Glasersfeld, E. (2001). *Radical constructivism and teaching*. *Perspectives*, 31(2), 191-204. Online available from: <http://www.univie.ac.at/constructivism/EvG/papers/244.2.pdf>
- Yackel, E., & Hanna, G. (2003). 'Reasoning and proof'. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. E. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 227–236). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Yumus, A. S. (2001). *Levels of reasoning in mathematical concepts among preservice mathematics teachers*. 2nd APED International Conference in Education Research Understanding Educational Issues in the Asia Pacific Region Universals, Uniqueness and Cooperation. Seoul, Korea, 52-61.