การเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างแบบจำลอง Geometric Brownian Motion และ Heston Model สำหรับการประเมินความเสี่ยงราคาโลหะเงินภายใต้ความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อดอลลาร์สหรัฐ

Performance Comparison between Geometric Brownian Motion and Heston Model for Assessing Silver Price Risk under Thai Baht to US Dollar Exchange Rate Volatility

นที สุวรรณเวทิน*
Natee Suwanwetin*
นักวิจัยอิสระ
Independent Researcher
*Corresponding author's email address: natee_s@live.com

วันที่รับบทความ (Received)	วันที่แก้ไขบทความ (Revised)	วันที่ตอบรับบทความ (Accepted)
22 มกราคม 2569	17 มีนาคม 2569	28 มีนาคม 2569

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลอง Geometric Brownian Motion และ Heston Model ในการประเมินความเสี่ยงของราคาโลหะเงิน 2) วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างราคาตลาดโลกกับอัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อดอลลาร์สหรัฐ (THB/USD) และ 3) ประเมินความเสี่ยงส่วนหาง (Tail Risk) ภายใต้บริบทของความเสี่ยงคู่ขนาน (Dual Risk Exposure) ความสำคัญของงานวิจัยสะท้อนผ่านบทบาทของอุตสาหกรรมอัญมณีไทย ซึ่งพึ่งพาการนำเข้าโลหะเงินมูลค่าเฉลี่ยมากกว่า 50,000 ล้านบาทต่อปี การวิจัยนี้ใช้ข้อมูลทุติยภูมิรายวันย้อนหลัง 5 ปี (พ.ศ. 2564–2568) จากฐานข้อมูล Yahoo Finance โดยอ้างอิงราคาปิดของสัญญาโลหะเงินล่วงหน้า (SI=F) และอัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อดอลลาร์สหรัฐ (THB=X) จากนั้นใช้เทคนิค Monte Carlo Simulation จำนวน 5,000 รอบ เพื่อวิเคราะห์การกระจายตัวของราคาและประเมินความเสี่ยงส่วนหางในรูปแบบสกุลเงินบาท ผลการวิจัยพบว่า Heston Model ซึ่งรองรับความผันผวนแบบสุ่ม (Stochastic volatility) สามารถสะท้อนพฤติกรรมหางหนา (Fat Tails) ได้ดีกว่า Geometric Brownian Motion โดยให้ค่าความโด่ง (Kurtosis) 6.31 สูงกว่าค่าที่ได้จาก Geometric Brownian Motion ที่ 3.87 นอกจากนี้ การวิเคราะห์ ค่าสหสัมพันธ์เคลื่อนที่ (Rolling correlation) พบความสัมพันธ์เชิงบวกในระยะสั้นที่ระดับ r = 0.287 ซึ่งสะท้อนว่ากลไกการป้องกันความเสี่ยงตามธรรมชาติ (Natural hedge) ไม่สามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพในสภาวะตลาดปัจจุบัน อีกทั้ง Heston Model ยังสามารถประเมินความสูญเสียในสถานการณ์เลวร้ายที่สุด (Worst-Case Scenario)

ได้ครอบคลุมมากกว่า ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเสนอให้ภาคธุรกิจพิจารณาใช้ กลยุทธ์การป้องกันความเสี่ยงแบบแยกส่วน (Decoupled Hedging) เพื่อรักษาเสถียรภาพของต้นทุนนำเข้าในสภาวะตลาดที่มีความผันผวนสูง

คำสำคัญ: โลหะเงิน, ความเสี่ยงอัตราแลกเปลี่ยน, การจำลองมอนติคาร์โล, Geometric Brownian Motion, Heston Model

ABSTRACT

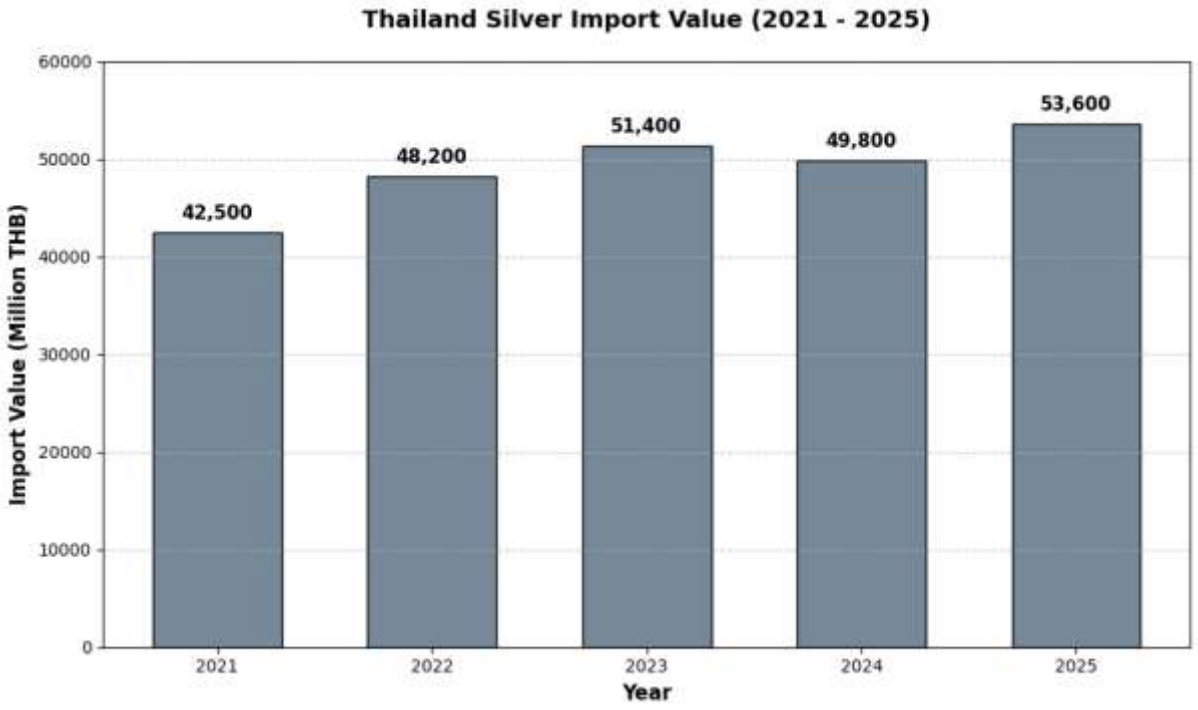
This study aims to 1) compare the performance of the Geometric Brownian Motion model and the Heston Model in assessing silver price risk, 2) analyze the relationship between global silver prices and the Thai baht–US dollar exchange rate (THB/USD), and 3) evaluate tail risk in the context of dual risk exposure. The significance of this research is reflected in the Thai jewelry industry, which relies heavily on silver imports with an average annual value exceeding 50 billion baht. The study employs daily secondary data covering a five-year period (2021–2025) obtained from the Yahoo Finance database, using the closing prices of silver futures contracts (SI=F) and the Thai baht–US dollar exchange rate (THB=X). Monte Carlo simulation with 5,000 iterations was then conducted to analyze the price distribution and evaluate tail risk in Thai baht terms. The results indicate that the Heston Model, which incorporates stochastic volatility, performs better than the Geometric Brownian Motion model in capturing fat-tail behavior, producing a kurtosis value of 6.31, compared with 3.87 for the Geometric Brownian Motion model. In addition, rolling correlation analysis reveals a short-term positive relationship at r = 0.287, suggesting that the natural hedging mechanism does not operate effectively under current market conditions. Furthermore, the Heston Model provides a more comprehensive estimation of losses under worst-case scenarios. Based on these findings, the study recommends that businesses consider adopting a decoupled hedging strategy to maintain the stability of import costs under conditions of heightened market volatility.

Keywords: Silver, Exchange Rate Risk, Monte Carlo Simulation, Geometric Brownian Motion, Heston Model

บทนำ

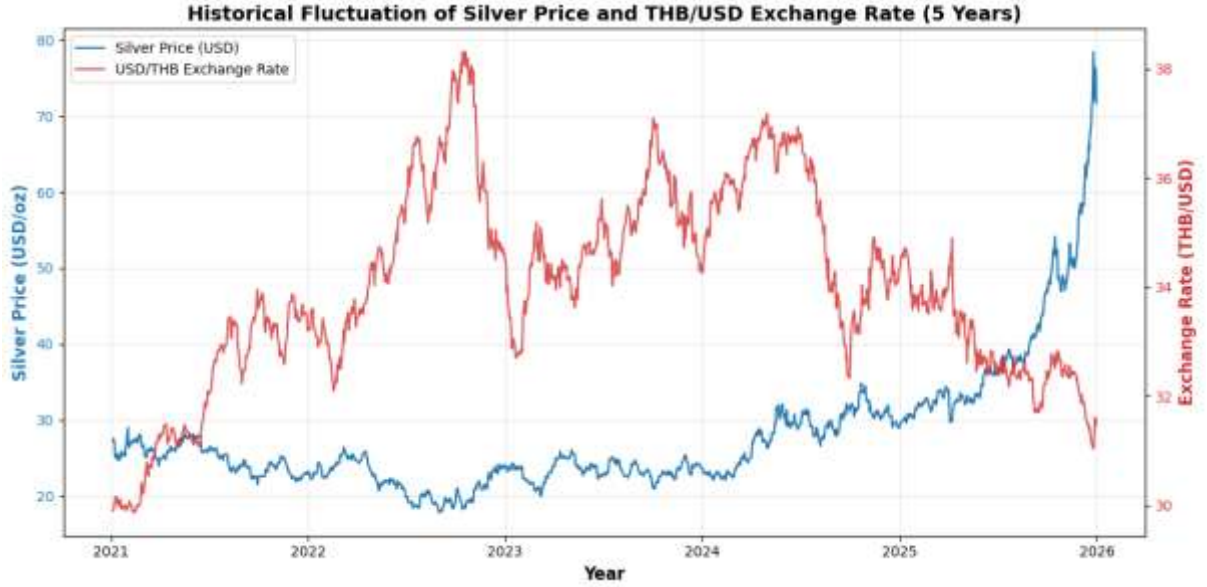
ปัจจุบันโลหะเงิน (Silver) ถือเป็นสินทรัพย์ที่มีคุณลักษณะพิเศษ ที่เป็นทั้งโลหะมีค่าเพื่อการลงทุนและวัตถุดิบสำคัญในภาคอุตสาหกรรม โดยเฉพาะในอุตสาหกรรมอิเล็กทรอนิกส์และพลังงานสะอาด ส่งผลให้ราคาโลหะเงินมีความผันผวน สูงกว่าทองคำและสินทรัพย์ปลอดภัยอื่น ๆ อย่างมีนัยสำคัญ (DWS Group, 2025; CME Group, 2026) ทำให้มีความท้าทายอย่างยิ่งต่อผู้ประกอบการนำเข้าและค้าโลหะมีค่าในประเทศไทย ซึ่งต้องเผชิญกับความเสี่ยงแบบทวิปัจจัย (Dual Risk Exposure) คือ ความเสี่ยงด้านราคาสินค้าโภคภัณฑ์ (Commodity Price Risk) และความเสี่ยงด้านอัตราแลกเปลี่ยน (Exchange Rate Risk) เนื่องจากต้นทุนการนำเข้าอ้างอิงสกุลเงินดอลลาร์สหรัฐ (Papaioannou, 2006) ในขณะที่รายได้จากการจัดจำหน่ายใช้เป็นสกุลเงินบาท

สำหรับบริบทของประเทศไทย อุตสาหกรรมอัญมณีและเครื่องประดับถือเป็นหนึ่งในภาคการส่งออกที่สำคัญอย่างยิ่ง โดยประเทศไทยได้รับการยอมรับว่าเป็นหนึ่งในฐานการผลิตและส่งออกเครื่องประดับโลหะเงิน (Silver jewelry) ในระดับแนวหน้าของโลก อย่างไรก็ตาม อุตสาหกรรมดังกล่าวยังคงต้องพึ่งพาการนำเข้าวัตถุดิบโลหะเงินจากต่างประเทศเป็นหลักเพื่อรองรับกระบวนการผลิต ข้อมูลเชิงสถิติจากสถาบันวิจัยและพัฒนาอัญมณีและเครื่องประดับแห่งชาติ (องค์การมหาชน) (GIT, 2568) บ่งชี้ว่ามูลค่าการนำเข้าเงินและของที่ทำด้วยเงินของไทยมีแนวโน้มสูงขึ้นอย่างต่อเนื่อง โดยมีมูลค่าเฉลี่ยแตะระดับกว่า 50,000 ล้านบาทต่อปี สถานการณ์นี้สะท้อนให้เห็นถึงความรุนแรงของปัญหาความผันผวนราคาที่ผู้ประกอบการไทยต้องเผชิญ ดังแสดงในภาพที่1



ภาพที่ 1 มูลค่าการนำเข้าโลหะเงินของประเทศไทยในรอบ 5 ปี (พ.ศ. 2564 - 2568)

ด้วยปริมาณการนำเข้าที่มีมูลค่าสูงดังกล่าว ทำให้ในช่วง 5 ปีที่ผ่านมา ผู้ประกอบการไทยต้องเผชิญกับความเสี่ยงด้านราคาที่เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ สะท้อนผ่านการแกว่งตัวของราคาโลหะเงินในตลาดโลกที่อยู่ในช่วงกว้าง ตั้งแต่ประมาณ 28-72 ดอลลาร์สหรัฐต่อออนซ์ ขณะเดียวกัน อัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทก็มีความผันผวน โดยเคลื่อนไหวอยู่ในช่วง 30.00–38.00 บาทต่อดอลลาร์สหรัฐ ความผันผวนของทั้งสองปัจจัยที่เกิดขึ้นพร้อมกัน หรือที่เรียกว่า ความเสี่ยงแบบทวิปัจจัย (Dual Risk Exposure) ได้ส่งผลกระทบอย่างมีนัยสำคัญต่อการบริหารต้นทุนการนำเข้า สภาพคล่อง และความสามารถในการรักษาอัตรากำไรของผู้ประกอบการในประเทศ ดังแสดงใน ภาพที่ 2



ภาพที่ 2 การเปรียบเทียบความผันผวนของราคาโลหะเงินในตลาดโลก (USD/oz) และอัตราแลกเปลี่ยนเงินบาท (THB/USD) ย้อนหลัง 5 ปี สะท้อนให้เห็นถึงสภาวะความเสี่ยงแบบทวิปัจจัย (Dual Risk Exposure)

ปัญหาสำคัญที่พบในการบริหารความเสี่ยงคือ ความเชื่อดั้งเดิมเรื่อง "การป้องกันความเสี่ยงตามธรรมชาติ" (Natural Hedge) ที่มีแนวคิดว่าราคาสินค้าโภคภัณฑ์และค่าเงินดอลลาร์มักเคลื่อนไหวในทิศทางตรงกันข้าม ซึ่งจะช่วยลดความผันผวนของต้นทุนในรูปเงินบาทได้ (Chen and Rogoff, 2003; World Bank, 2025) อย่างไรก็ตาม ในสภาวะตลาดปัจจุบันที่มีความไม่แน่นอนสูง ความสัมพันธ์ดังกล่าวอาจไม่มีเสถียรภาพ หรือเกิดปัจจัยเสี่ยงเคลื่อนไหวในทิศทางเดียวกัน (DeftHedge, 2024) ซึ่งจะส่งผลให้ความเสี่ยงรวมของผู้ประกอบการทวีความรุนแรงมากยิ่งขึ้น

ในการประเมินความเสี่ยงและมูลค่าความเสี่ยง (Value at Risk: VaR) ด้วยแบบจำลองดั้งเดิมอย่าง Geometric Brownian Motion (GBM) มักถูกนำมาใช้เนื่องจากง่ายต่อการคำนวณ โดยสมมติว่าความผันผวนของราคามีค่าคงที่ (Siegrist, 2021; Hull, 2021) และมีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) อย่างไรก็ตาม มีข้อมูลเชิงประจักษ์ที่บ่งชี้ว่าราคาโลหะเงินมักมีพฤติกรรมแบบ "หางหนา" (Fat Tails) และมีการกระโดดของราคา (Jumps) ซึ่งขัดแย้งกับสมมติฐานของ GBM ทำให้การประเมินความเสี่ยงต่ำกว่า

ความเป็นจริง (Mandelbrot, 1963; Kitagawa et al., 1999) เพื่อลดข้อจำกัดดังกล่าว งานวิจัยนี้จึงนำ Heston Model มาใช้เปรียบเทียบ เนื่องจากโมเดลนี้กำหนดให้ความผันผวนมีลักษณะเป็นกระบวนการสุ่ม (Stochastic Volatility) ซึ่งเป็นที่ยอมรับว่าสามารถสะท้อนพฤติกรรมราคาในตลาดจริงได้แม่นยำกว่า (Heston, 1993) อย่างไรก็ตาม ปัจจุบันงานวิจัยที่เปรียบเทียบประสิทธิภาพของทั้งสองแบบจำลองนี้โดยเจาะจงที่ราคาโลหะเงินและค่าเงินบาทไทยยังมีอยู่น้อยมาก

ถึงแม้ที่ผ่านมาจะมีการศึกษาด้านการบริหารความเสี่ยงของราคาสินค้าโภคภัณฑ์และอัตราแลกเปลี่ยนอยู่บ้าง แต่งานวิจัยส่วนใหญ่ยังมีข้อจำกัดและไม่สะท้อนบริบทที่แท้จริงของตลาดในปัจจุบัน ข้อจำกัดแรกคืองานในอดีตมักอิงกับสมมติฐานที่ว่า ราคาสินค้าโภคภัณฑ์และค่าเงินดอลลาร์จะเคลื่อนไหวสวนทางกัน (Negative Correlation) ซึ่งช่วยให้เกิดกลไกป้องกันความเสี่ยงตามธรรมชาติ (Natural Hedge) แต่ในสภาวะตลาดของโลหะเงินและเงินบาทปัจจุบัน ความสัมพันธ์นี้กลับขาดความเสถียรและบ่อยครั้งก็เคลื่อนไหวไปในทิศทางเดียวกัน ทำให้ผู้ประกอบการต้องแบกรับต้นทุนความเสี่ยงที่สูงขึ้นแบบทวีคูณ

นอกจากนี้ เครื่องมือหลักที่งานวิจัยส่วนใหญ่ใช้ประเมินมูลค่าความเสี่ยง (Value at Risk) มักจะเป็นแบบจำลองพื้นฐานอย่าง Geometric Brownian Motion (GBM) ซึ่งมีจุดอ่อนสำคัญคือการสมมติให้ความผันผวนมีค่าคงที่และมีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) สมมติฐานดังกล่าวขัดแย้งกับพฤติกรรมจริงของราคาโลหะเงิน ที่มักมีความผันผวนแบบสุ่มและมีลักษณะข้อมูลแบบหางหนา (Fat Tails) การใช้แบบจำลอง GBM จึงมักนำไปสู่การประเมินระดับความเสี่ยงที่ต่ำกว่าความเป็นจริง (Underestimation of Risk)

เพื่ออุดช่องว่างทางการวิจัยดังกล่าว งานวิจัยชิ้นนี้จึงนำแบบจำลอง Heston Model ซึ่งมีจุดเด่นในการรองรับความผันผวนแบบสุ่ม (Stochastic Volatility) มาประยุกต์ใช้เพื่อประเมินความเสี่ยงแบบทวิปัจจัยของอุตสาหกรรมโลหะเงินไทย พร้อมทั้งเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแบบจำลอง GBM เพื่อค้นหาเครื่องมือที่สามารถวัดระดับความเสี่ยงได้อย่างแม่นยำ และเป็นประโยชน์ต่อการวางกลยุทธ์ของผู้ประกอบการอย่างแท้จริง

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างแบบจำลอง Geometric Brownian Motion (GBM) และHeston Model ในการประเมินความเสี่ยงราคาโลหะเงิน (Silver)

2. เพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์และผลกระทบของความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อดอลลาร์สหรัฐที่มีต่อต้นทุนราคาโลหะเงิน โดยประยุกต์ใช้การวิเคราะห์ค่าสหสัมพันธ์ (Correlation Analysis) และเทคนิคการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation)

3. เพื่อประเมินความเสี่ยงส่วนหาง (Tail Risk) ของราคาโลหะเงินภายใต้ความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อดอลลาร์สหรัฐ

สมมติฐานการวิจัย

เพื่อให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การวิจัย ผู้วิจัยได้กำหนดสมมติฐานไว้ดังนี้

สมมติฐานที่ 1: แบบจำลอง Heston Model มีประสิทธิภาพในการประเมินความเสี่ยงได้ดีกว่าแบบจำลอง Geometric Brownian Motion (GBM) ในการจับสัญญาณความเสี่ยงส่วนหาง (Tail Risk) และความผันผวนของราคาที่รุนแรง (Fat Tails)

สมมติฐานที่ 2: ความสัมพันธ์ระหว่างราคาโลหะเงินในตลาดโลกและอัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อดอลลาร์สหรัฐ มีความสัมพันธ์เชิงบวกในระยะสั้น ซึ่งส่งผลให้กลไกการป้องกันความเสี่ยงตามธรรมชาติ (Natural Hedge) ไม่สามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ

การทบทวนวรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทบทวนแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อนำมาเป็นกรอบแนวคิดในการประเมินความเสี่ยง โดยสามารถสังเคราะห์ประเด็นสำคัญออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้

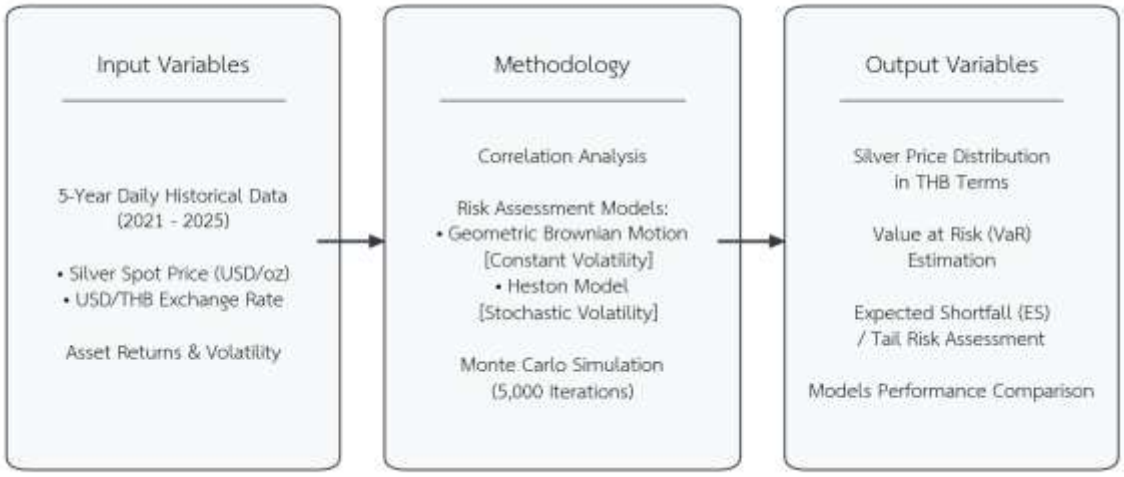
1. ความเสี่ยงราคาโลหะเงินและผลกระทบจากความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยน ในยุคหลังวิกฤตเศรษฐกิจ โครงสร้างราคาของสินค้าโภคภัณฑ์มีความซับซ้อนและผันผวนสูงขึ้นอย่างมาก รายงานการศึกษาตลาดสินค้าโภคภัณฑ์โดยธนาคารโลก (Baffes and Nagle, 2022) ระบุอย่างชัดเจนว่าราคาโลหะเงิน (Silver) มีพฤติกรรมความผันผวนแบบกระจุกตัวและมีการแจกแจงของราคาแบบ "หางหนา" (Fat Tails) ซึ่งถูกขับเคลื่อนโดยอุปสงค์ทางอุตสาหกรรมที่เพิ่มสูงขึ้น ยิ่งไปกว่านั้น เมื่อพิจารณาในมิติของการค้าระหว่างประเทศ งานวิจัยของ Itskhoki and Mukhin (2021) ได้ชี้ให้เห็นถึงปรากฏการณ์ "Exchange Rate Disconnect" ซึ่งเป็นการลบความเชื่อเดิมที่ว่า อัตราแลกเปลี่ยนและราคาสินค้าโภคภัณฑ์จะเคลื่อนไหวสวนทางกันเพื่อหักล้างความเสี่ยงตามธรรมชาติ (Natural Hedge) งานวิจัยพิสูจน์ว่าในภาวะที่ตลาดมีความไม่แน่นอนสูง ปัจจัยทั้งสองมักเคลื่อนไหวในทิศทางที่ซ้ำเติมต้นทุน ซึ่งตอกย้ำว่าผู้ประกอบการไทยมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องประเมินความเสี่ยงทั้งจากราคาโลหะเงินและอัตราแลกเปลี่ยนควบคู่กัน

2. ความได้เปรียบของแบบจำลองเฮสตัน (Heston Model) เหนือแบบจำลองดั้งเดิม ในการคำนวณมูลค่าความเสี่ยง (Value at Risk) งานวิจัยในอดีตมักพึ่งพาแบบจำลอง Geometric Brownian Motion (GBM) อย่างไรก็ตาม ข้อสมมติฐานของ GBM ที่กำหนดให้ "ความผันผวนมีค่าคงที่" (Constant Volatility) กลับกลายเป็นจุดอ่อนสำคัญเมื่อนำมาใช้กับตลาดในปัจจุบัน สอดคล้องกับงานวิจัยด้านวิศวกรรมการเงินเชิงปริมาณของ Gruszka and Szwabinski (2023) ที่ระบุว่าการประเมินราคาสินทรัพย์ในยุคปัจจุบันควรเปลี่ยนมาใช้แบบจำลองเฮสตัน (Heston Model) เนื่องจากเป็นแบบจำลองที่ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อรองรับพฤติกรรม "ความผันผวนแบบสุ่ม" (Stochastic Volatility) การนำ Heston Model มาประยุกต์ใช้จึงช่วยแก้ปัญหาความผิดพลาดจากการประเมินความเสี่ยงที่ต่ำกว่าความเป็นจริง (Underestimation of Risk) และสามารถดักจับพฤติกรรมสุดโต่งของราคาโลหะเงินได้แม่นยำกว่า GBM อย่างมีนัยสำคัญ

3. การขับเคลื่อนแบบจำลองด้วยเทคนิคการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) เนื่องจากกลไกทางคณิตศาสตร์ของ Heston Model อาศัยสมการเชิงอนุพันธ์สุ่มที่มีความซับซ้อนสูง การทบทวนวรรณกรรมจึงพบว่าเครื่องมือที่ทรงประสิทธิภาพที่สุดในการหาผลลัพธ์คือ การจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) งานศึกษาของ Bullock and Okoto (2024) ได้สนับสนุนการใช้เทคนิควิธีกึ่งสุ่ม (Randomized Simulation) ในการสร้างแบบจำลองเส้นทางราคาล่วงหน้านับพันรอบ ซึ่งได้รับการพิสูจน์แล้วว่าเป็นวิธีการที่ยืดหยุ่นและสะท้อนภาพรวมของตลาดได้ดีที่สุด การผสานเทคนิคการจำลองมอนติคาร์โลเข้ากับข้อสมมติฐานของ Heston Model จึงถือเป็นมาตรฐานทางวิชาการที่ช่วยให้ผู้วิจัยสามารถวิเคราะห์ระดับผลขาดทุนสูงสุด หรือ ความเสี่ยงส่วนหาง (Tail Risk) ได้อย่างสมบูรณ์

สรุปการทบทวนวรรณกรรม: จากการสังเคราะห์งานวิจัยข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้บูรณาการองค์ความรู้โดยนำข้อจำกัดของทฤษฎี Natural Hedge และจุดอ่อนของโมเดล GBM มาเป็นช่องว่างทางการวิจัย และได้เลือกใช้แบบจำลองเฮสตันร่วมกับเทคนิคการจำลองมอนติคาร์โล เป็นเครื่องมือหลักในกรอบแนวคิดการวิจัย เพื่อยกระดับความแม่นยำในการวัดความเสี่ยงส่วนหางของราคาโลหะเงินภายใต้สภาวะความผันผวนของค่าเงินบาท ซึ่งสอดคล้องกับทิศทางและระเบียบวิธีวิจัยระดับสากลในปัจจุบันอย่างครบถ้วน

กรอบแนวคิดการวิจัย



ภาพที่ 3 กรอบแนวคิดการวิจัย

กรอบแนวคิดการวิจัยนี้แสดงถึงขั้นตอนการศึกษาอย่างเป็นระบบ โดยแบ่งออกเป็น 3 ส่วนหลัก เริ่มต้นจาก 1) ข้อมูลนำเข้า (Input Variables) ซึ่งใช้ข้อมูลอนุกรมเวลารายวันย้อนหลัง 5 ปี (พ.ศ.2564 - 2568) ของราคาโลหะเงินในตลาดโลกและอัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อดอลลาร์สหรัฐ เพื่อนำมาวิเคราะห์หาอัตราผลตอบแทนและความผันผวน จากนั้นเข้าสู่ 2) กระบวนการวิเคราะห์ (Methodology) โดยเริ่มจากการประเมินความสัมพันธ์ (Correlation Analysis) และนำไปทดสอบกับแบบจำลอง 2 รูปแบบ

ได้แก่ แบบจำลอง Geometric Brownian Motion (สมมติฐานความผันผวนคงที่) และแบบจำลอง Heston Model (สมมติฐานความผันผวนแบบสุ่ม) โดยขับเคลื่อนผ่านเทคนิคการจำลองมอนติคาร์โล จำนวน 5,000 รอบ ซึ่งการจำลองจำนวน 5,000 รอบถือว่าเพียงพอสำหรับการประมาณการแจกแจงความน่าจะเป็นในงานวิจัยเชิงการเงิน (Hull, 2021) เพื่อนำไปสู่ 3) ผลลัพธ์การวิจัย (Output Variables) คือการสร้างการกระจายตัวของราคาโลหะเงินในรูปสกุลเงินบาท สำหรับใช้ประเมินมูลค่าความเสี่ยง (VaR) วิเคราะห์ความเสี่ยงส่วนหาง (Expected Shortfall / Tail Risk) และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทั้งสองแบบจำลองเพื่อหาเครื่องมือที่เหมาะสมที่สุด

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ข้อมูลและการเก็บรวบรวมข้อมูล (Data and Data Collection) การวิจัยครั้งนี้ออกแบบมาในลักษณะของการวิจัยเชิงปริมาณ (Quantitative Research) โดยอาศัยการเก็บรวบรวมข้อมูลทุติยภูมิ (Secondary Data) ประเภทอนุกรมเวลา (Time-Series Data) ที่มีการบันทึกผลเป็นรายวันทำการ (Daily Frequency) ทั้งนี้ เพื่อให้ผลการประเมินความเสี่ยงมีความน่าเชื่อถือและสะท้อนวัฏจักรความผันผวนของตลาดได้อย่างสมบูรณ์ ผู้วิจัยจึงได้กำหนดกรอบระยะเวลาการศึกษาไว้ที่ 5 ปีเต็ม เริ่มตั้งแต่วันที่ 1 มกราคม พ.ศ. 2564 ถึงวันที่ 31 ธันวาคม พ.ศ. 2568 (1 January 2021 – 31 December 2025) รวมจำนวนข้อมูลทั้งสิ้น 1,260 วันทำการ โดยมีรายละเอียดของตัวแปรหลักและแหล่งที่มาของข้อมูล ดังต่อไปนี้

1.1 ราคาโลหะเงินในตลาดโลก (Silver Spot Price) กำหนดให้อยู่ในรูปสกุลเงินดอลลาร์สหรัฐต่อออนซ์ (USD/oz) โดยอ้างอิงข้อมูลราคาปิดรายวัน (Daily Close Price) จากฐานข้อมูลการเงินระดับสากล Yahoo Finance

1.2 อัตราแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศ (Exchange Rate) กำหนดให้อยู่ในรูปของอัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อดอลลาร์สหรัฐ (THB/USD) โดยอ้างอิงข้อมูลราคาปิดรายวันจากฐานข้อมูล Yahoo Finance ซึ่งเป็นฐานข้อมูลที่ได้รับการยอมรับในงานวิจัยด้านวิศวกรรมการเงินและเศรษฐมิติอย่างแพร่หลาย

หมายเหตุ: ข้อมูลทั้งสองชุดได้ผ่านกระบวนการทำความสะอาดข้อมูล (Data Cleaning) โดยการตัดวันหยุดทำการที่ตลาดใดตลาดหนึ่งปิดทำการออก (Data Synchronization) เพื่อให้ข้อมูลทั้งสองชุดจับคู่ตรงกันในระดับรายวันอย่างสมบูรณ์ ก่อนนำไปคำนวณหาอัตราผลตอบแทนแบบต่อเนื่อง (Continuous Compounded Return) และความผันผวน (Volatility) เพื่อใช้เป็นพารามิเตอร์นำเข้าสู่แบบจำลองต่อไป

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Models) งานวิจัยนี้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของ 2 แบบจำลอง ได้แก่

2.1 แบบจำลอง Geometric Brownian Motion (GBM) เป็นแบบจำลองพื้นฐานที่สมมติว่าราคาโลหะเงินมีการเคลื่อนไหวแบบสุ่มโดยมีความผันผวนคงที่ ดังสมการ

$$dS_t = \mu S_t\, dt + \sigma S_t\, dW_t$$

โดยที่ S_t คือราคาโลหะเงิน, μ คืออัตราผลตอบแทนคาดหวัง, σ คือค่าความผันผวนคงที่ และ W_t คือกระบวนการ Wiener Process

2.2 แบบจำลอง Heston Model เป็นแบบจำลองที่กำหนดให้ความผันผวนเป็นกระบวนการสุ่ม (Stochastic Volatility) เพื่อสะท้อนพฤติกรรมราคาที่แท้จริงได้ดียิ่งขึ้น ประกอบด้วย 2 สมการคู่ขนาน

$$dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{v_t}\, S_t\, dW_t^S$$
$$dv_t = \kappa(\theta - v_t)dt + \xi\sqrt{v_t}\, dW_t^v$$

โดยที่ v_t คือความแปรปรวน ณ เวลา t, κ คือความเร็วในการกลับสู่ค่าเฉลี่ย, θ คือความแปรปรวนระยะยาว, และ ξ คือความผันผวนของความผันผวน (Vol of Vol) โดยมีค่าสหสัมพันธ์ระหว่างราคาและความผันผวนเท่ากับ ρ

3. การจำลองสถานการณ์และการวิเคราะห์ข้อมูล (Simulation and Analysis)

สำหรับการประมวลผลข้อมูลและการคำนวณทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้พัฒนาชุดคำสั่งคอมพิวเตอร์ (Algorithm) โดยใช้ภาษา Python ซึ่งเป็นเครื่องมือ open-source ที่ได้รับการยอมรับในระดับสากลสำหรับการวิเคราะห์เชิงปริมาณ โดยมีการเรียกใช้ไลบรารีเฉพาะทาง ได้แก่

3.1 Pandas และ NumPy สำหรับการจัดการโครงสร้างข้อมูลอนุกรมเวลา (Time-Series Data) และการคำนวณทางคณิตศาสตร์เมทริกซ์

3.2 SciPy (Scientific Python) สำหรับการวิเคราะห์ทางสถิติและการประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง

3.3 Matplotlib และ Seaborn สำหรับการสร้างแผนภาพแสดงการกระจายตัวของราคา (Probability Distribution) และเส้นทางของราคาจำลอง (Price Paths)

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลตามขั้นตอนดังนี้

1. การวิเคราะห์ค่าสหสัมพันธ์ (Correlation Analysis) คำนวณค่าสหสัมพันธ์เคลื่อนที่ (Rolling Correlation) ระยะ 60 วัน ระหว่างราคาโลหะเงินโลกและค่าเงินบาท เพื่อตรวจสอบสมมติฐานการป้องกันความเสี่ยงตามธรรมชาติ (Natural Hedge)

2. การประมาณค่าพารามิเตอร์ (Parameter Calibration) ใช้วิธี Historical Volatility และ Method of Moments จากข้อมูลอดีต เพื่อกำหนดค่าตัวแปร κ, θ, ξ และ ρ สำหรับแบบจำลอง Heston

3. การจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) ทำการจำลองเส้นทางราคา (Price Paths) จำนวน 5,000 รอบซ้ำ (Iterations) เป็นระยะเวลา 1 ปีข้างหน้า ทั้งในแบบจำลอง GBM และ Heston Model

4. การแปลงค่าเป็นสกุลเงินบาท (Currency Conversion) คำนวณราคาโลหะเงินให้อยู่ในรูปสกุลเงินบาทโดยรวมผลกระทบจากความผันผวนของอัตราแลกเปลี่ยน

5. การประเมินความเสี่ยง (Risk Assessment) เปรียบเทียบการแจกแจงความน่าจะเป็น (Probability Distribution) ค่าความโด่ง (Kurtosis) และมูลค่าความเสี่ยง (Value at Risk: VaR) ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% เพื่อสรุปผลประสิทธิภาพของแบบจำลอง

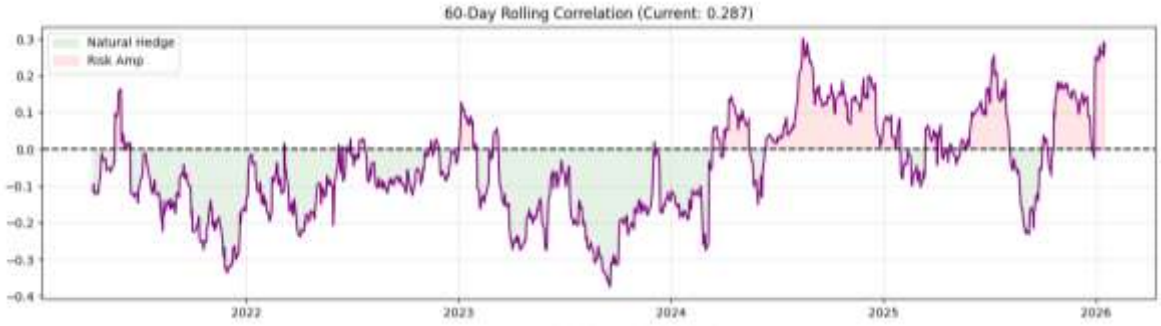
ผลการวิจัย

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นของราคาโลหะเงินและอัตราแลกเปลี่ยน (Preliminary Data Analysis) จากการเก็บรวบรวมข้อมูลราคาโลหะเงินในตลาดโลก (Silver USD) และอัตราแลกเปลี่ยนเงินบาทต่อดอลลาร์สหรัฐ (USD/THB) ตลอดระยะเวลา 5 ปี (ค.ศ. 2021 - 2026) เมื่อนำมาปรับฐาน 100 (Rebased to 100) เพื่อเปรียบเทียบการเติบโต ดังภาพที่ 4 พบว่าดัชนีราคาโลหะเงินในสกุลเงินบาท (เส้นสีเขียว) มีความผันผวนและปรับตัวพุ่งสูงกว่าราคาในสกุลเงินดอลลาร์สหรัฐ (เส้นสีม่วง) อย่างเห็นได้ชัดในหลายช่วงเวลา โดยเฉพาะในช่วงปลายปีที่ผ่านมา ปรากฏการณ์นี้เป็นหลักฐานเบื้องต้นที่ชี้ให้เห็นว่า การอ่อนค่าของเงินบาทได้เข้ามาเป็นปัจจัยเสริมที่ทำให้ต้นทุนโลหะเงินของไทยปรับตัวสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ ดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 การเปรียบเทียบดัชนีราคาโลหะเงินในสกุลเงินดอลลาร์สหรัฐ (Silver USD) และสกุลเงินบาท (Silver THB) ฐาน 100 ในช่วงปี ค.ศ. 2021 ถึง 2026

2. ผลการวิเคราะห์โครงสร้างความสัมพันธ์ระหว่างราคาโลหะเงินและอัตราแลกเปลี่ยน จากการวิเคราะห์ข้อมูลย้อนหลัง 5 ปี พบว่าความสัมพันธ์ระหว่างผลตอบแทนราคาโลหะเงินและค่าเงินบาทมีการเปลี่ยนแปลงเชิงโครงสร้าง (Structural Shift) แม้ค่าสหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient) ในภาพรวมระยะยาวจะอยู่ที่ระดับ -0.02 ซึ่งบ่งชี้ว่าไม่มีความสัมพันธ์กัน (Decoupled) แต่เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระยะสั้นแบบเลื่อน (Rolling Correlation 60 วัน) ดังภาพที่ 5 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ปรับตัวสูงขึ้นเป็น +0.287 ผลลัพธ์นี้แสดงให้เห็นถึงภาวะที่ราคาสินค้าและค่าเงินเคลื่อนไหวในทิศทางเดียวกัน (Risk Amplification) ส่งผลให้กลไกการป้องกันความเสี่ยงตามธรรมชาติ (Natural Hedge) ไม่สามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพในสภาวะตลาดปัจจุบัน ตามภาพที่ 5



ภาพที่ 5 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเลื่อน (Rolling Correlation) ระยะ 60 วัน ระหว่างอัตราผลตอบแทนราคาโลหะเงินโลกและอัตราแลกเปลี่ยน

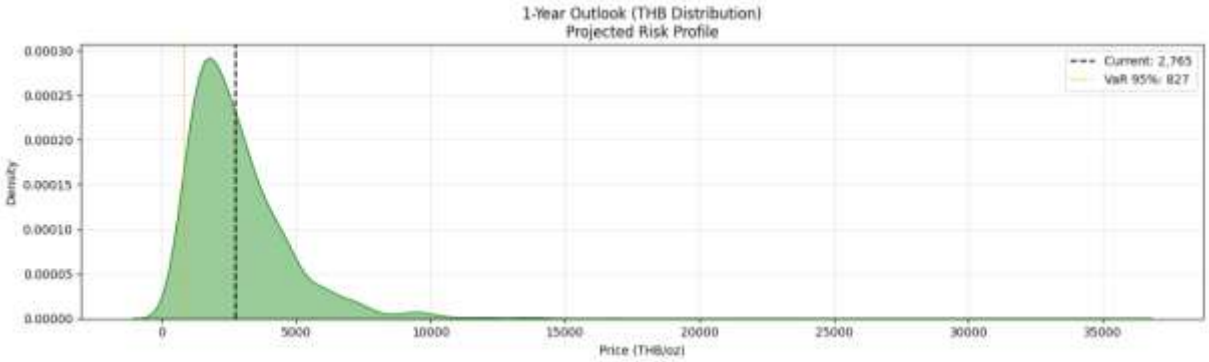
3. ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างแบบจำลอง GBM และ Heston Model จากการจำลองสถานการณ์แบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) จำนวน 5,000 รอบ พบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญในการแจกแจงความน่าจะเป็นของราคาโลหะเงิน โดยแบบจำลอง Heston Model มีลักษณะการกระจายตัวแบบ "หางหนา" (Fat Tails) ที่ชัดเจนกว่า สะท้อนจากค่าความโด่ง (Kurtosis) ที่ระดับ 6.31 ซึ่งสูงกว่าแบบจำลอง GBM (3.87) อย่างมาก นอกจากนี้ Heston Model ยังแสดงค่าความเบ้ (Skewness) ขวาที่ 0.92 เทียบกับ 0.70 ของ GBM บ่งชี้ว่าแบบจำลองเฮสตันสามารถจำลองโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ราคาพุ่งสูงขึ้นรุนแรง (Upside Risk) ได้สมจริงกว่า ในขณะที่ GBM ประเมินความเสี่ยงส่วนหางต่ำกว่าความเป็นจริง (Underestimation) ดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบค่าสถิติจากการจำลองราคาโลหะเงินระหว่างแบบจำลอง GBM และ Heston Model

รายการ (Statistic)	แบบจำลอง GBM	แบบจำลอง Heston	ผลการเปรียบเทียบ (Implication)
1. ค่าเฉลี่ย (Mean Price)	26.12	26.25	ทั้งสองแบบจำลองให้ค่าพยากรณ์ราคากลางที่ใกล้เคียงกัน (Unbiased)
2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD)	6.55	6.54	ระดับความผันผวนโดยรวมใกล้เคียงกันเมื่อเฉลี่ยทั้งปี
3. ความเบ้ (Skewness)	0.7	0.92	Heston มีความเบ้ขวามากกว่า บ่งชี้โอกาสที่ราคาจะพุ่งสูงขึ้นรุนแรง (Upside Risk)
4. ความโด่ง (Kurtosis)	3.87	6.31	จุดสำคัญ: Heston สูงกว่ามาก แสดงลักษณะ "หางหนา" (Fat Tails) หรือโอกาสเกิดเหตุการณ์มากเกินขอบเขตได้จริงกว่า
5. มูลค่าความเสี่ยง (VaR 95%)	16.75	16.66	Heston ประเมินราคาที่จุดเสี่ยงได้ต่ำกว่า (ลึกกว่า) สะท้อนความเสี่ยงขาลงที่รัดกุมกว่า

4. ผลการประเมินความเสี่ยงส่วนหาง (Tail Risk) ภายใต้ความผันผวนของค่าเงินบาท เมื่อทำการแปลงมูลค่าความเสี่ยงเป็นสกุลเงินบาท (THB) ภายใต้บริบทของความสัมพันธ์เชิงบวกที่ r = 0.287 พบว่าต้นทุนโลหะเงินมีความผันผวนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ (ดังภาพที่ 6) แม้ระดับความสัมพันธ์จะอยู่ในระดับปานกลาง แต่การเปลี่ยนเครื่องหมายจากลบเป็นบวกถือเป็นสัญญาณสำคัญที่สะท้อนถึงการเปลี่ยนแปลงเชิงโครงสร้างของตลาด โดย Heston Model ประเมินมูลค่าความเสี่ยงด้านราคาที่ระดับความเชื่อมั่น 95% (VaR 95%) ที่ประมาณ 827 บาทต่อออนซ์ ซึ่งสะท้อนถึงความเสี่ยงด้านขาลงที่อาจเกิดขึ้นภายใต้สถานการณ์ตลาดที่ไม่เอื้ออำนวย

ผลลัพธ์ดังกล่าวชี้ให้เห็นว่าผู้ประกอบการกำลังเผชิญกับ “ความเสี่ยงส่วนเพิ่ม” (Incremental Risk) ที่เกิดจากการอ่อนค่าของเงินบาทในช่วงเวลาเดียวกับที่ราคาโลหะเงินในตลาดโลกปรับตัวสูงขึ้น สถานการณ์ความเสี่ยงแบบทวิปัจจัยนี้ส่งผลกระทบโดยตรงต่อ ต้นทุนการนำเข้า สภาพคล่อง และความสามารถในการรักษาอัตรากำไรของผู้ประกอบการ อย่างมีนัยสำคัญ



ภาพที่ 6 การแจกแจงความน่าจะเป็นของราคาโลหะเงินในสกุลเงินบาทในอีก 1 ปีข้างหน้าจากการจำลองแบบ Heston Model

อภิปรายผลการวิจัย

จากการศึกษาวิจัย ผู้วิจัยสามารถนำข้อค้นพบมาอภิปรายผลตามลำดับวัตถุประสงค์การวิจัยได้ดังนี้

1. ประสิทธิภาพที่เหนือกว่าของแบบจำลองความผันผวนแบบสุ่ม (อภิปรายวัตถุประสงค์ข้อที่ 1) ผลการเปรียบเทียบที่แสดงให้เห็นว่า Heston Model สามารถดักจับลักษณะความโด่ง (Kurtosis 6.31) และหางหนา (Fat Tails) ได้ดีกว่า GBM นั้น สอดคล้องกับแนวคิดคลาสสิกของ Mandelbrot (1963) ที่ระบุว่าราคาสินทรัพย์ทางการเงินไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ (Non-normal Distribution) ยิ่งไปกว่านั้นผลลัพธ์นี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยร่วมสมัยของ Gruszka and Szwabinski (2023) ที่ยืนยันว่าการประเมินราคาสินทรัพย์ที่มีความผันผวนรุนแรงในปัจจุบันจำเป็นต้องเปลี่ยนมาใช้แบบจำลองที่รองรับความผันผวนแบบสุ่ม (Stochastic Volatility) การที่ GBM ประเมินความเสี่ยงต่ำเกินไป อาจนำไปสู่การตั้งสำรองเงินทุนที่ผิดพลาด (Under-provisioning) ซึ่งเป็นอันตรายต่อสภาพคล่องขององค์กร

2. ความล้มเหลวของกลไกการป้องกันความเสี่ยงตามธรรมชาติ (อภิปรายวัตถุประสงค์ข้อที่ 2) ผลการวิเคราะห์ที่พบค่าสหสัมพันธ์ระยะสั้นเป็นบวก (r = 0.287) เป็นการหักล้างความเชื่อดั้งเดิมทางเศรษฐศาสตร์มหภาค (Chen and Rogoff, 2003) ที่เชื่อว่าราคาสินค้าโภคภัณฑ์และค่าเงินดอลลาร์มักมีความสัมพันธ์ผกผันเพื่อหักล้างความเสี่ยง ปรากฏการณ์ "Risk Amplification" ที่เกิดขึ้นนี้ สอดคล้องอย่างยิ่งกับงานวิจัยของ Itskhoki and Mukhin (2021) ที่ได้นำเสนอปรากฏการณ์ "Exchange Rate Disconnect" ซึ่งพิสูจน์ว่าในสภาวะที่ตลาดมีความไม่แน่นอนสูง อัตราแลกเปลี่ยนและราคาสินทรัพย์จะขาดความเชื่อมโยงในทิศทางตรงกันข้าม ทำให้ผู้ประกอบการไทยต้องเผชิญกับความเสี่ยงทวีคูณ แทนที่จะได้รับการชดเชยต้นทุนตามกลไก Natural Hedge

3. ความสำคัญของการประเมินความเสี่ยงส่วนหางแบบทวิปัจจัย (อภิปรายวัตถุประสงค์ข้อที่ 3) การประเมินผลขาดทุนในกรณีเลวร้ายที่ระดับ 827 บาท/ออนซ์ ยืนยันว่าการใช้แบบจำลองที่ซับซ้อนร่วมกับการจำลองสถานการณ์ เป็นเครื่องมือที่จำเป็นในการรับมือกับความเสี่ยงทวิปัจจัย ประเด็นนี้ สอดคล้องกับข้อเสนอแนะของ Bullock and Okoto (2024) ที่สนับสนุนการใช้เทคนิควิธีกึ่งสุ่ม (Randomized Simulation) เพื่อวิเคราะห์ระดับผลขาดทุนสูงสุดในส่วนหาง (Tail Risk) จากผลการวิจัยนี้ ผู้วิจัยจึงเสนอแนะให้ผู้ประกอบการปรับเปลี่ยนกลยุทธ์จากการพึ่งพา Natural Hedge มาเป็นการบริหารความเสี่ยงเชิงรุก (Active Hedging) โดยแยกส่วนการจัดการความเสี่ยงด้านราคาสินค้า (ใช้ Futures) และอัตราแลกเปลี่ยน (ใช้ Forward) ออกจากกัน (Decoupled Risk Management) เพื่อป้องกันผลกระทบจากความเสี่ยงส่วนหางได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ข้อเสนอแนะ

จากข้อค้นพบในการวิจัย ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปประยุกต์ใช้ประโยชน์ในภาคธุรกิจและข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยในอนาคต ดังต่อไปนี้

1. ข้อเสนอแนะเชิงนโยบายและการนำไปประยุกต์ใช้ (Managerial Implications)

1.1 การยกระดับเครื่องมือบริหารความเสี่ยง ผู้ประกอบการนำเข้าและค้าโลหะมีค่าควรพิจารณาปรับเปลี่ยนจากการใช้แบบจำลองความผันผวนคงที่ มาใช้แบบจำลองที่มีความยืดหยุ่นสูงอย่าง Heston Model ในการคำนวณมูลค่าความเสี่ยง (VaR) และความเสี่ยงส่วนหาง (Expected Shortfall) เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการกำหนดระดับเงินทุนสำรอง (Capital Reserve) และจุดสั่งซื้อสินค้าคงคลังให้มีความปลอดภัยและสอดคล้องกับสภาวะตลาดจริงมากขึ้น

1.2 กลยุทธ์การป้องกันความเสี่ยงแบบแยกส่วน (Decoupled Hedging Strategy) เนื่องจากผลการวิจัยยืนยันว่ากลไกป้องกันความเสี่ยงตามธรรมชาติ (Natural Hedge) ระหว่างราคาโลหะเงินและค่าเงินบาทไม่สามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ ผู้บริหารการเงินจึงควรเปลี่ยนมาใช้ "การบริหารความเสี่ยงเชิงรุก (Active Hedging)" โดยแยกการจัดการความเสี่ยงออกจากกันอย่างเด็ดขาด เช่น การใช้

สัญญาซื้อขายล่วงหน้า (Futures) เพื่อปิดความเสี่ยงด้านราคาสินค้า และใช้สัญญาฟอร์เวิร์ด (Forward) หรือออปชัน (FX Options) เพื่อปิดความเสี่ยงด้านต้นทุนอัตราแลกเปลี่ยน

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป (Suggestions for Future Research)

2.1 การเพิ่มพารามิเตอร์การกระโดดของราคา (Price Jumps) แม้ Heston Model จะรองรับความผันผวนแบบสุ่มได้ดี แต่ราคาโลหะเงินมักมีพฤติกรรมการผันผวนขึ้นลงอย่างรุนแรง (Price Spikes) เมื่อมีตัวเลขทางเศรษฐกิจมหภาคที่สำคัญประกาศออกมา งานวิจัยในอนาคตจึงควรพิจารณานำแบบจำลอง Merton Jump Diffusion หรือ Bates Model มาประยุกต์ใช้ร่วมด้วย เพื่อยกระดับประสิทธิภาพในการสะท้อนโครงสร้างราคาให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

2.2 การประยุกต์ใช้ปัญญาประดิษฐ์ (Artificial Intelligence) เพื่อเพิ่มความแม่นยำในการพยากรณ์ความผันผวนของราคาสินค้าโภคภัณฑ์ ควรมีการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การเงิน (Stochastic Models) กับแบบจำลองการเรียนรู้ของเครื่อง (Machine Learning) หรือโครงข่ายประสาทเทียมขั้นสูง เช่น Long Short-Term Memory (LSTM) และ Transformer ซึ่งอาจเป็นอีกหนึ่งเครื่องมือทางเลือกที่มีศักยภาพสูงในสายงานวิศวกรรมการเงิน

เอกสารอ้างอิง

สถาบันวิจัยและพัฒนาอัญมณีและเครื่องประดับแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2568). *รายงานภาวการณ์ส่งออกอัญมณีและเครื่องประดับไทยประจำปี 2568*. https://www.git.or.th

Baffes, J. and Nagle, P. (2022). *Commodity Markets: Evolution, Challenges, and Policies*. World Bank Group.

Bullock, D. W. and Okoto, N. (2024). Improved Value-at-Risk (VaR) Forward Curve Projection Using the Full Option Premium Profile. In *NCCC-134 Conference on Applied Commodity Price Analysis, Forecasting, and Market Risk Management*.

Chen, Y. and Rogoff, K. (2003). Commodity currencies. *Journal of International Economics*, *60*(1), 133-160.

CME Group. (2026). *Precious metals outlook 2026: Market dynamics following a record-breaking year*. CME Group Insights.

DeftHedge. (2024). *Correlated currency and commodity risk management*. DeftHedge Corporate Treasury.

DWS Group. (2025). *Silver a metal of dual purpose in tightening markets*. DWS Research.

Gruszka, J. and Szwabinski, J. (2023). Estimation of the Heston model using Markov chain Monte Carlo methods. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *615*, 128590.

Heston, S. L. (1993). A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. *The Review of Financial Studies*, *6*(2), 327-343.

Hull, J. C. (2021). *Options, futures, and other derivatives* (11th ed.). Pearson.

Itskhoki, O. and Mukhin, D. (2021). Exchange rate disconnects in general equilibrium. *Journal of Political Economy*, *129*(8), 2183-2232.

Kitagawa, G., Sato, S. and Nagahara, Y. (1999). Estimation of geometric brownian motion model with a t-distribution based particle filter. In *Proceedings of the American Statistical Association,* 761-773.

Mandelbrot, B. (1963). The variation of certain speculative prices. *Journal of Business*, *36*(4), 394-419.

Papaioannou, M. G. (2006). *Exchange rate risk measurement and management: Issues and approaches for firms* (IMF Working Paper WP/06/255). International Monetary Fund.

Siegrist, K. (2021). *Financial modeling with geometric Brownian motion*. SciRP.

World Bank. (2025). *Over the hedge: Exchange rate volatility, commodity price correlations, and the structure of trade*. Open Knowledge Repository.