

การศึกษาปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏราชนครินทร์ ด้วยการประเมินตนเอง

A Study of Problems and Perceptions Concerning Mathematical Proofs among Pre-Service Mathematics Teachers in Rajabhat Rajanagarindra University by Using Self-Assessment

สมพล พวงสั้น^{1*} ขวัญ เพียชัย² สุกัญญา หะยีสและ³ และ เอนก จันทรเจริญ⁴

Sompon Puangsun^{1*} Khawn Piasai² Sukanya Hajisalah³ and Anek Janjaroon⁴

Received: June 6, 2023; Revised: April 15, 2024; Accepted: April 22, 2024

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ และ 2) เปรียบเทียบปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์จำแนกตามชั้นปี กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยราชภัฏราชนครินทร์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 86 คน โดยใช้การสุ่มตัวอย่างแบบชั้นภูมิ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบประเมินปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบครุสคัล-วัลลิส ผลการวิจัยพบว่า 1) ปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุดสามลำดับแรก ได้แก่ การเขียนพิสูจน์ให้เป็นขั้นตอนจนได้ข้อสรุป ($\bar{X} = 1.94$ และ S.D. = 0.85) การนำบทนิยามหรือทฤษฎีบทอื่น ๆ มาใช้ในการพิสูจน์ ($\bar{X} = 1.86$ และ S.D. = 0.86) และการใช้กฎทางตรรกศาสตร์และการอ้างเหตุผลในการเขียนพิสูจน์ ($\bar{X} = 1.84$ และ S.D. = 0.87) ส่วนการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ที่มีค่าเฉลี่ยใกล้เคียงกับค่าในอุดมคติมากที่สุด คือ “การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นทั้งการอธิบายและการตรวจสอบข้อความทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นจริง” (ค่าผลต่าง เท่ากับ 0.63) ในขณะที่การรับรู้ที่มีค่าเฉลี่ยแตกต่างกับค่าในอุดมคติมากที่สุด คือ “ในวิชาคณิตศาสตร์ หลักฐานด้วยตัวอย่างจะบอกได้ว่า ข้อความใดเป็นจริง” (ค่าผลต่าง เท่ากับ 3.07) และ 2) ปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์จำแนกตามชั้นปีในแต่ละหัวข้อไม่แตกต่างกัน ยกเว้นการรับรู้ในหัวข้อ “การพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีพิสูจน์ที่ต่างกันไปช่วยให้เข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์นั้นได้ดีขึ้น” อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คำสำคัญ: ปัญหาทางการเรียน, การรับรู้, การประเมินตนเอง, การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ABSTRACT

The purposes of this research were 1) to study the problems and perceptions concerning mathematical proofs among pre-service mathematics teachers and 2) to compare the problems and perceptions concerning mathematical proofs among pre-service mathematics teachers classified by years of study. The sample was obtained by stratified sampling, which consisted of 86 students in the Bachelor of Education Programme in Mathematics at Rajabhat Rajanagarindra University during the second semester of the academic year 2022. The research instrument was an assessment form on problems and perceptions about mathematical proofs. The statistics used for data analysis comprised mean, standard deviation, and the Kruskal-Wallis test. The results of the research revealed that 1) the top three problems in writing a mathematical proof of pre-service mathematics teachers with the highest average included writing the proof step by step to its conclusion ($\bar{x} = 1.94$ and S.D. = 0.85), using other definitions or theorems to prove ($\bar{x} = 1.86$ and S.D. = 0.86), and using logic rules and arguments in proof writing ($\bar{x} = 1.84$ and S.D. = 0.87). The perception of a mathematical proof among pre-service mathematics teachers with the least difference from the ideal response was “a mathematical proof both explains and verifies that a mathematical statement is true” (difference was equal to 0.63). Otherwise, the perception of a mathematical proof with the highest difference from the ideal response was “evidence from examples tells you what is true in mathematics” (difference was equals to 3.07). Further, 2) the problems and perceptions concerning mathematical proofs among pre-service mathematics teachers classified by years of study were not different, except for the perception of the topic “different proofs of a mathematical statement help me to understand it better”, with statistical significance at the .05 level.

Keywords: learning problem, perception, self-assessment, mathematical proof

¹อาจารย์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏราชนครินทร์ E-mail: sompon.ps@gmail.com (*Corresponding author)

²ผู้ช่วยศาสตราจารย์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ E-mail: khawn@g.swu.ac.th

³ผู้ช่วยศาสตราจารย์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ E-mail: sukanyah@g.swu.ac.th

⁴ผู้ช่วยศาสตราจารย์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ E-mail: anek@g.swu.ac.th

¹Lecturer, Faculty of Science and Technology, Rajabhat Rajanagarindra University, E-mail: sompon.ps@gmail.com
(*Corresponding author)

²Assistant Professor, Faculty of Science, Srinakharinwirot University, E-mail: khawn@g.swu.ac.th

³Assistant Professor, Faculty of Science, Srinakharinwirot University, E-mail: sukanyah@g.swu.ac.th

⁴Assistant Professor, Faculty of Science, Srinakharinwirot University, E-mail: anek@g.swu.ac.th

บทนำ

คณิตศาสตร์ตามความรู้สึกและความเข้าใจของคนส่วนใหญ่อาจหมายถึงตัวเลขและการคำนวณ ซึ่งเป็นผลมาจากความคุ้นเคยในการเรียนรู้และการใช้งานของคณิตศาสตร์ (อัมพร ม้าคะนอง, 2559) โดยส่วนใหญ่เป็นการเรียนรู้และการใช้งานของคณิตศาสตร์ผ่านการแก้ปัญหาด้วยกฎหรือสูตรทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ซึ่งกฎหรือสูตรทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ นั้นจะอยู่ในรูปของข้อความทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการแสดงด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ว่า ข้อความทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นเป็นจริง เรียกการแสดงนี้ว่า การพิสูจน์ (proof) โดยการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยการให้เหตุผลที่ชัดเจนและรัดกุม (พิมพ์เพ็ญ เวชชาชีวะ, 2560) การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ถือเป็นเครื่องมือที่สำคัญของการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ หากเปรียบเทียบการแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ แล้วการพิสูจน์จะเปรียบเหมือนจิตวิญญาณของคณิตศาสตร์ (Schoenfeld, 2009)

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาหรือระดับปริญญาตรีในสาขาอื่นๆ เช่น วิศวกรรมศาสตร์ วิทยาศาสตร์ บัญชี เศรษฐศาสตร์ ฯลฯ ส่วนใหญ่บทบาทคณิตศาสตร์จะถูกเน้นไปที่การคำนวณและคณิตศาสตร์มักถูกใช้ในฐานะเป็นเครื่องมือในการศึกษาของศาสตร์นั้นๆ ซึ่งแตกต่างจากการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับปริญญาตรีสาขาคณิตศาสตร์ที่บทบาทของคณิตศาสตร์นอกจากถูกเน้นไปที่การคำนวณแล้ว ยังต้องเน้นไปที่การพิสูจน์ด้วย โดยในหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนรินทร์ ได้กำหนดวิชาที่เน้นการพิสูจน์ เช่น หลักการทางคณิตศาสตร์ ระบบจำนวน เรขาคณิตเบื้องต้น ทฤษฎีจำนวน พีชคณิตนามธรรม เป็นรายวิชาซึ่งอยู่ในหมวดวิชาเฉพาะด้านกลุ่มวิชาเอกที่เน้นการพิสูจน์ (มหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนรินทร์, 2562) โดยการจัดการเรียนการสอนวิชาดังกล่าวนี้หากนักศึกษามีปัญหาหรือพื้นฐานไม่ดีเกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ อาจส่งผลกระทบต่อการเรียนรู้และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในรายวิชาที่เน้นการพิสูจน์ดังกล่าว รวมถึงส่งผลกระทบต่อผลการเรียนเฉลี่ยรายภาคเรียนและผลการเรียนเฉลี่ยสะสมของนักศึกษาอีกด้วย

ปัญหาในการเรียนเป็นประเด็นหนึ่งที่ผู้สอนควรให้ความสนใจและความสำคัญ เพราะอาจส่งผลกระทบต่อจัดการเรียนรู้ของผู้สอน และอาจส่งผลกระทบต่อความสามารถในการเรียนรู้ของผู้เรียน โดยปัญหาที่พบในการเรียนของนักศึกษาระดับปริญญาตรีสาขาคณิตศาสตร์ คือ การเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งปัญหาหรืออุปสรรคในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาที่พบเป็นส่วนใหญ่ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ได้แก่ นักศึกษาไม่รับทนิยามต่าง ๆ กล่าวคือ นักศึกษาไม่สามารถระบุทนิยามเหล่านั้นได้ นักศึกษาขาดความเข้าใจเชิงสัทนิยามของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ภาพลักษณ์มโนทัศน์ของนักศึกษาไม่เพียงพอสำหรับการเขียนพิสูจน์ นักศึกษาไม่สามารถสร้างและใช้ตัวอย่างของตนเองได้ นักศึกษาไม่ทราบวิธีการใช้ทนิยามเพื่อให้ได้โครงสร้างทางการพิสูจน์ในภาพรวม นักศึกษาขาดความเข้าใจในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และนักศึกษาไม่รู้ว่า จะเริ่มต้นการพิสูจน์อย่างไร (Moore, 1994) นอกจากปัญหาดังกล่าวแล้วยังมีปัญหาอื่น ๆ อีกที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ของนักศึกษา เช่น ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจโจทย์เบื้องต้น ปัญหาในขั้นวิเคราะห์แนวการพิสูจน์ ปัญหาในขั้นค้นหาเครื่องมือเพื่อใช้ในการพิสูจน์ หรือปัญหาในขั้นการแสดงผลการพิสูจน์ เป็นต้น (จรัสศรี วรรณสถิต, 2544; ธนพรพร พฤษะวัน, 2560) จากการสอบถามนักศึกษาและอาจารย์ผู้สอนเกี่ยวกับปัญหาการเรียนการสอนรายวิชาที่เน้นการพิสูจน์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนรินทร์ พบว่า มีนักศึกษาเป็นจำนวนมากที่มีปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในประเด็นต่าง ๆ ดังที่กล่าวมา รวมถึงปัญหาเกี่ยวกับความรู้เบื้องต้นที่ใช้ในการเขียนพิสูจน์ของเนื้อหาที่ศึกษา

การรับรู้ของผู้เรียนเป็นการเข้าใจความหมายของข้อมูลหรือเนื้อหานั้นโดยผ่านสื่อต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนมีแนวคิดอย่างเดียวกับผู้ให้ข้อมูลหรือผู้สอน (สำนักราชบัณฑิตยสภา, 2564) การรับรู้มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ โดยการรับรู้ทำให้เกิดการเรียนรู้ และการเรียนรู้มีผลต่อการรับรู้ครั้งใหม่ รวมทั้งการรับรู้ยังมีความสำคัญต่อเจตคติ อารมณ์ และแนวโน้มของพฤติกรรม เมื่อรับรู้แล้วย่อมเกิดความรู้สึกและมีอารมณ์ จนกระทั่งพัฒนามาเป็นเจตคติแล้วเกิดเป็นพฤติกรรมตามมาในที่สุด (กันยา สุวรรณแสง, 2558) ดังนั้นทำให้การศึกษาเกี่ยวกับการรับรู้ของผู้เรียนมีความสำคัญอย่างยิ่งในการพัฒนาการเรียนการสอน มีงานวิจัยจำนวนหนึ่งที่ศึกษาเกี่ยวกับการรับรู้ของผู้เรียน เช่น งานวิจัยของ ภัทร์ธีรา เทียนเพิ่มพูน (2562) ได้ศึกษา

การรับรู้การใช้เฟสบุ๊คเพื่อการสอนภาษาอังกฤษของนักศึกษาครู งานวิจัยของ ฐิติวรดา พลเยี่ยม (2563) ได้ศึกษาการรับรู้หลักการเรียนและการสอนของนิสิตครู หรืองานวิจัยของ Almeida (2000) ได้ศึกษาการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งผลการวิจัยเกี่ยวกับการรับรู้ดังกล่าวทำให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ต่อการนำไปใช้พัฒนาการเรียนการสอนในอนาคตต่อไป

การประเมินตนเองเป็นกระบวนการประเมินหรือตัดสินใจของผู้เรียนว่า ตนเองสามารถปฏิบัติได้ตามเกณฑ์และมาตรฐานที่กำหนดไว้หรือไม่ เพื่อการปรับปรุงและพัฒนาจุดอ่อนของตนเองให้ดีขึ้น (อรนุช ศรีสะอาด, 2554) โดยผู้เรียนจะได้ฝึกทักษะการสะท้อนคิดและการตั้งคำถามเกี่ยวกับการเรียนรู้ของตนเอง แล้วพยายามตอบคำถามนั้น จนนำไปสู่การเปลี่ยนแปลงความคิดและพฤติกรรมการเรียนรู้ต่อไป (วิชัย วงษ์ใหญ่ และมารุต พัฒนา, 2563) ดังนั้น การประเมินตนเองนับได้ว่าเป็นทั้งกระบวนการประเมินและพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2559) ซึ่งผู้เรียนได้ตรวจสอบความรู้ความเข้าใจและสำรวจปัญหาทางการเรียนรู้ของตนเอง ทำให้ผู้เรียนสามารถวางแผนและกำหนดแนวทางในการเรียนรู้ของตนเองได้อย่างเหมาะสม

ในการจัดการศึกษาหลักสูตรระดับปริญญาตรีทางการศึกษาของกลุ่มมหาวิทยาลัยราชภัฏได้ถูกปรับเป็นหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต 4 ปี อิงสมรรถนะร่วมกัน (เดลินิวส์, 2561) ซึ่งสำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา (2562) ได้ให้ความหมายของสมรรถนะว่าเป็นความสามารถของบุคคลในระดับที่สามารถปฏิบัติงานใดงานหนึ่งได้สำเร็จ โดยใช้ความรู้ ทักษะ และเจตคติ/คุณลักษณะที่ตนมีอยู่ ซึ่งการศึกษาปัญหาทางการเรียนและการรับรู้ของผู้เรียนจะมีส่วนช่วยส่งเสริมและพัฒนาองค์ประกอบของสมรรถนะเหล่านี้ต่อไปได้ จากที่กล่าวมาข้างต้นทำให้ผู้วิจัยสนใจศึกษาปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ด้วยการประเมินตนเอง รวมถึงเปรียบเทียบปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์จำแนกตามชั้นปี เนื่องจากนักศึกษาครุคณิตศาสตร์แต่ละชั้นปีอาจประสบปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์หรืออาจมีการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในลักษณะเดียวกันหรือแตกต่างกันได้ ซึ่งผลการศึกษาในครั้งนี้จะทำให้ทราบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ทั้งในแต่ละชั้นปีและในภาพรวม รวมทั้งนำไปใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการพัฒนาการเรียนการสอนที่เสริมสร้างสมรรถนะในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ในอนาคตต่อไปได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษาปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์
2. เพื่อเปรียบเทียบปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์จำแนกตามชั้นปี

สมมติฐานการวิจัย

1. นักศึกษาครุคณิตศาสตร์ในแต่ละชั้นปีมีปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน
2. นักศึกษาครุคณิตศาสตร์ในแต่ละชั้นปีมีการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงสำรวจ (survey research) โดยผู้วิจัยมีการดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (หลักสูตรปรับปรุง พ.ศ. 2562) ของมหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนครินทร์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวนรวม 111 คน ประกอบด้วย นักศึกษาชั้นปีที่ 1 จำนวน 31 คน ชั้นปีที่ 2 จำนวน 27 คน ชั้นปีที่ 3 จำนวน 28 คน และชั้นปีที่ 4 จำนวน 25 คน (สำนักส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน มหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนครินทร์, 2565)

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (หลักสูตรปรับปรุง พ.ศ. 2562) ของมหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนครินทร์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 จำนวน 86 คน จากตารางกำหนดขนาดตัวอย่างของซาแลนและดิลแมน (Salant & Dillman, 1994, อ้างอิงใน วรรณดี แสงประทีปทอง และศศิธร บัวทอง, 2562) ที่ระดับความเชื่อมั่น 95 เปอร์เซ็นต์ และความคลาดเคลื่อนของการสุ่มตัวอย่าง 5 เปอร์เซ็นต์ ประกอบด้วย นักศึกษาชั้นปีที่ 1 จำนวน 24 คน ชั้นปีที่ 2 จำนวน 21 คน ชั้นปีที่ 3 จำนวน 22 คน และชั้นปีที่ 4 จำนวน 19 คน ซึ่งกลุ่มตัวอย่างดังกล่าวนี้ได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบชั้นภูมิ (stratified sampling) ตามสัดส่วน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบประเมินปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของ นักศึกษาคณิตศาสตร์ โดยปรับปรุงมาจากงานของ ขจรศรี วรรณสถิต (2544) Almeida (2000) และ Cetin & Dikici (2021) ประกอบด้วย 3 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ข้อมูลของระดับชั้นปีของนักศึกษา มีลักษณะเป็นแบบตรวจสอบรายการ ตอนที่ 2 ปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นมาตราส่วนประเมินค่า (rating scale) แบ่งเป็น 4 ระดับ ตั้งแต่ไม่มีปัญหจนถึงมีปัญหามาก จำนวน 10 ข้อ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ ไม่มีปัญหา เท่ากับ 0 คะแนน มีปัญหาน้อย เท่ากับ 1 คะแนน มีปัญหปานกลาง เท่ากับ 2 คะแนน และมีปัญหามาก เท่ากับ 3 คะแนน และตอนที่ 3 การรับรู้ การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นมาตราส่วนประเมินค่า แบ่งเป็น 5 ระดับ ตั้งแต่ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่งจนถึงเห็นด้วยอย่างยิ่ง จำนวน 10 ข้อ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง เท่ากับ 1 คะแนน ไม่เห็นด้วย เท่ากับ 2 คะแนน ไม่แน่ใจ เท่ากับ 3 คะแนน เห็นด้วย เท่ากับ 4 คะแนน และเห็นด้วยอย่างยิ่ง เท่ากับ 5 คะแนน (Vagias, 2006)

ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยไปให้ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้สอนที่มีคุณวุฒิปริญญาเอกทางด้านคณิตศาสตร์ หรือมีคุณวุฒิปริญญาโททางด้านคณิตศาสตร์ และดำรงตำแหน่งทางวิชาการตั้งแต่ระดับผู้ช่วยศาสตราจารย์ทางด้านคณิตศาสตร์ขึ้นไป รวมถึงมีประสบการณ์การสอน รายวิชาที่สัมพันธ์กับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อพิจารณาความเหมาะสมและตรวจสอบความสอดคล้องกับจุดประสงค์ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยแต่ละข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 0.67 – 1.00 ซึ่งนำไปใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลต่อไป

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง โดยนำแบบประเมินปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาคณิตศาสตร์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักศึกษาหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (หลักสูตรปรับปรุง พ.ศ. 2562) ของมหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนครินทร์ จากนั้นผู้วิจัยตรวจสอบความถูกต้องและความสมบูรณ์ของแบบประเมินปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับกลับมาทั้งหมดอย่างละเอียด ก่อนจะดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป

4. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

4.1 ศึกษาปัญหาในการเขียนพินิจทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ โดยการหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งกำหนดเกณฑ์การแปลผล (Toomnan & Putsayainunt, 2022) ดังนี้

ค่าเฉลี่ย 0.00 – 0.49 หมายถึง นักศึกษามีปัญหาน้อยมากหรือไม่มีปัญหา

ค่าเฉลี่ย 0.50 – 1.49 หมายถึง นักศึกษามีปัญหาน้อย

ค่าเฉลี่ย 1.50 – 2.49 หมายถึง นักศึกษามีปัญหาปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 2.50 – 3.00 หมายถึง นักศึกษามีปัญหามาก

4.2 ศึกษาการรับรู้การพินิจทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ โดยการหาค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งพิจารณาค่าเฉลี่ยเทียบกับค่าคำตอบในอุดมคติ (ideal response) (Almeida, 2000) และได้กำหนดเกณฑ์การแปลผล (Idek & Fong, 2015) ดังนี้

ค่าเฉลี่ย 1.00 – 1.49 หมายถึง นักศึกษามีการรับรู้ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

ค่าเฉลี่ย 1.50 – 2.49 หมายถึง นักศึกษามีการรับรู้ไม่เห็นด้วย

ค่าเฉลี่ย 2.50 – 3.49 หมายถึง นักศึกษามีการรับรู้ไม่แน่ใจ

ค่าเฉลี่ย 3.50 – 4.49 หมายถึง นักศึกษามีการรับรู้เห็นด้วย

ค่าเฉลี่ย 4.50 – 5.00 หมายถึง นักศึกษามีการรับรู้เห็นด้วยอย่างยิ่ง

4.3 เปรียบเทียบปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพินิจทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์จำแนกตามชั้นปี โดยใช้การทดสอบครุสคัล-วัลลิส (Kruskal-Wallis test)

ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพินิจทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์มหาวิทยาลัยราชภัฏราชนครินทร์ ด้วยการประเมินตนเอง โดยผู้วิจัยนำเสนอผลการวิจัยเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 การศึกษาปัญหาในการเขียนพินิจทางคณิตศาสตร์และการรับรู้การพินิจทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ มีผลการศึกษาดังตารางที่ 1 และตารางที่ 2 ตามลำดับ

ตารางที่ 1 ปัญหาในการเขียนพินิจทางคณิตศาสตร์ในแต่ละชั้นปีและโดยรวม

ปัญหาในการเขียนพินิจทางคณิตศาสตร์	ชั้นปีที่ 1 (24 คน)		ชั้นปีที่ 2 (21 คน)		ชั้นปีที่ 3 (22 คน)		ชั้นปีที่ 4 (19 คน)		รวม (86 คน)		แปลผล
	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	
1. การแยกแยะระหว่างข้อความที่กำหนดให้และข้อความที่ต้องพินิจ	1.46	1.02	1.29	1.15	1.64	0.79	1.63	0.96	1.50	0.98	ปานกลาง
2. การรู้และเข้าใจความหมายของคำนิยามที่ปรากฏในข้อความทางคณิตศาสตร์	1.50	0.98	1.48	0.81	1.68	0.72	1.84	0.83	1.62	0.84	ปานกลาง

ตารางที่ 1 (ต่อ)

ปัญหาในการเขียนพินิจ ทางคณิตศาสตร์	ชั้น ปีที่ 1	ชั้น ปีที่ 2	ชั้น ปีที่ 3	ชั้น ปีที่ 4	รวม (86 คน)	ปัญหาใน การเขียน พินิจ ทาง คณิตศาสตร์	ชั้น ปีที่ 1	ชั้น ปีที่ 2	ชั้น ปีที่ 3	ชั้น ปีที่ 4	รวม (86 คน)
3. การรู้และเข้าใจ สัญลักษณ์ที่ปรากฏใน ข้อความทางคณิตศาสตร์	1.58 (24 คน)	1.02 (21 คน)	1.10 (22 คน)	1.14 (19 คน)	1.27	0.77	1.37 (24 คน)	1.01 (21 คน)	1.34 (22 คน)	0.99 (19 คน)	น้อย
4. การเลือกวิธีการพินิจ	1.54	0.98	1.86	0.85	1.82	0.66	1.95	0.78	1.78	0.83	ปาน กลาง
5. การเขียนเริ่มต้นตาม วิธีการพินิจ	1.58	1.06	1.67	1.02	1.50	1.01	1.47	0.96	1.56	1.00	ปาน กลาง
6. การค้นหาและวิเคราะห์ แนวทางในการพินิจ	1.67	0.82	2.05	0.87	1.82	0.73	1.68	1.00	1.80	0.85	ปาน กลาง
7. การนำบทนิยามหรือ ทฤษฎีบทอื่น ๆ มาใช้ ในการพินิจ	1.79	0.88	1.90	0.89	1.73	0.77	2.05	0.91	1.86	0.86	ปาน กลาง
8. การเขียนพินิจให้เป็น ขั้นตอนจนได้ข้อสรุป	1.87	0.90	2.14	0.85	1.95	0.84	1.79	0.79	1.94	0.85	ปาน กลาง
9. การใช้กฎทาง ตรรกศาสตร์และการอ้าง เหตุผลในการเขียนพินิจ	1.92	0.93	1.86	0.91	1.73	0.77	1.84	0.90	1.84	0.87	ปาน กลาง
10. การใช้ภาษาและ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการเขียนพินิจ	1.58	1.02	1.67	0.97	1.41	0.73	1.79	0.92	1.60	0.91	ปาน กลาง

จากตารางที่ 1 จะเห็นว่า ปัญหาในการเขียนพินิจทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุดสามลำดับแรก ได้แก่ ข้อ 8 การเขียนพินิจให้เป็นขั้นตอนจนได้ข้อสรุป ข้อ 7 การนำบทนิยามหรือทฤษฎีบทอื่น ๆ มาใช้ในการพินิจ และข้อ 9 การใช้กฎทางตรรกศาสตร์และการอ้างเหตุผลในการเขียนพินิจ ซึ่งมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 1.94 1.86 และ 1.84 ตามลำดับ นั่นคือทั้งสามข้อนี้นักศึกษามีปัญหาปานกลาง

ตารางที่ 2 การรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละชั้นปีและโดยรวม

การรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (ค่าคำตอบในอุดมคติ)	ชั้นปีที่ 1 (24 คน)		ชั้นปีที่ 2 (21 คน)		ชั้นปีที่ 3 (22 คน)		ชั้นปีที่ 4 (19 คน)		รวม (86 คน)			
	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	แปลผล	d
1. การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์แตกต่างจากการพิสูจน์ในศาสตร์อื่น (5)	4.08	0.72	4.05	0.81	4.05	0.79	4.11	0.66	4.07	0.73	เห็นด้วย	0.93
2. การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นทั้งการอธิบายและการตรวจสอบข้อ ความทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นจริง (5)	4.42	0.72	4.38	0.50	4.41	0.73	4.26	0.56	4.37	0.63	เห็นด้วย	0.63
3. หากข้อความทางคณิตศาสตร์ได้รับการพิสูจน์แล้ว สามารถแน่ใจได้ว่าข้อความทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นจริง (5)	4.21	0.98	4.10	0.83	4.32	0.72	4.16	0.77	4.20	0.82	เห็นด้วย	0.80
4. การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่จำเป็นในการเรียนหลักสูตรคณิต ศาสตร์ระดับปริญญาตรี (5)	4.42	0.65	3.95	0.87	4.05	0.95	4.00	0.75	4.12	0.82	เห็นด้วย	0.88
5. ในวิชาคณิตศาสตร์ หลักฐานด้วยตัวอย่างจะบอกได้ว่า ข้อความใดเป็นจริง (1)	4.21	0.59	4.05	0.67	4.18	0.66	3.79	0.63	4.07	0.65	เห็นด้วย	3.07
6. ในบางครั้ง การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์จะเกี่ยวข้องกับกลยุทธ์ที่ไม่ชัดเจน (5)	3.87	0.80	3.86	0.85	3.59	0.80	3.79	0.71	3.78	0.79	เห็นด้วย	1.21
7. “การอ่าน” บทพิสูจน์ของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ในตำราเรียนช่วยให้เข้าใจว่า ทำไมผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นจริง (1)	4.17	0.92	4.10	0.70	3.95	0.79	3.68	0.82	3.99	0.82	เห็นด้วย	2.99

ตารางที่ 2 (ต่อ)

การรับรู้การพิสูจน์ทาง คณิตศาสตร์ (ค่าคำตอบในอุดมคติ)	ชั้นปีที่ 1 (24 คน)		ชั้นปีที่ 2 (21 คน)		ชั้นปีที่ 3 (22 คน)		ชั้นปีที่ 4 (19 คน)		รวม (86 คน)			
	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.	แปลผล	d
8. การพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีพิสูจน์ที่แตกต่างกันช่วยให้เข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์นั้นได้ดีขึ้น (5)	4.38	0.71	3.90	0.83	4.14	0.83	3.74	0.73	4.06	0.80	เห็นด้วย	0.94
9. การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ (5)	4.04	0.81	4.10	0.70	4.09	0.81	3.74	0.73	4.00	0.77	เห็นด้วย	1.00
10. วิธีการพิสูจน์ยุ่งยากกว่าการยกตัวอย่างค้านง่ายกว่าวิธี การ พิ สุ จ ณ์ อื่น ๆ (3)	4.42	0.65	4.10	0.94	4.32	0.84	3.89	0.74	4.20	0.81	เห็นด้วย	1.20

หมายเหตุ d แทน ค่าผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยกับค่าคำตอบในอุดมคติ

จากตารางที่ 2 จะเห็นว่า การรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ที่มีค่าเฉลี่ยใกล้เคียงกับค่าในอุดมคติมากที่สุด คือ ข้อ 2 การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นทั้งการอธิบายและการตรวจสอบข้อความทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นจริง ซึ่งมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 4.37 โดยนักศึกษามีการรับรู้เห็นด้วยและมีค่าผลต่างกับค่าในอุดมคติ เท่ากับ 0.63 ส่วนการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ที่มีค่าเฉลี่ยแตกต่างกับค่าในอุดมคติมากที่สุด คือ ข้อ 5 ในวิชาคณิตศาสตร์ หลักฐานด้วยตัวอย่างจะบอกได้ว่า ข้อความใดเป็นจริง ซึ่งมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 4.07 โดยนักศึกษามีการรับรู้เห็นด้วยและมีค่าผลต่างกับค่าในอุดมคติ เท่ากับ 3.07

ตอนที่ 2 การเปรียบเทียบปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ จำแนกตามชั้นปี มีผลการศึกษาดังตารางที่ 3 และตารางที่ 4 ตามลำดับ

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์จำแนกตามชั้นปี ด้วยการทดสอบครุสคัล-วัลลิส

ปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	Mean Rank				Kruskal-Wallis H	Sig.
	ปี 1	ปี 2	ปี 3	ปี 4		
1. การแยกแยะระหว่างข้อความที่กำหนดให้และข้อความที่ต้องพิสูจน์	42.23	39.12	46.36	46.63	1.444	0.695
2. การรู้และเข้าใจความหมายของคำนิยามที่ปรากฏในข้อความทางคณิตศาสตร์	41.29	38.98	45.02	49.53	2.378	0.498
3. การรู้และเข้าใจสัญลักษณ์ที่ปรากฏในข้อความทางคณิตศาสตร์	49.27	37.50	42.00	44.58	2.832	0.418

ตารางที่ 3 (ต่อ)

ปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	Mean Rank				Kruskal-Wallis H	Sig.
	ปี 1	ปี 2	ปี 3	ปี 4		
4. การเลือกวิธีการพิสูจน์	38.38	45.21	43.34	48.26	2.126	0.547
5. การเขียนเริ่มต้นตามวิธีการพิสูจน์	44.38	46.05	42.05	41.26	0.514	0.916
6. การค้นหาและวิเคราะห์แนวทางในการพิสูจน์	39.44	50.31	43.45	41.16	2.740	0.433
7. การนำทฤษฎีหรือทฤษฎีบทอื่น ๆ มาใช้ในการพิสูจน์	41.88	44.62	39.41	49.05	1.888	0.596
8. การเขียนพิสูจน์ให้เป็นขั้นตอนจนได้ข้อสรุป	42.13	49.50	43.16	39.00	2.156	0.541
9. การใช้กฎทางตรรกศาสตร์และการอ้างเหตุผลในการเขียนพิสูจน์	46.63	43.52	39.59	44.05	1.063	0.786
10. การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเขียนพิสูจน์	42.92	45.24	37.43	49.34	2.762	0.430

หมายเหตุ ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

จากตารางที่ 3 จะเห็นว่า ปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุศาสตร์สวนสุนันทา จำแนกตามชั้นปีในแต่ละหัวข้อไม่แตกต่างกัน

ตารางที่ 4 เปรียบเทียบการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ จำแนกตามชั้นปี ด้วยการทดสอบครุสคัล-วัลลิส

การรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	Mean Rank				Kruskal-Wallis H	Sig.
	ปี 1	ปี 2	ปี 3	ปี 4		
1. การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์แตกต่างจากการพิสูจน์ในศาสตร์อื่น	43.67	43.57	42.64	44.21	0.051	0.997
2. การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นทั้งการอธิบายและการตรวจสอบข้อความทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นจริง	46.17	42.43	45.89	38.55	1.596	0.660
3. หากข้อความทางคณิตศาสตร์ได้รับการพิสูจน์แล้ว สามารถแน่ใจได้ว่า ข้อความทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นจริง	45.35	40.33	46.30	41.42	1.025	0.795
4. การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับปริญญาตรี	51.83	38.86	42.64	39.11	4.623	0.202
5. ในวิชาคณิตศาสตร์ หลักฐานด้วยตัวอย่างจะบอกได้ว่า ข้อความใดเป็นจริง	48.15	42.76	47.36	33.97	5.284	0.152
6. ในบางครั้ง การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์จะเกี่ยวข้องกับกลยุทธ์ที่ไม่ชัดเจน	46.69	46.00	37.70	43.42	2.056	0.561
7. “การอ่าน” บทพิสูจน์ของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ในตำราเรียน ช่วยให้เข้าใจว่า ทำไมผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นจริง	50.27	45.93	42.48	33.45	5.871	0.118
8. การพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีพิสูจน์ที่แตกต่างกัน ช่วยให้เข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์นั้นได้ดีขึ้น	52.75	39.24	46.25	33.34	8.360	0.039*
9. การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ	45.35	46.19	46.14	35.13	3.173	0.366
10. วิธีการพิสูจน์แย้งด้วยการยกตัวอย่างค้านง่ายกว่าวิธีการพิสูจน์อื่น ๆ	49.42	41.71	47.41	33.47	5.881	0.118

หมายเหตุ ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

จากตารางที่ 4 จะเห็นว่า การรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาคณิตศาสตร์จำแนกตามชั้นปีในแต่ละหัวข้อไม่แตกต่างกัน ยกเว้นการรับรู้ในหัวข้อ “การพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีพิสูจน์ที่แตกต่างกันช่วยให้เข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์นั้นได้ดีขึ้น” อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตารางที่ 5 เปรียบเทียบรายค่าของการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในข้อ 8 ด้วยการทดสอบครุสคัล-วอลลิส

รายคู่ของชั้นปี	Test Statistic	Std. Error	Std. Test Statistic	Sig.	Adj. Sig.
ปี 4 กับปี 2	5.896	7.396	0.797	0.425	1.000
ปี 4 กับปี 3	12.908	7.316	1.764	0.078	0.466
ปี 4 กับปี 1	19.408	7.173	2.706	0.007	0.041*
ปี 2 กับปี 3	-7.012	7.127	-0.984	0.325	1.000
ปี 2 กับปี 1	13.512	6.980	1.936	0.053	0.317
ปี 3 กับปี 1	6.500	6.865	0.943	0.346	1.000

หมายเหตุ ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 และ Adj. Sig. เป็นการปรับค่านัยสำคัญด้วย Bonferroni correction

จากตารางที่ 5 จะเห็นว่า นักศึกษาคณะครุศาสตร์ชั้นปีที่ 4 กับชั้นปีที่ 1 มีการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในข้อ 8 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สรุปผลและอภิปรายผล

1. การศึกษาปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ พบว่า ปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุดสามลำดับแรก ได้แก่ 1) การเขียนพิสูจน์ให้เป็นขั้นตอนจนได้ข้อสรุป 2) การนำบทนิยามหรือทฤษฎีบทอื่น ๆ มาใช้ในการพิสูจน์ และ 3) การใช้กฎทางตรรกศาสตร์และการอ้างเหตุผลในการเขียนพิสูจน์ ตามลำดับ ซึ่งทั้งสามข้อนี้เป็นปัญหาในขั้นของการแสดงพิสูจน์ สอดคล้องกับงานวิจัยของธนพรพร พุกกะวัน (2560) ที่พบข้อผิดพลาดที่มากที่สุดของนักศึกษาครูในการแสดงวิธีการพิสูจน์ทางตรงและการพิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้งสลับอยู่ในขั้นของการแสดงพิสูจน์ รวมทั้งยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Noto, Priatna, & Dahlan (2019) ที่พบว่า ปัญหาหนึ่งในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษา คือ ไม่สามารถนำบทนิยามหรือทฤษฎีบทที่ทราบมาใช้ในการเขียนพิสูจน์ได้ สะท้อนให้เห็นว่า นักศึกษายังขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับบทนิยามหรือทฤษฎีบทที่ทราบมาก่อน หรือมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างน้อย อันเนื่องมาจากความพร้อมทางการเรียนของนักศึกษา หรืออาจมาจากการจัดการเรียนการสอนการพิสูจน์ของผู้สอนเอง ส่วนการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ที่มีค่าเฉลี่ยใกล้เคียงกับค่าในอุดมคติมากที่สุด คือ “การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นทั้งการอธิบายและการตรวจสอบข้อความทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นจริง” ซึ่งมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 4.37 โดยนักศึกษามีการรับรู้เห็นด้วย และมีค่าผลต่างกับค่าในอุดมคติ เท่ากับ 0.63 สะท้อนให้เห็นว่า นักศึกษามีการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับบทบาทและหน้าที่ของการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (Knuth, 2002) ในขณะที่การรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ที่มีค่าเฉลี่ยแตกต่างกับค่าในอุดมคติมากที่สุด คือ “ในวิชาคณิตศาสตร์ หลักฐานด้วยตัวอย่างจะบอกได้ว่า ข้อความใดเป็นจริง” ซึ่งมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 4.07 โดยนักศึกษามีการรับรู้เห็นด้วย แต่มีค่าผลต่างกับค่าในอุดมคติ เท่ากับ 3.07 ซึ่งต่างจากงานวิจัยของ Almeida (2000) ซึ่งค่าเฉลี่ยของการรับรู้ในหัวข้อนี้ต่างจากค่าในอุดมคติ เท่ากับ 1.45 ทั้งนี้อาจขึ้นอยู่กับบริบทการจัดการเรียนการสอนและการเน้นย้ำเกี่ยวกับการรับรู้ในหัวข้อนี้ของชั้นเรียนนั้น ซึ่งการรับรู้นี้อาจทำให้เกิดปัญหาในการเรียนการสอนได้ โดยเมื่อผู้เรียนเห็น

ด้วยกับข้อความของการรับรู้นี้ ผู้เรียนอาจแสดงหลักฐานด้วยตัวอย่างที่สอดคล้องกับข้อความทางคณิตศาสตร์นั้นเพื่อเป็นการยืนยันว่า ข้อความทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นจริง แทนที่จะเขียนพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์นั้นด้วยระเบียบวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยข้อค้นพบเหล่านี้สามารถนำไปเป็นแนวทางสำคัญในการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขปัญหาในการเขียนการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และส่งเสริมการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งจะเป็นการเสริมสร้างองค์ประกอบที่สำคัญของสมรรถนะในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ทั้งความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทักษะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และเจตคติ/คุณลักษณะที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์

2. การเปรียบเทียบปัญหาและการรับรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์จำแนกตามชั้นปี พบว่า ปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุจำแนกตามชั้นปีในแต่ละหัวข้อไม่แตกต่างกัน ยกเว้นการรับรู้ในข้อ 8 “การพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีพิสูจน์ที่แตกต่างกันช่วยให้เข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์นั้นได้ดีขึ้น” อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อพิจารณาค่าเฉลี่ย พบว่า ค่าเฉลี่ยหัวข้อ 8 ของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 มีค่าเท่ากับ 4.38 ซึ่งสูงกว่าค่าเฉลี่ยหัวข้อ 8 ของนักศึกษาชั้นปีที่ 4 ที่มีค่าเท่ากับ 3.74 โดยการรับรู้ยังคงเป็นเห็นด้วยเช่นกัน แต่อาจด้วยเนื้อหาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในชั้นปีที่ 1 เป็นเนื้อหาเบื้องต้น เมื่อใช้วิธีการพิสูจน์ที่แตกต่างกันจึงช่วยให้เข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นได้ดีขึ้น แต่เมื่อมีการเรียนรายวิชาที่มีเนื้อหาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในชั้นปีที่สูงขึ้นจนถึงชั้นปีที่ 4 แม้นักศึกษาได้เรียนรู้ด้วยวิธีการพิสูจน์ที่แตกต่างกันก็อาจจะไม่ได้ช่วยให้เข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นได้ดีขึ้น อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาข้อมูลจากตารางที่ 5 เพิ่มเติม จะพบว่า นักศึกษาครูในชั้นปีที่ 2 กับชั้นปีที่ 1 มีการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ข้อ 8 ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Almeida (2000) ที่พบว่า นักศึกษาสาขาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 2 กับชั้นปีที่ 1 มีการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับข้อ 8 ไม่แตกต่างกัน และสำหรับปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุจำแนกตามชั้นปีในแต่ละหัวข้อที่ไม่แตกต่างกันนั้น อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนการสอนรายวิชาที่เน้นการพิสูจน์เป็นคณาจารย์ผู้สอนชุดเดียวกัน

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการนำผลวิจัยไปใช้

1. อาจารย์ผู้สอนรายวิชาที่เน้นการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ควรพิจารณาปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์จากค่าเฉลี่ยของแต่ละรายการปัญหาในแต่ละชั้นปีนั้น แม้ว่าเปรียบเทียบปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์จำแนกตามชั้นปีไม่แตกต่างกัน เพื่อใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการจัดการเรียนการสอนในแต่ละชั้นปีนั้นต่อไป โดยเฉพาะอย่างยิ่งควรพิจารณารายการปัญหาที่มีค่าเฉลี่ยของทุกชั้นปีค่อนข้างสูงหรือมีแนวโน้มของค่าเฉลี่ยสูงขึ้น ซึ่งสะท้อนให้เห็นถึงนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ยังคงประสบกับปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในรายการนี้ รวมถึงควรพิจารณารายการปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีค่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานค่อนข้างสูงหรือมีค่าใกล้เคียง 1 ซึ่งอาจารย์ผู้สอนอาจต้องจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับความแตกต่างของผู้เรียนที่ประสบกับปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ในรายการนี้

2. อาจารย์ผู้สอนรายวิชาที่เน้นการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ควรพิจารณาการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ทั้งจากค่าเฉลี่ยและผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยกับค่าในอุดมคติ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการรับรู้ที่มีค่าผลต่างดังกล่าวค่อนข้างสูงหรือมากกว่า 1 รวมถึงควรพิจารณาการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์จากค่าเฉลี่ยของแต่ละรายการการรับรู้ในแต่ละชั้นปีประกอบอีกด้วย

ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรศึกษาปัญหาในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์จากงานเขียนของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ รวมถึงตรวจสอบการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างสม่ำเสมอ โดยเฉพาะอย่างยิ่งหลังจากเรียนรายวิชาที่เน้นการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
2. ควรพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนหรือเทคนิคการสอนเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และส่งเสริมการรับรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์

เอกสารอ้างอิง

- กันยา สุวรรณแสง. (2558). *จิตวิทยาทั่วไป* (พิมพ์ครั้งที่ 7). รวมสาส์น (1997).
- ขจรศรี วรรณสถิตย์. (2544). *ปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ระดับปริญญาตรี* [วิทยานิพนธ์ปริญญาโท]. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. http://thesis.swu.ac.th/swuthesis/Math/Kajonsri_W.pdf
- จิตติวรา พลเยี่ยม. (2563). การศึกษาการรับรู้หลักการเรียนและการสอนของนิสิตครู. *วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม*, 39(2), 44-60. <https://so03.tci-thaijo.org/index.php/humsujournal/article/view/238961>
- เดลินิวส์. (2561). 38 มรภ.ลงนามใช้หลักสูตรครู 4 ปีร่วมกัน. สืบค้น 8 กุมภาพันธ์ 2566, จาก <https://d.dailynews.co.th/education/685002/>
- ธนพรพร พุกกะวัน. (2560). การศึกษาความสามารถและปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาหลักสูตรศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสวนดุสิต. *วารสารวิจัย มสค*, 13(2), 167-183. <https://so03.tci-thaijo.org/index.php/sduhs/article/view/186594>
- พิมพ์เพ็ญ เวชชาชีวะ. (2560). *การพิสูจน์*. ด้านสุทธาการพิมพ์.
- ภัทรธีรา เทียนเพิ่มพูน. (2562). การรับรู้ของนักศึกษาวิชาชีพครูเกี่ยวกับการใช้เฟสบุ๊กเพื่อการสอนภาษาอังกฤษ. *วารสาร มจร พุทธปัญญาปริทรรศน์*, 4(3), 345-356. <https://so03.tci-thaijo.org/index.php/jmbr/article/view/216318>
- มหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนนครินทร์. (2562). *หลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (4 ปี) หลักสูตรปรับปรุง พ.ศ. 2562*. มหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนนครินทร์.
- วรรณดี แสงประทีปทอง และศศิธร บัวทอง. (2562). การออกแบบเลือกกลุ่มตัวอย่าง. ใน บุญศรี พรหมมาพันธุ์ (บ.ก.), *การวิจัยทางการวัดและประเมินผลทางการศึกษา*. (น. 4-1-4-61). โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมนิราช.
- วิชัย วงษ์ใหญ่ และมารุต พัฒนาผล. (2563). *การประเมินการเรียนรู้ใน New normal*. บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สำนักงานราชบัณฑิตยสภา. (2564). *พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสภา* (พิมพ์ครั้งที่ 2). ธนาพรเส.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2562). *เข้าใจสมรรถนะอย่างง่าย ๆ ฉบับประชาชน และเข้าใจหลักสูตรฐานสมรรถนะอย่างง่าย ๆ ฉบับครู ผู้บริหาร และบุคลากรทางการศึกษา*. 21 เซ็นจูรี.
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2559). *คู่มือบริหารจัดการเวลาเรียน ตามนโยบาย “ลดเวลาเรียน เพิ่มเวลารู้”*. โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- สำนักส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน มหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนนครินทร์. (2565). *ระบบทะเบียนสำหรับอาจารย์ มหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนนครินทร์*. สืบค้น 8 กุมภาพันธ์ 2566, จาก https://reg.rru.ac.th/teacher/std_teach.php
- อรนุช ศรีสะอาด. (2554). การประเมินตนเอง (Self-Assessment). *วารสารการวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม*, 17(2), 3-7. <https://so02.tci-thaijo.org/index.php/jemmsu/article/view/153795>

- อัมพร ม้าคนอง. (2559). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ* (พิมพ์ครั้งที่ 3). โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- Almeida, D. (2000). A survey of mathematics undergraduates' interaction with proof: some implications for mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(6), 869-890. <https://doi.org/10.1080/00207390050203360>
- Cetin, A. Y., & Dikici, R. (2021). Organizing the mathematical proof process with the help of basic components in teaching proof: Abstract algebra example. *LUMAT*, 9(1), 235-255. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.9.1.1497>
- Idek, S., & Fong, L. L. (2015). The Use of Consciousness-Raising Techniques in Teaching the Verb 'be' to Students of Vocational Colleges. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 208, 111-121. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.11.187>
- Knuth, E. J. (2002). Secondary School Mathematics Teachers' Conceptions of Proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 379-405. <https://doi.org/10.2307/4149959>
- Moore, R. C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 249-266. <https://doi.org/10.1007/BF01273731>
- Noto, M. S., Priatna, N., & Dahlan, J. A. (2019). Mathematical proof: The learning obstacles of pre-service mathematics teachers on transformation geometry. *Journal on Mathematics Education*, 10(1), 117-126. <https://doi.org/10.22342/jme.10.1.5379.117-126>
- Salant, P., & Dillman, D. A. (1994). *How to conduct your own survey*. John Wiley & Sons.
- Schoenfeld, A. H. (2009). The Soul of Mathematics. In D. A. Stylianou, M. L. Blanton, & E. J. Knuth (Eds.), *Teaching and learning proof across the grades: a K-16 perspective*. (pp. xii-xvi). Routledge.
- Toomnan, P., & Putsayainunt, B. (2022). Technologies in English Online Learning for Vendors. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, 17(16), 126-136. <https://doi.org/10.3991/ijet.v17i16.33387>
- Vagias, W. M. (2006). *Likert-type scale response anchors*. Clemson University.