



แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามวิธีการ Concrete Pictorial Abstract ร่วมกับการใช้
โปรแกรม GeoGebra ที่ส่งเสริมโน้ตทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง
ของนักเรียนชนเผ่าลาหู่ในเขตภาคเหนือตอนล่าง
Concrete Pictorial Abstract Approach with GeoGebra Program to Develop Mathematical
Concepts on Factoring Polynomials of Second Degree for Lahu Tribal Students
in the Lower Northern Region

สุภาภรณ์ พรหมภาศา* และสิรินภา กิจเกื้อกูล
Supaporn Prommakas* and Sirinapa Kijkuakul

ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร อำเภอเมือง จังหวัดพิษณุโลก 65000
Department of Education, Faculty of Education, Prince of Naresuan University, Muang, Phitsanulok 65000, Thailand

*Corresponding author, e-mail: goo_banzdai@hotmail.com

(Received: May 14, 2020; Revised: Jun 11, 2020; Accepted: Jun 23, 2020)

บทคัดย่อ

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังพบนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและไม่เข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จึงทำวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามวิธีการ Concrete Pictorial Abstract ร่วมกับการใช้ โปรแกรม GeoGebra ที่ส่งเสริมโน้ตทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง ของนักเรียนชนเผ่าลาหู่ใน เขตภาคเหนือตอนล่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 7 คน ของโรงเรียนขยายโอกาสในจังหวัดกำแพงเพชร เครื่องมือวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบสะท้อนผล ผลงานนักเรียน ใบกิจกรรม และแบบสำรวจมโนทัศน์ นำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ เชิงเนื้อหาและตรวจสอบข้อมูลด้วยวิธีสามเส้า ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) การ แนะนำ ชี้แจง 2) การสำรวจด้วยโปรแกรม GeoGebra 3) การจำแนกความรู้ และ 4) การปรับแนวคิด และพบว่า นักเรียนมี มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Sound understanding หรือ SU) เพิ่มขึ้น ในขณะที่นักเรียนที่ไม่เข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (No understanding หรือ NU) และนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน (Specific misconception หรือ MU) มี จำนวนลดลงในระหว่างจัดการเรียนรู้ และท้ายที่สุดนักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Sound understanding หรือ SU) เพิ่มขึ้นหลังการจัดการเรียนรู้ ผลการวิจัยจะเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาความสามารถ ในด้านต่าง ๆ ของนักเรียน ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการเชื่อมโยง และความสามารถในการใช้ เทคโนโลยีต่อไป

คำสำคัญ : วิธีการสอนรูปธรรม ภาพ และนามธรรม โปรแกรมจีโอจีบร้า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Abstract

Mathematics teaching management found that the students had the inaccurate and no understanding the mathematical concepts. Therefore conducting action research for developed the Concrete Pictorial Abstract Approach with GeoGebra program to promoted mathematical concepts on factoring polynomial of second degree for Lahu tribal students in the lower northern region. The research population were 7 students in Grade 8 of the expand opportunity school in Kamphaengphet province. Research tools consisted of lesson plans, reflection form, student works, activity sheets, and conceptual surveying. Analyze the received data by content analysis and validated data by the triangulations method. This research found that the learning management included 4 step: there were 1) Guided explication 2) Exploratory by GeoGebra 3) Knowledge classification and 4) Concept reification. And also found that the students had more mathematical concepts (sound understanding (SU)) while less number of students had

no understanding the mathematical concepts (no understanding (NU)) and mathematical concepts that were inaccurate (specific misconception (MU)) during learning. Concluding, most students has developed the mathematical concepts (sound understanding (SU)) after learning. The research result will be a guideline for managing mathematics learning to develop the student's abilities. There are problem solving ability, connecting, and ability to use technology.

Keywords: Concrete Pictorial Abstract, GeoGebra, Mathematics Concepts

บทนำ

โมโนมิติทางคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะความสำเร็จทางการเรียนคณิตศาสตร์ ขึ้นอยู่กับความเข้าใจในโมโนมิติที่ถูกต้อง หากนักเรียนมีโมโนมิติที่ถูกต้องแล้ว ก็จะสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ดีด้วย (Mhajibakklang, 2011, pp. 54-55) การเกิดโมโนมิติที่คลาดเคลื่อนมีหลายสาเหตุหลาย ได้แก่ การละเลยเงื่อนไขของทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือบทนิยามทางคณิตศาสตร์ ความรู้พื้นฐานความสามารถทางการคิด ระดับสติปัญญา ประสบการณ์ของนักเรียน บริบทและกระบวนการจัดการเรียนการสอนของครู หากเกิดโมโนมิติที่คลาดเคลื่อนขึ้นแล้วจะมีผลกระทบต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก โดยอาจนำความรู้ไปใช้อย่างไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ จากการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาพบว่า เนื้อหาการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองเป็นเนื้อหาที่มีความสำคัญ และจำเป็นสำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์ขั้นสูงจำนวนมาก นักเรียนส่วนใหญ่คิดว่าเป็นเนื้อหาที่ยากเนื่องจากมีลักษณะเป็นนามธรรม ยากต่อการทำความเข้าใจและนอกจากนี้ยังพบนักเรียนมีโมโนมิติที่คลาดเคลื่อนอีกด้วย

Concrete Pictorial Abstract เป็นวิธีการสอนสำหรับการพัฒนาโมโนมิติทางคณิตศาสตร์เบื้องต้นในระดับประถมศึกษาของประเทศสิงคโปร์ (Tor et al., 2019 p.25) ที่เน้นกระบวนการสร้างองค์ความรู้ โดยเริ่มจาก Concrete เป็นการเรียนรู้ผ่านสิ่งที่เห็นเป็นรูปธรรม สิ่งที่สามารถสัมผัสได้เพื่อเป็นสัญลักษณ์โมโนมิติในเรื่องนั้นๆ Pictorial เป็นการเรียนรู้ผ่านสิ่งที่เห็นเป็นภาพ โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถสร้างภาพขององค์ความรู้ไปสู่ Abstract และ Abstract เป็นการเรียนรู้ผ่านสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตามการให้นักเรียนสัมผัสกับคณิตศาสตร์ผ่านสิ่งที่เห็นเป็นรูปธรรม ทำให้นักเรียนมองภาพรวมออกได้ง่าย เป็นการสร้างแรงจูงใจให้กับนักเรียน และมองว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องใกล้ตัว ทำให้ได้มาซึ่งโมโนมิติทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้ ซึ่งมีขั้นตอนการเรียนรู้ 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1. การแนะนำชี้แจง (Guided explication) 2. การทำความเข้าใจแบบสำรวจ (Exploratory familiarization) 3. การจำแนกความรู้ (Knowledge classification) และ 4. การปรับแนวคิด (Concept reification) (Hui et al., 2017, pp.1-3)

อย่างไรก็ตามเมื่อโมโนมิติมีความซับซ้อนมากขึ้น การสร้างความเชื่อมโยงโมโนมิติทางคณิตศาสตร์ผ่านสิ่งที่เห็นเป็นรูปธรรม เช่น เกม ลูกคิด พิวเจอร์บอร์ด วัตถุอื่นหรือสิ่งของในชีวิตประจำวัน อาจยังไม่เพียงพอต่อความเข้าใจโมโนมิติเรื่องนั้นๆ เพื่อให้การสอนมีความน่าสนใจ เหมาะสมกับนักเรียน และมีความเป็นรูปธรรม โปรแกรม GeoGebra จึงเป็นทางเลือกที่จะนำเข้ามาประยุกต์กับการจัดการเรียนรู้ ซึ่งผลของการนำโปรแกรม GeoGebra ไปใช้ในกระบวนการเรียนการสอนได้ถูกนำเสนอผ่านงานวิจัยของ Phooddee & Unsok (2016, p. 3) พบว่า โปรแกรม GeoGebra มีคุณสมบัติทั้งด้านเรขาคณิต และพีชคณิต สามารถพัฒนากระบวนการคิดขั้นสูงของนักเรียนได้ เพราะมีความเป็นรูปธรรม นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติโดยการสร้างชิ้นงาน สร้างสื่อสามมิติ การสำรวจ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ผ่านการใช้เทคโนโลยี สามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง พัฒนาทักษะของการนิรนัย กระบวนการแก้ปัญหา และเป็นตัวอธิบายเพื่อสร้างความเข้าใจที่กระจ่างชัดในเรื่องนั้น ๆ ให้กับนักเรียนได้ ซึ่งสอดคล้องกับ Phasong et al. (2016, p.464) ที่กล่าวว่า การสอนด้วยโปรแกรม GeoGebra ช่วยให้นักเรียนมองเห็นการดำเนินการที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถค้นพบองค์ความรู้ด้วยตัวเอง โดยมีครูมีหน้าที่คอยแนะนำในการสอนแต่ละขั้น เป็นโปรแกรมที่ใช้งานง่าย สะดวกและมีความเป็นพลวัต ซึ่งสามารถเคลื่อนไหวและโต้ตอบกับนักเรียนผ่านการลงมือปฏิบัติ นอกจากนี้ยังมีความยืดหยุ่นสูงสามารถปรับใช้ให้เหมาะสมกับการเรียนการสอนได้

เนื่องด้วยโรงเรียนที่จัดการเรียนการสอนเป็นโรงเรียนขนาดกลาง มีความพร้อมในด้านเทคโนโลยี แต่เนื่องจากนักเรียนร้อยละ 80 เป็นชนเผ่าลาหู่ พื้นฐานครอบครัวไม่ได้ใช้ภาษาไทยในการสื่อสารในชีวิตประจำวัน ทำให้บางครอบครัวไม่สามารถสื่อสารเป็นภาษาไทยได้ ไม่เข้าใจภาษาและโครงสร้างของภาษา ทำให้เกิดความผิดพลาดในการใช้ภาษาบ่อยครั้ง นักเรียนไม่กล้าสื่อสารกับผู้อื่น และอาจส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่มีโมโนมิติที่คลาดเคลื่อนในบางเรื่องด้วย จากสภาพบริบทที่



กล่าวมาข้างต้น ทำให้มองเห็นสิ่งแวดล้อมในการดำรงชีวิตของนักเรียน ที่แตกต่างไปจากสังคมในเมืองใหญ่ๆ นั้นทำให้การนำโปรแกรม GeoGebra เข้ามาประยุกต์กับการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับบริบทของนักเรียนและบริบทของโรงเรียน

ด้วยความสำคัญดังกล่าว จึงศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามวิธีการ Concrete Pictorial Abstract ร่วมกับการใช้โปรแกรม GeoGebra ที่ส่งเสริมโน้มน้าวทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองของนักเรียนชนเผ่าลาหู่ในเขตภาคเหนือตอนล่างของโรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่งในจังหวัดกำแพงเพชร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามวิธีการ Concrete Pictorial Abstract ร่วมกับการใช้โปรแกรม GeoGebra ที่ส่งเสริมโน้มน้าวทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง ของนักเรียนชนเผ่าลาหู่ในเขตภาคเหนือตอนล่าง
2. เพื่อศึกษามโนคติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง ของนักเรียนชนเผ่าลาหู่ในเขตภาคเหนือตอนล่าง เมื่อจัดการเรียนรู้ตามวิธีการ Concrete Pictorial Abstract ร่วมกับการใช้โปรแกรม GeoGebra

วิธีดำเนินการวิจัย

แบบแผนการทำวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการ โดยเน้นการศึกษาด้วยข้อมูลเชิงคุณภาพ มีขั้นตอนการวิจัยประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ประกอบด้วย ขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติ (Act) ขั้นสังเกต (Observe) และขั้นสะท้อนผล (Reflect) ที่เป็นวงจรต่อเนื่องกันตามแนวคิดของ Kemmis (1996 as cited in Kijkuakul, 2014, pp. 149-151) ดำเนินการวิจัยทั้งหมด 4 วงจร หลังเสร็จสิ้นการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจร จะนำข้อมูลที่ได้มาเป็นแนวทางในการพัฒนาและปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการต่อ ๆ ไป ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นจนครบทั้ง 4 วงจร

ผู้เข้าร่วมวิจัย

นักเรียนชนเผ่าลาหู่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่งในจังหวัดกำแพงเพชร ที่เรียนในรายวิชา ค22102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 7 คน

ขอบเขตของการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 4 เรื่อง ได้แก่ การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง ใช้เวลาในการวิจัยทั้งหมด 10 ชั่วโมง

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

1. แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 4 แผน มี 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 การแนะนำ ชี้แจง เริ่มด้วยสถานการณ์บริบทชีวิตจริงของนักเรียน เพื่อให้กิจกรรมมีความน่าสนใจและสร้างความมั่นใจในการตอบคำถามของนักเรียน จากนั้นทบทวนความรู้เดิม และแนะนำ อธิบายการใช้งานด้วยโปรแกรม GeoGebra โดยใช้การพูดคุยและถามตอบกับนักเรียน ขั้นที่ 2 การสำรวจด้วยโปรแกรม GeoGebra นักเรียนสร้างและสำรวจพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากตามเงื่อนไขที่กำหนดด้วยโปรแกรม GeoGebra โดยพิจารณาและสังเกตความสัมพันธ์ของพื้นที่ของสี่เหลี่ยมมุมฉากกับการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง และฝึกแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง เพื่อให้ นักเรียนสามารถสร้างและเชื่อมโยงองค์ความรู้ด้วยตนเอง ขั้นที่ 3 การจำแนกความรู้ นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเขียนภาพการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง พร้อมทั้งอธิบายความสัมพันธ์ที่พบ ขั้นที่ 4 การปรับแนวคิด ครูนำนักเรียนสรุปความสัมพันธ์ที่ได้เพื่อเชื่อมโยงแนวคิดไปสู่เชิงนามธรรม พร้อมทั้งอธิบายยกตัวอย่างและถามตอบกับนักเรียนเพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกัน แล้วจึงให้นักเรียนแสดงการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองและแสดงการแก้ปัญหามาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ทั้งนี้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ประกอบด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา ด้านวิทยาศาสตร์ศึกษา และด้านหลักสูตรและการสอน ได้เสนอแนะให้ปรับขั้นตอนการจัดกิจกรรมในขั้นที่ 2 และ 3 ให้มีความละเอียด ชัดเจน พร้อมทั้งให้ยกตัวอย่างประกอบในแต่ละขั้น และปรับเกณฑ์การวัดประเมินผลให้

สอดคล้องกับตัวแปรที่ศึกษา แล้วนำไปใช้ในวงจรปฏิบัติการ เพื่อหาแนวทางการประยุกต์ใช้ตามสภาพจริงต่อไป

2. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ เป็นแบบบันทึกประเด็นปัญหา อุปสรรค ข้อเสนอแนะ และแนวทางการแก้ไขปรับปรุงที่เกิดขึ้นในแต่ละวงจร โดยผู้วิจัยและครูประจำการกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการแก้ไขปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการถัดไป

3. ใบกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นเอกสารขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อสำรวจมโนคติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ส่วนที่ 1 กิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับมโนคติทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่ 1. การเขียนภาพของการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง (กิจกรรมกลุ่ม) และ 2. การแสดงวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง (กิจกรรมรายบุคคล) ส่วนที่ 2 กิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับการนำความรู้ไปใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา (กิจกรรมคู่) หลังผ่านการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญ ผู้วิจัยได้ปรับลดข้อคำถามในส่วนที่ 1 และเพิ่มข้อคำถามในส่วนที่ 2 ให้มีความเหมาะสม แล้วนำไปใช้เก็บข้อมูลขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละวงจร

4. ผลงานนักเรียน เป็นผลงานที่ได้ขณะปฏิบัติกิจกรรมด้วยโปรแกรม GeoGebra (Brzezinski retrieved November 16, 2019) ในการสร้างพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่สัมพันธ์กับการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองในขั้นตอนที่ 2 ของแต่ละวงจรปฏิบัติการ เพื่อสำรวจมโนคติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้

5. แบบสำรวจมโนคติทางคณิตศาสตร์ เป็นคำถามแบบ Two tier test จำนวน 12 ข้อ ในแต่ละมโนคติใช้คำถามจำนวน 3 ข้อ หลังผ่านการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญ ผู้วิจัยได้ปรับคำถามข้อ 7 มโนคติที่ 3 เรื่องการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองให้มีความชัดเจนมากขึ้น แล้วนำไปสำรวจมโนคติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน

การวิเคราะห์ข้อมูล

นำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทำการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content analysis) ดังนี้

1. นำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้จากผู้วิจัยและผู้ร่วมสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มาทำการวิเคราะห์ข้อมูลเมื่อสิ้นสุดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ โดยจัดระเบียบข้อมูลประเด็นการจัดการเรียนรู้ ปัญหาที่พบ และแนวทางการแก้ไข หาความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยพิจารณาว่าข้อมูลที่ได้มีประเด็นที่สอดคล้องและเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่ เพื่อให้ทราบถึงผลการดำเนินการปรับปรุงและการพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้การตรวจสอบข้อมูลแบบสามเส้า ด้านการใช้แหล่งข้อมูลมากกว่า 1 แหล่ง (Data triangulation) และการเข้าไปมีส่วนร่วมในบริบทเป็นเวลานาน (Prolonged engagement) แล้วสรุปแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับนักเรียน

2. นำผลงานนักเรียน ใบกิจกรรมการเรียนรู้ และแบบสำรวจมโนคติทางคณิตศาสตร์ มาทำการวิเคราะห์ข้อมูลเมื่อจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ โดยจัดระเบียบข้อมูลประเด็นมโนคติทางคณิตศาสตร์ ให้รหัสข้อมูล จัดกลุ่มข้อมูลเป็นหมวดหมู่ แล้วสรุปผลการพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในรูปของร้อยละ ซึ่งใช้เกณฑ์การจำแนกมโนคติทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิดของ Haidar (1997 as cited in Jumepaeng & Pavaputanon, 2012, p.5) ดังตารางที่ 1 ผู้วิจัยตรวจสอบข้อมูลแบบสามเส้า ด้านการใช้เครื่องมือมากกว่า 1 ชนิด (Methods triangulation) การเข้าไปมีส่วนร่วมในบริบทเป็นเวลานาน (Prolonged engagement) และการแสดงให้เห็นร่องรอยการวิเคราะห์ข้อมูล (Audit trail)

ตารางที่ 1 ตัวอย่างการวิเคราะห์มโนคติทางคณิตศาสตร์

ระดับมโนคติ	รหัส	ตัวอย่าง ลักษณะการตอบ	ตัวอย่าง การวิเคราะห์ข้อมูล
มโนคติทางคณิตศาสตร์ (sound understanding)	SU	$36x^2 - 49 = 6^2x^2 - 7^2$ $= (6x)^2 - 7^2$ $= (6x + 7)(6x - 7)$	-ใช้สมบัติของเลขยกกำลังได้ถูกต้อง -แยกตัวประกอบพหุนามที่เป็น ผลต่างของกำลังสองได้ถูกต้อง
มโนคติทางคณิตศาสตร์แบบไม่ สมบูรณ์ (partial understanding)	PU	$36x^2 - 49 = 6^2x^2 - 7^2$ $= (6x)^2 - 7^2$	-ใช้สมบัติของเลขยกกำลังได้ถูกต้อง
มโนคติทางคณิตศาสตร์บางส่วน และมีมโนคติคลาดเคลื่อนบางส่วน (partial understanding with specific misconception)	PU&MU	$36x^2 - 49 = 6^2x^2 - 7^2$ $= (6x)^2 - 7^2$ $= (6x - 7)(6x - 7)$	-ใช้สมบัติของเลขยกกำลังได้ถูกต้อง -แยกตัวประกอบพหุนามที่เป็น ผลต่างของกำลังสองไม่ถูกต้อง



ตารางที่ 1 (ต่อ)

ระดับโมโนติ	รหัส	ตัวอย่าง ลักษณะการตอบ	ตัวอย่าง การวิเคราะห์ข้อมูล
โมโนติทางคณิตศาสตร์ที่ คลาดเคลื่อน (specific misconception)	MU	$36x^2 - 49 = 6x^2 - 7^2$ $= (6x - 7)(6x - 7)$	-ใช้สมบัติของเลขยกกำลังไม่ถูกต้อง -แยกตัวประกอบพหุนามที่เป็น ผลต่างของกำลังสองไม่ถูกต้อง
ไม่เข้าใจโมโนติทางคณิตศาสตร์ (no understanding)	NU	$36x^2 - 49 = 36x^2 - 49$	ไม่ตอบ หรือคำตอบไม่ถูก อธิบายวิธี คิดไม่ได้

ผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามวิธีการ Concrete Pictorial Abstract ร่วมกับการใช้โปรแกรม GeoGebra ที่ส่งเสริมโมโนติทางคณิตศาสตร์เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนล่าง

ขั้นตอนที่ 1 การแนะนำ ชี้แจง ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 2 3 และ 4 นำเสนอสถานการณ์ที่นักเรียนคุ้นเคยเกี่ยวกับ ประเพณีและวิถีชีวิตของนักเรียน เช่น ประเพณีวันปีใหม่ที่นักเรียนได้เข้าร่วมทุกปี โดยให้นักเรียนใช้สมการพหุนามในการหา ความสูงของพลุในวันปีใหม่นี้ นักเรียนมีสนใจกิจกรรมและร่วมกันแสดงความคิดเห็นอย่างหลากหลาย จากนั้นทบทวนความรู้ เดิมของนักเรียน แล้วจึงแนะนำโปรแกรม GeoGebra ที่เกี่ยวกับการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง นักเรียนรู้สึกตื่นเต้นและ กระตือรือร้นในการตอบคำถาม ดังนั้นในขั้นนี้การเริ่มต้นด้วยสถานการณ์ในบริบทชีวิตจริงที่นักเรียนคุ้นเคย ทำให้กิจกรรมมี ความน่าสนใจและสร้างความมั่นใจในการตอบ ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น และหากพบนักเรียนไม่ให้ความ ร่วมมือ จะต้องใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วม และโปรแกรม GeoGebra เป็นโปรแกรมที่นักเรียนให้ความสนใจ เป็นส่วนหนึ่งที่ให้นักเรียนอยากรู้อย่างจะแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองด้วยโปรแกรม GeoGebra ได้อย่างไร

ขั้นตอนที่ 2 การสำรวจด้วยโปรแกรม GeoGebra ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่านักเรียนเกิดความสนใจและ กระตือรือร้นเป็นอย่างมาก แต่มีนักเรียนบางส่วนยังสับสนในการอธิบายพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่สัมพันธ์กับการแยกตัว ประกอบพหุนามดีกรีสอง นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนสนทนาเป็นภาษาถิ่นในระหว่างจัดกิจกรรม ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 จึง อธิบายและยกตัวอย่างประกอบ พร้อมทั้งสร้างข้อตกลงกับนักเรียนให้สื่อสารเป็นภาษาไทย เพื่อป้องกันการเกิดโมโนติที่ คลาดเคลื่อน ดังนั้นในวงจรปฏิบัติการที่ 3 และ 4 จึงใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้อภิปรายแนวคิดของตนเองและคอยชี้แนะอยู่ เสมอ ทำให้นักเรียนสามารถสร้างและอธิบายแนวคิดของตนเองได้ ดังนั้นในขั้นนี้การให้นักเรียนสำรวจและฝึกแยกตัวประกอบ พหุนามดีกรีสองด้วยโปรแกรม GeoGebra นักเรียนจะรู้สึกตื่นเต้น มีความกระตือรือร้นอย่างมาก และเป็นกิจกรรมที่กระตุ้น การเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งก่อนการทำกิจกรรมต้องแนะนำและอธิบายให้นักเรียนได้เข้าใจตรงกัน และควรนำนักเรียนสรุป กิจกรรมว่า นักเรียนได้สังเกตเห็นความสัมพันธ์อะไรบ้าง และความสัมพันธ์นั้นเป็นอย่างไร

ขั้นตอนที่ 3 การจำแนกความรู้ ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 พบว่า นักเรียนบางส่วนไม่มั่นใจในการวาดภาพ และไม่ กล้าเขียนคำตอบ ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 จึงใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นร่วมกัน และยังพบว่านักเรียนบาง กลุ่มใช้เวลาวาดภาพเกินกว่าที่กำหนด ดังนั้นวงจรปฏิบัติการที่ 3 และ 4 จึงคอยกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันทำงาน แบ่งหน้าที่ ให้ชัดเจน จะเห็นว่าในขั้นนี้ส่งเสริมให้นักเรียนแต่ละกลุ่มวาดภาพแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง เพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยง แนวคิดจากสิ่งที่เรียนรู้มาเป็นภาพ ฝึกวิเคราะห์ความสัมพันธ์ที่พบก่อนหน้านี้ และสังเคราะห์เป็นองค์ความรู้ของตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้กัน ควรแนะนำให้นักเรียนแบ่งหน้าที่ในการทำงานให้ชัดเจน

ขั้นตอนที่ 4 การปรับแนวคิด ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนบางส่วนยังดำเนินการแยกตัวประกอบพหุนาม ผิดพลาด ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 จึงตรวจสอบและทบทวนความรู้ที่จำเป็น โดยการอธิบายและเน้นย้ำกับนักเรียนหลายๆ รอบ ใน วงจรปฏิบัติการที่ 3 จึงใช้การพูดคุยให้นักเรียนได้อธิบายสิ่งที่นักเรียนเข้าใจและวิธีการที่จะดำเนินการ เพื่อสรุปเป็นประเด็นใน การเขียนตอบ ดังนั้นในวงจรปฏิบัติการที่ 4 จึงยกตัวอย่างที่หลากหลายแล้วให้นักเรียนอธิบายแนวคิดเพื่อเป็นแนวทางในการ เขียนได้ จะเห็นว่าในขั้นนี้ควรนำนักเรียนสรุปความสัมพันธ์ที่ได้จากการทำกิจกรรมก่อนหน้านี้ โดยเป็นการทบทวนความเข้าใจ จากกิจกรรมก่อนหน้านี้ว่านักเรียนเข้าใจมากน้อยเพียงใด และอาจแนะนำนักเรียนบ้างแต่ควรหลีกเลี่ยงการบอกแนวทางโดยตรง

2. มโนคติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชนเผ่าลาหู่ในเขตภาคเหนือตอนล่าง เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง เมื่อจัดการเรียนรู้ตามวิธีการ Concrete Pictorial Abstract ร่วมกับการใช้โปรแกรม GeoGebra

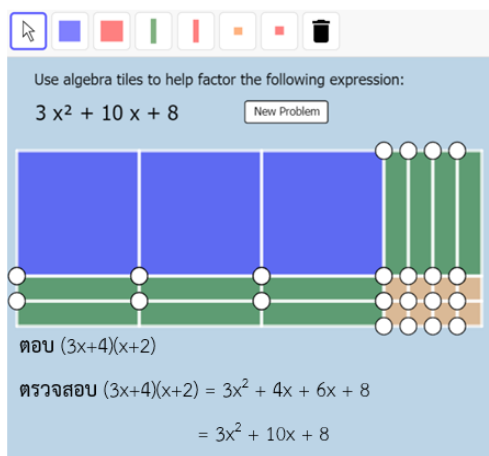
2.1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างเรียน พบว่า นักเรียนสามารถพัฒนามโนคติได้ โดยในวงจรปฏิบัติการที่ 1 และ 2 พบว่า นักเรียนยังมีมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน (MU) แต่เมื่อจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 และ 4 พบว่านักเรียนสามารถปรับเปลี่ยนมโนคติจากเดิมที่มีมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน (MU) ไปสู่มโนคติทางคณิตศาสตร์ (SU) ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ผลการวิเคราะห์มโนคติทางคณิตศาสตร์ระหว่างได้รับการจัดการเรียนรู้

วงจรปฏิบัติการ	ร้อยละของจำนวนนักเรียน ระดับมโนคติทางคณิตศาสตร์				
	SU	PU	PU&MU	MU	NU
วงจรที่ 1 การแยกตัวประกอบพหุนามโดยใช้สมบัติของการแจกแจง	78.58	10.20	6.12	5.10	0.00
วงจรที่ 2 การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว	75.52	12.24	8.16	4.08	0.00
วงจรที่ 3 การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	87.76	5.10	7.14	0.00	0.00
วงจรที่ 4 การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง	90.82	6.12	3.06	0.00	0.00

หมายเหตุ ร้อยละเฉลี่ยมโนคติทางคณิตศาสตร์ดังแสดงในเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

จากตารางที่ 2 พบว่า มโนคติระหว่างการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 และ 2 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนคติอยู่ในระดับ SU แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนมีมโนคติอยู่ในระดับ MU และเมื่อจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 และ 4 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนคติอยู่ในระดับ SU และไม่พบนักเรียนอยู่ในระดับ NU ตัวอย่างผลงานขณะนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมด้วยโปรแกรม GeoGebra แสดงได้ดังภาพที่ 1



ภาพที่ 1 ตัวอย่างการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองด้วยโปรแกรม GeoGebra

2.2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลก่อนและหลังเรียน พบว่า นักเรียนสามารถพัฒนามโนคติได้ โดยก่อนการจัดการเรียนรู้ ไม่พบนักเรียนมีมโนคติทางคณิตศาสตร์ (SU) และนักเรียนส่วนใหญ่มีมโนคติทางคณิตศาสตร์แบบคลาดเคลื่อน (MU) แต่หลังจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่า นักเรียนสามารถปรับเปลี่ยนมโนคติจากเดิมไปสู่มโนคติทางคณิตศาสตร์ (SU) มากขึ้น ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ผลการวิเคราะห์หมโนมติทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้

มโนมติทางคณิตศาสตร์	ร้อยละของจำนวนนักเรียน									
	ระดับมโนมติทางคณิตศาสตร์									
	SU		PU		PU&MU		MU		NU	
	ก่อน	หลัง	ก่อน	หลัง	ก่อน	หลัง	ก่อน	หลัง	ก่อน	หลัง
การแยกตัวประกอบพหุนามโดย ใช้สมบัติของการแจกแจง	0.00	42.86	23.81	28.57	28.57	19.05	33.33	9.52		0.00
									14.29	
การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรี สองตัวแปรเดียว	0.00	52.38	19.05	28.57	28.57	14.29	33.33	4.76	19.05	0.00
การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรี สองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	0.00	61.90	9.52	23.81	9.52	14.29	47.62	0.00	33.33	0.00
การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรี สองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง	0.00	66.67	14.28	23.81	14.29	9.52	38.10	0.00	33.33	0.00

จากตารางที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนมติก่อนการจัดการเรียนรู้อยู่ในระดับ MU รองลงมา คือ PU&MU และไม่พบนักเรียนอยู่ในระดับ SU ส่วนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่มีการปรับเปลี่ยนมโนมติทางคณิตศาสตร์ไปสู่ระดับที่สูงขึ้น โดยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนมติอยู่ในระดับ SU และไม่พบนักเรียนมีมโนมติอยู่ในระดับ NU

อภิปรายผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามวิธีการ Concrete Pictorial Abstract ร่วมกับการใช้โปรแกรม GeoGebra ที่ส่งเสริมหมโนมติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง ของนักเรียนชั้นม. ๒ ในเขตภาคเหนือตอนล่าง

การจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติที่ 1 นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการใช้งานโปรแกรม GeoGebra ส่งผลให้นักเรียนเกิดความสับสนและไม่รู้ว่าสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากได้อย่างไร และไม่คุ้นเคยกับการเชื่อมโยงแนวคิดตามวิธีการ Concrete Pictorial Abstract ทำให้การมองความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้ยาก เมื่อจัดการเรียนรู้ในวงจรถัดไปซึ่งนักเรียนมีความคุ้นเคยกับโปรแกรมทำให้ใช้งานได้อย่างคล่องแคล่ว ทำให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติ สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ การถามกระตุ้น ชี้แนะแนวทาง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิด ทำให้นักเรียนสามารถสังเกต วิเคราะห์และสรุปความสัมพันธ์ที่พบและเขียนแสดงแนวคิดของตนเองได้ สอดคล้องการศึกษาของ Putri *et al.* (2018, pp.63-66) ที่อธิบายว่าการสอนโดยเริ่มด้วยวัสดุที่เป็นรูปธรรม จะช่วยให้นักเรียนเพิ่มพูนความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับโลกแห่งความเป็นจริง และการสร้างองค์ความรู้ที่เป็นนามธรรมนั้นจะเกิดขึ้นไม่ได้เลย หากปราศจากการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของสิ่งที่เป็นรูปธรรม หรือมองเห็นสิ่งที่ป็นนามธรรมออกมาเป็นภาพในใจของเราได้ จากการศึกษานี้ของ Antothe (2009 as cited in Phasong *et al.*, 2016, pp.463-465) พบว่า โปรแกรม GeoGebra เป็นเครื่องมือที่ทำให้ให้นักเรียนได้เกิดการสำรวจ ทำความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้นกว่าการเรียนรู้แบบเดิม ช่วยพัฒนาพื้นฐานของตนเองในเชิงรูปธรรมก่อน แล้วค่อย ๆ พัฒนาการเรียนรู้ไปสู่ระดับที่สูงขึ้น อย่างไรก็ตามโดยภาพรวมของการจัดการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนบางคนเมื่อเห็นโจทย์แล้วสามารถแสดงเป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้เลย ในขณะที่บางคนเลือกที่จะวาดภาพก่อน และเช่นเดียวกันบางคนใช้โปรแกรม GeoGebra เพื่อหาคำตอบ ประเด็นนี้สะท้อนให้เห็นถึงวิธีในการแก้ปัญหาผ่านวิธีการ Concrete Pictorial Abstract ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ทั้งนี้สอดคล้องการศึกษาของ Strickland (2016, p.115) ที่สรุปไว้ว่า CPA นั้นเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมกระบวนการคิดของนักเรียน ตลอดจนนักเรียนที่มีความบกพร่องทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์สามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ รวมไปถึงการที่นำไปสู่การสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์

2. มโนคติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง ของนักเรียนชนเผ่าลาหู่ในเขตภาคเหนือตอนล่าง เมื่อจัดการเรียนรู้ตามวิธีการ Concrete Pictorial Abstract ร่วมกับการใช้โปรแกรม GeoGebra

หลังการจัดการเรียนรู้ทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนคติอยู่ในระดับ SU เนื่องจากในระหว่างจัดกิจกรรมได้เปิดโอกาสให้นักเรียนพูดคุย แลกเปลี่ยนเรียนรู้ และแสดงความคิดเห็นต่าง ๆ กับเพื่อน รวมทั้งคอยตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสรุปความรู้ ความเข้าใจและอธิบายแนวคิดของตนเองออกมา จึงสอดคล้องกับแนวคิดของ Mekanong (2010, p.77) กล่าวว่า การใช้คำถามมีความสำคัญเป็นอย่างมากต่อการคิด และการมีส่วนร่วมของนักเรียนในชั้นเรียน บางครั้งเมื่อนักเรียนตอบคำถามหรือคิดไม่ได้ แต่หากช่วยเหลือด้วยการชี้แนะ หรือตั้งคำถามใหม่ที่ง่ายกว่า นักเรียนจะค่อยๆ ตอบได้ และอาจนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ต้องการได้ แต่ทั้งนี้เมื่อสำรวจมโนคติหลังจัดการเรียนรู้ พบว่า ร้อยละของมโนติระดับ SU ยังไม่สูงมากนัก ประเด็นที่สำคัญคือ พื้นฐานด้านภาษาของนักเรียน เพราะนักเรียนเป็นชนเผ่าลาหู่ใช้ภาษาไทยในการสื่อสารเป็นภาษาที่สอง ทำให้โครงสร้างทางภาษายังมีผิดพลาดอยู่บ้าง และมีความกังวลว่าหากเขียนไปแล้วจะถูกต้องตามหลักภาษาไทยหรือไม่ ไม่รู้ว่าต้องเริ่มต้นเขียนอย่างไรและไม่มั่นใจในคำตอบของตนเอง ทั้งนี้เป็นไปในทิศทางเดียวกับการศึกษาของ Galaplug (2009 as cited in Vaiyavutjamai, 2018, pp.463-465) ที่กล่าวว่า นักเรียนชนเผ่าลาหู่แต่ละคน มีพื้นฐานในการใช้ภาษาไทยเพื่อสื่อสารไม่เท่ากัน ส่งผลให้นักเรียนชนเผ่าลาหู่ประสบปัญหาในการอ่านและตีความโจทย์ รวมถึงการออกเสียงที่ไม่ชัดเจนทำให้เกิดความผิดพลาดในการเรียนรู้ได้

สรุปผลการวิจัย

แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามวิธีการ Concrete Pictorial Abstract ร่วมกับการใช้โปรแกรม GeoGebra ที่ส่งเสริมมโนคติทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง ของนักเรียนชนเผ่าลาหู่ในเขตภาคเหนือตอนล่าง เริ่มสถานการณ์ปัญหาในบริบทชีวิตของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนสนใจและร่วมกันแสดงความคิดเห็น จากนั้นทบทวนความรู้เดิม แล้วจึงค่อยแนะนำโปรแกรม GeoGebra เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ ลงมือปฏิบัติกิจกรรมแล้ว จึงค่อย ๆ ใช้ภาพเป็นตัวแทนของสิ่งที่เรียนรู้รูปธรรมโดยการวาดภาพ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้วิเคราะห์ และสังเคราะห์เป็นองค์ความรู้ของตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานกลุ่มเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้กัน จากนั้นเชื่อมโยงแนวคิดไปสู่นามธรรม โดยให้นักเรียนแสดงวิธีการแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ตามขั้นตอนแล้วจึงค่อยนำความรู้ไปใช้แก้สถานการณ์ปัญหา สำหรับผลการพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนสามารถพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์ได้ ในระหว่างจัดการเรียนรู้นักเรียนมีมโนคติทางคณิตศาสตร์ (Sound understanding หรือ SU) เพิ่มขึ้น นักเรียนที่ไม่เข้าใจมโนคติทางคณิตศาสตร์ (No understanding หรือ NU) และนักเรียนที่มีมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน (Specific misconception หรือ MU) ลดลง และในท้ายที่สุดนักเรียนมีการพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์ (Sound understanding หรือ SU) เพิ่มขึ้นหลังการจัดการเรียนรู้

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1.1 ควรอธิบายการใช้งานโปรแกรม GeoGebra อย่างละเอียดและชัดเจนเพื่อสร้างความเข้าใจร่วมกันก่อน และในขั้นตอนการสำรวจด้วยโปรแกรม GeoGebra ควรให้เวลานักเรียนได้ฝึกปฏิบัติ เพราะขั้นตอนนี้เป็นการสร้างความเข้าใจและสร้างความคุ้นเคยกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์จะให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การใช้คำถามมีความสำคัญอย่างมากที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงแนวคิดจากสิ่งที่เรียนรู้รูปธรรมไปสู่ภาพและนามธรรม จะต้องใช้คำถามกระตุ้น ถามย้อนกลับ แนะนำแนวทาง เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้และเกิดการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

ควรศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามวิธีการ Concrete Pictorial Abstract ร่วมกับการใช้โปรแกรม GeoGebra ที่ส่งเสริมหรือพัฒนาความสามารถในด้านต่าง ๆ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการเชื่อมโยง และความสามารถในการใช้เทคโนโลยี ในขั้นตอนการสำรวจด้วยโปรแกรม GeoGebra การจำแนกความรู้ และการปรับแนวคิด

เอกสารอ้างอิง

- Brzezinski, T. (2019). *My GeoGebra resource* [Online]. Retrieved November 16, 2019, from: <https://www.geogebra.org/m/xbfhesda>.
- Hui, C., Hoe, L. & Lee, K. (2017). Teaching and learning with Concrete-Pictorial-Abstract Sequence – a proposed model. *The Mathematics Educator*, 17(1&2), 1-28.
- Jumepaeng, T., & Pavaputanon, L. (2012). The study of Matthayomsuksa 4 students' conceptual change and geometric understanding based on van Hiele's Theory about analytic geometry. *Journal of Education Khon Kaen University*, 35(2), 33-39. (in Thai).
- Kijkuakul, S. (2014). *Learning science directions for teachers in the 21st century*. Phetchabun: Juldiskampim. (in Thai)
- Makanong, A. (2010). *Mathematical skills and processes: Development for development*. Bangkok: Chulalongkorn University Printing House. (in Thai)
- Mhaijakklang, S. (2011). Conceptual knowledge: The focus of mathematics teaching. *My Maths*, (70), 54-59. (in Thai)
- Phasong, A., Sakpakonkan, N., Kanjanawajee, w. (2016). *Using geogebra program to supplement learning activities by 4MAT model to develop mathematics achievement on introduction to Calculus for Matthayomsuksa 6 student*. National Education Conference 1st Educational Management for Local Development towards ASEAN Community: New Direction in the 21 Century. July 28, 2016. Kalasin: Kalasin University. (in Thai)
- Phooddee, W., & Unsok, N. (2016). Development of an advanced thinking enhancement program with GeoGebra the relation between two-dimensional and three-dimensional geometry for grade 7 students. *Proceedings The 21st Annual Meeting in Mathematics (AMM 2016) Annual Pure and Applied Mathematics Conference 2016 (APAM 2016), May, 2016*. Bangkok: Chulalongkorn University. (in Thai)
- Putri, H., Misnarti & Saptini, R. (2018). Influence of Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) approach toward the enhancement of mathematical connection ability of elementary school student. *EduHumaniora: Jurnal Pendidikan Dasar*, 10(2), 61-71.
- Strickland, K. (2016). *Using the CRA-I strategy to develop conceptual and procedural knowledge of quadratic expressions*. TEACHING Exceptional Children, 49(2), 115-125.
- Tor, T., Kaur, B. & Tay, E. (2019). *Mathematics education in Singapore*. Singapore: Springer.
- Vaiyavutjamai, P. (2018). Analyzing errors on mathematics word problems made by ethnic primary-school students. *Journal of Research and Curriculum Development*, 8(1), 111-127. (in Thai)